

# Poređenje karakteristika različitih konfiguracija multiport interferometara

---

*U ovom radu su analizirane prednosti i mane različitih konfiguracija Mah-Zenderovih (MZ) interferometara unutar Multiport Interferometra. Takođe, rad je obuhvatao i simulaciju i dizajn najbolje konfiguracije, kako bi se ona izradila. Testirane su tri konfiguracije MZ interferometara: trougaona, pravougaona i šestougaona. Simulacije su pokretane u Lumerical Interconnect-u i softveru specijalno napravljenom za ovaj rad. Karakteristike komponenta unutar simulacije su preuzete iz rada Pereza i saradnika (Perez et al. 2017). Rezultati su pokazali da najbolje performanse daje pravougaona konfiguracija kod multiport interferometara koji imaju veliki broj ulaza i izlaza. Transmitansa kod najdužeg optičkog puta u multiport interferometru sa 100 ulaza i izlaza iznosila je 37% kod pravougaone konfiguracije, 22% kod šestougaone i 17% kod trougaone. Takođe su poređene karakteristike multiport interferometra koji imaju po pet ulaza i izlaza. Razlika u transmitansi među konfiguracijama je bila značajno manja, ali transmitansa nije prelazila 90% ni za jednu konfiguraciju. Ovim je pokazano da multiport interferometar još uvek ne može da se koristi u slučajevima gde je očuvanje snage signala bitno.*

---

## Uvod

U savremeno doba brz prenos i manipulacija informacije predstavlja ključni uslov daljeg razvoja digitalizacije. Zbog devijacije od Murovog zakona i Džulovih gubitaka, osobine elektrona više ne zadovoljavaju industrijske zahteve za većom brzinom i energetsom efikasnošću. Foton kao nosilac informacije se javlja kao glavni kandidat koji će provesti čovečanstvo kroz novo doba razvoja. Slanje informacije pomoću svetlosti osigurava veću brzinu i širinu protoka, manje gubitke i čini preslušavanje gotovo nemogućim. Fotonika je nauka koja se bavi manipulacijom svetlosti. Već je u praksi pokazano da su manji gubici pri slanju informacija optičkim kablovima nego bakarnim. Sledeći korak za u razvoju fotonike je realizacija integrisanih kola.

---

*Valentina Njaradi (2001), Beograd, učenica 4. razreda Matematičke gimnazije u Beogradu*

*Aleksa Račić (2000), Banja Luka (RS, BiH), učenik 4. razreda Gimnazije u Banjoj Luci*

*MENTOR:  
Mladen Banović, MS,  
asistent na  
Elektrotehničkom  
fakultetu Univerziteta  
u Beogradu*

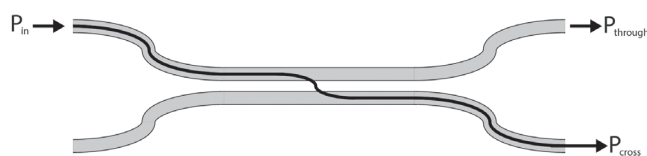
Univerzalni multiport interferometri koji realizuju proizvoljne unitarne transformacije su esencijalne komponente za realizaciju kompleksnih optičkih funkcija, poput linearnih kvantnih optičkih gejtova i kola, mikrotalasnih fotonskih procesora, optičkih mreža i slično. U poslednje vreme su našli primenu u deep learning-u, jer gotovo u istom trenutku mogu vršiti unitarne transformacije koje se primenjuju u mašinskom učenju, na primer za prepoznavanja vokala (Shen *et al.* 2017). Multiport interferometri se na fotonskom čipu mogu implementirati u trougaonj (Reck i Zeilinger 1994), heksagonalnoj (Perez *et al.* 2017), ili pravougaonj konfiguraciji istih komponentata (Clements *et al.* 2016). Zbog razlike u geometriji, svaka konfiguracija ima svoje prednosti i mane o kojima će više reči biti u narednom poglavlju.

U ovom radu težište je stavljeno na poređenje gubitaka snage u simulaciji za tri navedene konfiguracije kako bi se našla optimalna konfiguracija za fizičku izradu. Glavni fokus je stavljen na izradu multiport interferometra koji bi mogao da podrži mašinsko učenje iz rada Y. Shena i saradnika (Shen *et al.* 2017). Kao model za simulaciju upotrebljene su karakteristike elemenata iz rada D. Pereza i saradnika (Perez *et al.* 2017).

## Fotonski elementi

### Direkcionni kapler

Direkcionni kapler je element koji služi za deljenje snopa svetlosti, čija je šema prikazana na slici 1. Sastoji se od dva talasovoda koji su postavljeni dovoljno blizu da dolazi do pojave evanescentnog talasa, što dovodi do prelaza svetlosti iz jednog u drugi talasovod.



Slika 1. Šematski prikaz direkcionnog kaplera

Figure 1. Schematic of a directional coupler

Tokom propagacije svetlost se prostire istovremeno kroz obe grane kaplera i u zavisnosti od modova na izlazu iz talasovoda moguće su tri situacije: svetlost u potpunosti ostaje u istom (paralelnom) talasovodu  $P_{\text{par}}$ , u potpunosti prelazi u drugi (unakrsni) talasovod  $P_{\text{un}}$ , ili da jedan deo svetlosti ostaje u jednom talasovodu, dok drugi prelazi u drugi talasovod. Podešavanjem dužine kaplera i rastojanja između grana kaplera moguće je podeliti svetlost u proizvoljnoj razmeri  $k = P_{\text{par}} / P_{\text{ul}}$ . U teoriji, ako u sistemu nema gubitaka, zbir snaga na izlazu iz kaplera će biti jednak snazi na ulazu  $P_{\text{ul}}$ :

$$P_{\text{ul}} = P_{\text{par}} + P_{\text{un}}$$

U praksi ovo ne može biti ispunjeno, te je još jedan parametar direkcionog kaplera gubitak ostvaren pri kaplovanju:

$$\text{gubitak} = 10 \log \frac{P_{\text{un}}}{P_{\text{ul}}}$$

Vrsta direkcionog kaplera korišćenog u ovom radu je 3 dB kapler, koji deli svetlost na dva jednaka dela sa faznom razlikom  $\pi/2$ . Ako su na ulazu u gornjoj i donjoj grani talasi redom  $E_{11}$  i  $E_{21}$ , a na izlazu  $E_{12}$  i  $E_{22}$ , tada 3 dB kapler vrši transformaciju nad ulaznim talasima datu jednačinom:

$$\begin{bmatrix} E_{12} \\ E_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{21} \end{bmatrix}$$

## Pomerač faze

Pomerač faze je fotonski element koji služi za kontrolisano pomeranje faze svetlosnog talasa. Fazna razlika može se napraviti pomoću promene indeksa prelamanja sredine, koja se može ostvariti dovođenjem električnog signala na odgovarajući element. Drugi način za pomeranje faze jeste pravljenje razlike optičkih puteva koje prelaze talasi, gde fazni pomerač uvek pomera fazu talasa za istu vrednost. Veza između optičkog puta  $d$  i faze  $\varphi$  svetlosnog talasa data je relacijom:

$$\varphi = n k d$$

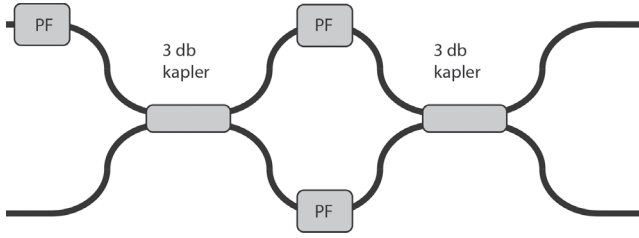
gde je  $n$  indeks prelamanja u talasovodu,  $k$  je talasni broj  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ . Daljim izvođenjem dobija se koliko razliku optičkog puta treba napraviti da bi se dobila razlika faze  $\Delta\varphi$ :

$$\Delta L = \frac{\Delta\varphi}{\pi} \frac{\lambda}{2n}$$

## Mah-Zenderov interferometar

Mah-Zenderov (Mach-Zehnder) interferometar (MZ interferometar) je element u kome se pojavljuje interferencija svetlosti zbog postojanja fazne razlike u različitim granama interferometra. Ova razlika se može napraviti jednostavno razlikom u dužinama grana, ili promenom indeksa prelamanja sredine u jednoj od grana korišćenjem različitih materijala i grejača. Zbog te osobine, MZ interferometar se često koristi kao senzor prisustva gasova (Fabricius *et al.* 1992).

Osnovna jedinica dizajniranog multiport interferometra je MZ interferometar, čiji je šematski prikaz prikazan na slici 2. Sastoji se od dva 3 dB kaplera i dva pomerača faze (PF). Prvi kapler služi za deljenje ulaznih elektromagnetnih talasa, zatim pomerači faze prave faznu razliku i na kraju, u drugom kapleru, talasi se kombinuju i interferiraju. Odnos jačina talasa na izlazu se određuje variranjem faznog pomeraja u gornjem  $\Phi_{\text{gornji}}$  i donjem  $\Phi_{\text{donji}}$  pomeraču faze.



Slika 2. Mah-Zenderov interferometar (PF – pomerač faze)

Figure 2. Mach-Zehnder interferometer (PF – phase shifter, 3db kapler – 3 dB coupler)

Matematički model rada navedenog sistema je opisan izrazom:

$$\begin{bmatrix} E_{14} \\ E_{24} \end{bmatrix} = je^{-j\Delta} \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{21} \end{bmatrix}$$

gde su  $E_{14}$  i  $E_{24}$  izlazni, a  $E_{11}$  i  $E_{21}$  ulazni talasi. Uglovi  $\theta$  i  $\Delta$  su intristički parametri transfer matrice i oni zavise od faznog pomeraja u pomeračima faze:  $\theta = \frac{\Phi_{\text{gornji}} - \Phi_{\text{donji}}}{2}$  i  $\theta = \frac{\Phi_{\text{gornji}} + \Phi_{\text{donji}}}{2}$ .

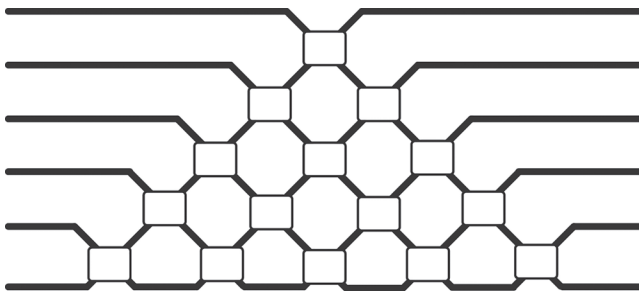
Postavljanjem dodatnog pomerača faze na jedan od ulaza interferometra, transfer matrica postaje:

$$h = -e^{-j\Delta} \begin{bmatrix} e^{j\Phi} \sin \theta & \cos \theta \\ e^{j\Phi} \cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix}$$

Pomoću kontrolisanih elektronskih signala pomerači faze interferometra mogu se podesiti tako da se dobiju željeni parametri  $\Delta$ ,  $\theta$  i  $\Phi$ . Samim tim, jedinica MZ interferometra sa pomeračem faze na ulazu može se isprogramirati tako da se dobije željena transfer matrica. Mreža više ovakvih programabilnih jedinica ima mogućnost realizacije različitih linearnih transformacija, slično FPGA čipu u elektronici.

## Konfiguracije

**Trougaona** konfiguracija mreže  $9 \times 9$  prikazana na slici 3 sastoji se od MZ interferometara poređanih u obliku trougla (na slici, interferometri se nalaze u pravugaonicima na preseku linija). Za mrežu sa  $N$  ulaza i  $N$  izlaza, u prvom redu nalazi se jedan interferometar, a u svakom sledećem se taj broj povećava za jedan. U poslednjem redu nalazi se  $N - 1$  interferometar.

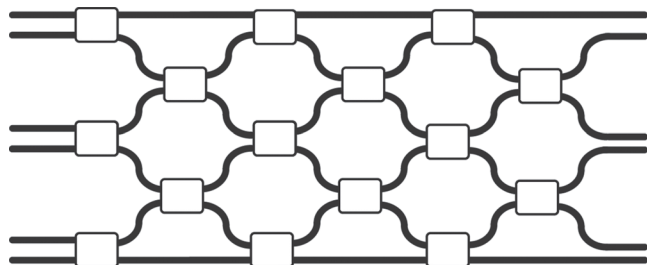


Slika 3. Trougaona konfiguracija

Figure 3. Triangular configuration

Koristi se  $\frac{N(N-1)}{2}$  interferometara što je minimalni potrebn broj interferometara za realizaciju  $N \times N$  matrice. Međutim, svetlost na različitim ulazima prolazi kroz puteve različite dužine, pri čemu dolazi do velike razlike u gubicima na različitim izlazima. Najduži optički put svetlosti u ovom slučaju je  $2N-3$  (Clements *et al.* 2016), koji se nalazi u poslednjoj vrsti i on će imati najveći gubitak, dok će najmanji gubitak biti u prvoj vrsti.

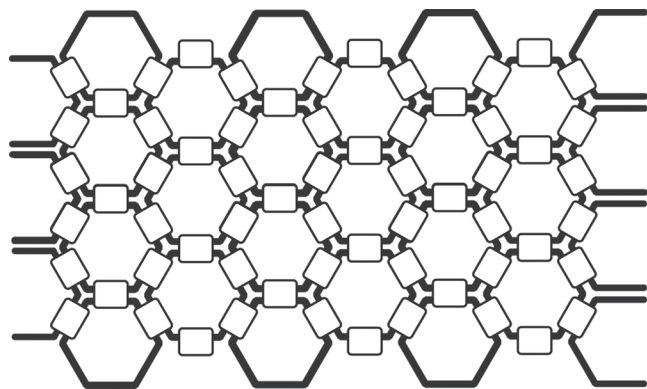
**Pravougaona** konfiguracija prikazana na slici 4. Za razliku od trougaone, ova konfiguracija je kompaktnija i simetričnija. Koristi isti minimalni broj interferometara, ali je najduži optički put svetlosti kroz mrežu  $N$  (Clements *et al.* 2016), što znači da bi greške u ovom slučaju trebalo da budu manje nego u trougaonoj konfiguraciji.



Slika 4. Pravougaona konfiguracija

Figure 4. Rectangular configuration

**Heksagonalna** konfiguracija prikazana na slici 5 sastoji se od šestougaonih ćelija, gde svaku stranicu jedne ćelije čini jedan interferometar. Ova konfiguracija koristi mnogo više interferometara od prve dve, ali je skalabilna i može se koristiti i za velike mreže.



Slika 5. Heksagonalna konfiguracija

Figure 5. Hexagonal configuration

## Izračunavanje koeficijenata multiport interferometra i simulacije

Idealni multiport interferometar sa  $N$  kanala može se predstaviti unitarnom matricom veličine  $N \times N$ . Takva matrica može se dekomponovati na više matrica koje odgovaraju pojedinačnim MZ interferometrima. U ovom radu je dekompozicija i izračunavanje faznih pomeraja  $\Phi_{\text{gornji}}$  i  $\Phi_{\text{donji}}$  rađena metodom koja je opisana u radu Klemensa i saradnika (Clements *et al.* 2016).

Poređenje karakteristika različitih konfiguracija multiport interferometara vršeno je pomoću simulacije. Za simuliranje šeme sa 5 ili manje ulaza upotrebljen je gotov softver za simulaciju fotonskih kola Lumerical Interconnect (Lumerical 2019). Za šeme sa više od 5 ulaza implementirano softversko rešenje u Python-u (Račić i Njaradi 2019).

U simulaciji su računati gubici na 50 : 50 kaplerima i greške u pomerajima faze. Gubitak na kapleru je iznosio 1%, dok je greška pomeraja faze iznosila  $\pm \frac{\pi}{100}$  rad.

Karakteristike simuliranih kaplera i pomeraja faze su preuzete iz rada D. Pereza i saradnika (Perez *et al.* 2017).

Prvo, pomoću algoritma za izračunavanje koeficijenata (Clements *et al.* 2016) određeni su pomeraji na elementima koji odgovaraju zadatoj  $N \times N$  matrici. Zatim su u Lumerical-u ručno uneti fazni pomeraji, kao i greške na pojedinačnim elementima koji čine multiport interferometar, te je simulacija puštena u rad. Na ulazima multiport interferometra priključeni su laseri talasne dužine 1550 nm, snage 1 mW, bez faznog pomeraja. Na izlazu su postavljeni elementi koji mere snagu i fazni pomeraj izlaza signala. Ovaj proces je ponovljen za sve tri konfiguracije (trougona, heksagonalna i pravougaona), shodno čemu je manji raspored MZ interferometara.

Za analizu gubitaka, odnosno transmitanse, u zavisnosti od veličine multiport interferometra realizovana je skripta u Python-u koja traži koeficijente za zadatu unitarnu  $N \times N$  matricu, i upisuje ih u virtuelne MZ interferometre. Ovi interferometri su realizovani matricom transformacije u koju su uračunate greške i gubici.

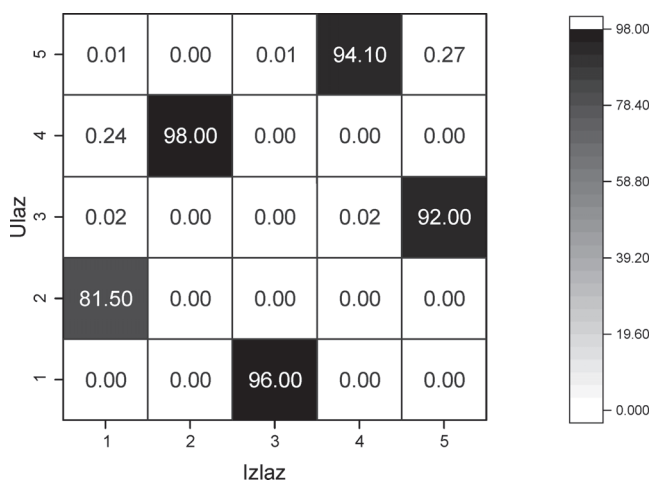
## Rezultati

### Transmitansa matrice permutacije

Matrica permutacije je unitarna transformacija koja permutira vektora i u svakom redu i koloni ima tačno jedan jedinični element. Sa fizičkog stanovišta: multiport interferometar koji transformiše ulaz po zakonu ove matrice preusmerava ulaz na neki proizvoljni izlazni kanal, s tim da se ni koja dva signala sa različitih ulaza ne susreću na istom izlazu. U ovoj simulaciji korišćena je sledeća matrica permutacije:

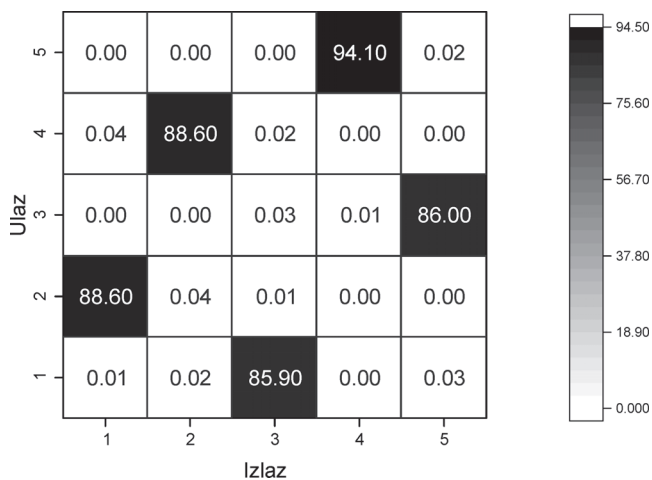
$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

U simulaciji je svetlost sa lasera puštana naizmenično sa svakog ulaza. Postotak jačine izlaznog signala u odnosu na ulaz prikazan je na slikama 6, 7 i 8. Na x i y osi su redni broj ulaza, odnosno izlaza brojano odozgo na dole, dok se na z osi nalazi transmitansa. Vrednost transmitanse na izlazu u odnosu na dati ulaz se gleda kao visina stubića koji se nalazi u preseku vrednosti datog izlaza i ulaza.



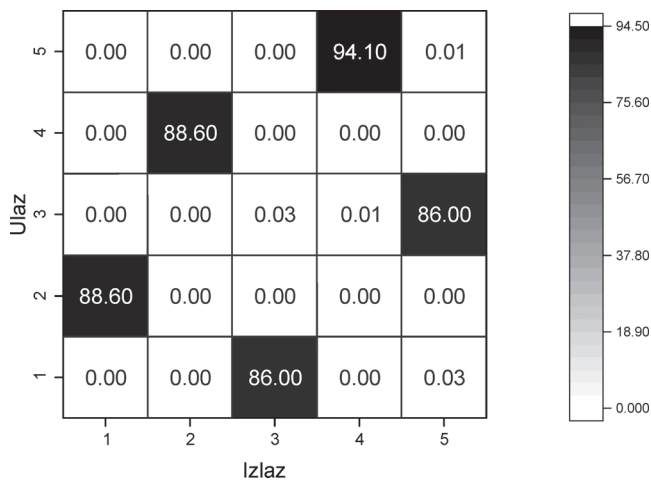
Slika 6. Transmitansa po izlazu matrice permutacije 5×5 za trougaonu konfiguraciju

Figure 6. Transmittance on outputs of permutation matrix 5×5 for triangular configuration



Slika 7. Transmitansa po izlazu matrice permutacije 5×5 za pravougaonu konfiguraciju

Figure 7. Transmittance on outputs of permutation matrix 5×5 for rectangular configuration



Slika 8. Transmittansa po izlazu matrice permutacije 5×5 za heksagonalnu konfiguraciju

Figure 8. Transmittance on outputs of permutation matrix 5×5 for hexagonal configuration

Rezultati su pokazali da za konkretan slučaj, oblik mreže multiport interferometra ne igra značajnu ulogu na gubitke. Transmittansa na četvrtom izlazu kada se svetlost pusti kroz peti ulaz iznosi 86% u triangularnoj konfiguraciji, 88% u pravougaonoj konfiguraciji, dok u heksagonalnoj konfiguraciji iznosi 83%.

Mala jačina svetlosti zabeležena je na ostalim izlazima sa transmittansama reda veličine od  $10^{-4}$  do  $10^{-10}$ , s tim da su veće vrednosti bile bliže ulazu sa kojeg se očekivala transmittansa od 100%.

Slične vrednosti transmittansi između ovih triju konfiguracija ukazuju da za matrice malih dimenzija, koje su dovoljne za implementaciju mašinskog učenja, veći uticaj na tačnost imaju greške u fabrikaciji, nego konfiguracija MZ-interferometara.

## Transmittansa u odnosu na veličinu mreže interferometara

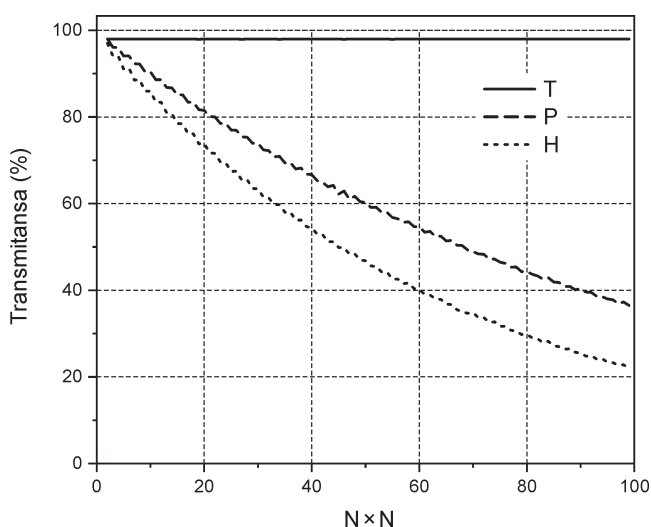
Transmittansa na izlazima u odnosu na konfiguraciju je merena kroz softversko rešenje u programskom jeziku Python. Karakteristike komponenti su identične kao u prethodnoj simulaciji. Za referencu pri merenju upotrebljena je matrica identiteta  $N \times N$ . U simulaciji su laseri takođe naizmenično paljeni na ulazima, a na izlazu je merena snaga. Transmittansa je računata kao procenat snage koji je izašao na očekivanom izlazu. Simulirane su veličine matrica od  $2 \times 2$  do  $100 \times 100$ .

Rezultati su pokazali značajno razlikovanje transmittanse triangularne konfiguracije. Kada se signal pusti na prvi ulaz; kod triangularne matrice transmittansa na prvom izlazu je gotovo konstantna sa jako malim gubicima, dok kod pravougaone i heksagonalne konfiguracije opada sa porastom dimenzije matrice (slika 9). S druge strane, kada je svetlost puštena kroz poslednji ulaz, najveći gubici su se ispoljili u triangularnoj konfiguraciji, dok su na druge dve konfiguracije gubici isti kao u slučaju kada je svetlost puštena kroz prvi ulaz (slika 10). Takođe, evidentna je razlika između



pravougaone i heksaugaonalne konfiguracije: na dimenziji matrice od  $50 \times 50$  razlika između transmitansi je oko 13% u oba slučaja, dok je na dimenziji od  $100 \times 100$  razlika u transmitansi 17%.

Ovim rezultatima takođe je pokazano da implementacija velikih multiport interferometrijskih mreža nije moguća čak i sa najboljim karakteristikama komponenti koje industrija trenutno može da ponudi. Transmitansa je kod pravougaone konfiguracije pala ispod 50% za dimenzije veće od  $70 \times 70$ , kod heksagonalne već na dimenziji od  $45 \times 45$ , dok je na poslednjem ulazu triangularne konfiguracije pala ispod 50% već na matrici dimenzija  $35 \times 35$ . Uzimajući u obzir da bi idealna transmitansa trebala da bude 100%, nepreciznost je dovoljno velika da se veće neuronske mreže ne bi mogle implementirati u ovoj tehnologiji.

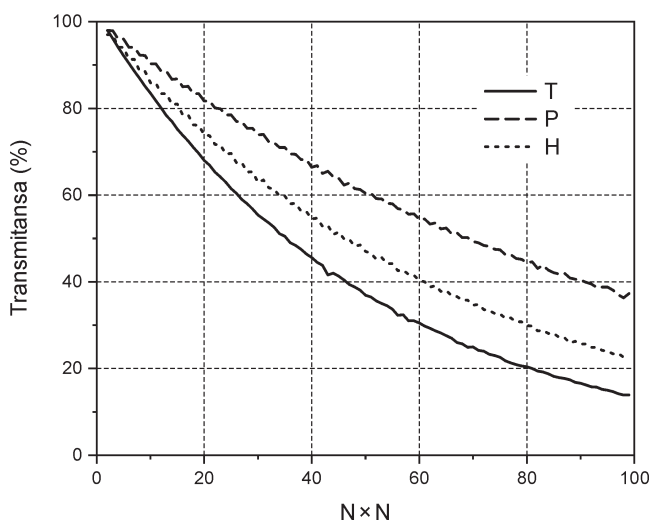


Slika 9. Grafik transmitanse na prvom izlazu u zavisnosti od veličine mreže.

Konfiguracije:  
T – trougaona  
P – pravougaona  
H – šestougaona

Figure 9. Dependence of transmittance on the first output on size of the interferometer

Configurations:  
T – triangular  
P – rectangular  
H – hexagonal



Slika 10. Grafik transmitanse na poslednjem izlazu u zavisnosti od veličine mreže

Figure 10. Dependence of transmittance on the last output on size of the interferometer

## Zaključak

Rezultati istraživanja su pokazali da trenutna tehnologija izrade Multiport interferometra nije dovoljno precizna za njegovu primenu u linearnim transformacijama. Mah Zenderov interferometar, koji ima gubitke manje od 1% u sklopu multiport interfeometra, daje velike greške na globalu, pogotovo ako su u pitanju multiport interferometri sa velikim brojem ulaza. Priroda gubitaka se razlikuje po konfiguracijama: u triangularnoj konfiguraciji gubici na prvom izlazu su zanemarljivi, dok su na poslednjem izlazu veoma veliki. S druge strane, u prvougaonoj i heksagonalnoj konfiguraciji gubici su ravnomerno raspoređeni po izlazima.

---

## Literatura

- Clements W. R., Humphreys P. C., Metcalf B. J., Kolthammer W. S., Walmsley I. A. 2016. An optimal design for multiport interferometers. *Optica*, **3** (12): 1460.
- Fabricius N., Gauglitz G., Ingenhoff J. 1992. A gas sensor based on an integrated optical Mach-Zehnder interferometer. *Sensors and Actuators B: Chemical*, **7** (1–3): 672.
- Lumerical 2019. Interconnect – Photonic integrated circuit simulator. <https://www.lumerical.com/products/interconnect/>
- Perez D., Gasulla I., Fraile F. J., Crudgington L., Thomson D. J., *et al.* 2017. Silicon photonics rectangular universal interferometer. *Laser Photonics Review*, **11** (6): 1700219.
- Račić A., Njaradi V. 2019. Fotonika. Dostupno na: <https://github.com/AleksaRacic/PETNICA/tree/master/Fotonika>
- Reck M., Zeilinger A. 1994. Experimental realization of any discrete unitary operator. *Physical Review Letters*, **73**: 58.
- Shen Y., Harris N. C., Skirlo S., Prabhu M., Baehr-Jones T., *et al.* 2017. Deep learning with coherent nanophotonic circuits. *Nature Photonics*, **11** (7): 441.

## Comparison of Different Multiport Interferometer Configurations

This paper evaluates the pro et con of distinct Mach-Zehnder interferometer (MZ interferometer) arrangements inside the multiport interferometer. The work included both multiport interferometer simulation and design of the best performed arrangement to be manufactured. Here we have tested three types of MZ interferometer arrangements: triangular (Clements *et al.* 2016), rectangular (Reck and Zeilinger 1994) and hexagonal (Perez *et al.* 2017). Simulations were run in Lumerical Interconnect and custom software. Characteristics of MZ interferometer components were taken from the work of Perez *et al.* (2017). The results showed slightly superior performance of rectangular configuration in the multiport interferometer with a large number of inputs and outputs. The transmittance of the longest path through multiport interferometer with 100 inputs and outputs was 37% in the case of rectangular configuration, 22% in hexagonal and 17% in triangular. Furthermore, the characteristics of the multiport interferometer with 5 inputs and outputs were compared output wise and the differences in transmittances were significantly smaller, but overall transmittance was under 90%. This showed that these configurations of multiport interferometers still can not be used for large scale matrix multiplication.

