

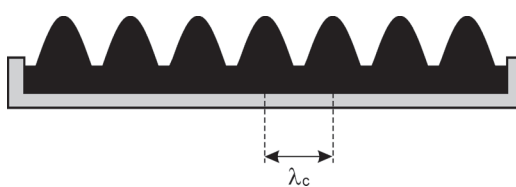
## Ispitivanje uticaja magnetnog polja na kapljicu ferrofluida

Ispitivan je uticaj jačine magnetnog polja na kapljicu ferrofluida. U programskom alatu MATLAB simuliran je model ponašanja kapljica ferrofluida pod uticajem magnetnog polja. Delovanje magnetnog polja, pored deobe, izaziva deformaciju oblika kapljica u dva različita stanja: spljošteno i izduženo. Simulacijom je ispitivano za koje vrednosti jačine magnetnog polja dolazi do deformacije kapljica. Za različite početne uslove, variranjem vrednosti magnetne susceptibilnosti i jačine magnetnog polja ( $\chi = 10, 20, 30, 40, 50$  i  $R_0 B_m = 15, 18, 20, 21$ ), dobijeno je da se deformacije javljaju nakon prelaska kritične vrednosti jačine magnetnog polja, koja zavisi od početnih uslova. Ispitivanjem ponašanja kapljice za fiksne vrednosti početnih uslova pri promeni magnetnog polja, dobijeno je da se povećanjem jačine polja povećava i odnos visine i prečnika kapljica. Variranjem magnetne susceptibilnosti  $\chi$  i parametara  $R_0 B_m$  i  $R_0^2 B_\lambda$  kojim je opisano magnetno polje, ferrofluid se može naći u bistabilnom stanju. Određena je i kritična vrednost broja kapljica ferrofluida (53 kapljice) pri zadatim parametrima u skladu sa parametrima realnog sistema:  $R_0 B_m = 20$  i  $R_0^2 B_\lambda = 15$ , za koju se one u početnom trenutku neće naći u spljoštenom stanju.

## Uvod

Ferrofluid je tečnost koja postaje snažno namagnetisana u prisustvu magnetnog polja. To je koloidna tečnost, odnosno tečnost koja je na prelazu između homogene i heterogene mešavine. Napravljena od nanočestica feromagnetika

i ferimagnetika rasutih u tečnosti, najčešće organskom rastvaraču ili vodi. Postavljanjem ferrofluida u magnetno polje javljaju se različiti fenomeni kao što su šiljate strukture ili različiti obrasci. Šiljate strukture (slika 1) nastaju kao posledica nestabilnosti sistema ferrofluida stvorene pod uticajem vertikalnog magnetnog polja koje utiče na taj ferrofluid i oni su karakterisani kapilarnom talasnom dužinom  $\lambda_c$  (Vieu i Walter 2018). Jedan od primera obrazaca tankih slojeva ferrofluida su lavirintski obrasci (slika 2) koje su otkrili Cebers i Maiorov (Cebers i Maiorov 1980; Timonen *et al.* 2013). Ponašanje pojedinačne kapljice ferrofluida koja se deformiše pod uticajem vertikalnog magnetnog polja ima značajne primene u hemiji, biologiji i inženjeringu (Huebner *et al.* 2008) i inspirisalo je mnoge naučnike



Slika 1. Specifični oblik ferrofluida u prisustvu magnetnog polja sa kapilarnom talasnom dužinom  $\lambda_c$  između pikova (Vieu i Walter 2018)

Figure 1. The specific form of ferrofluid in the presence of a magnetic field with capillary wavelength  $\lambda_c$  between the peaks (Vieu i Walter 2018)

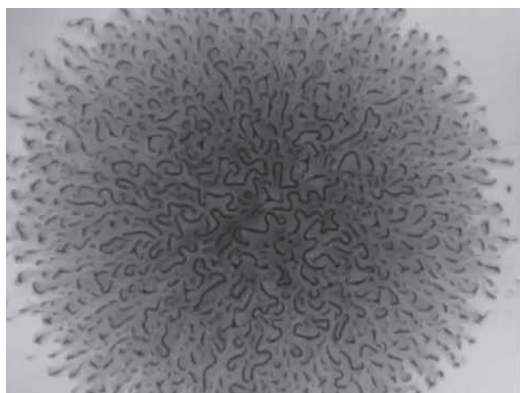
Kristina Vukosavljević (2001), Banja Koviljača, učenica 2. razreda Gimnazije „Vuk Karadžić” u Loznici

### MENTORI:

Stefan Graovac, student doktorskih studija na Fizičkom fakultetu Univerziteta u Beogradu

Nikola Maksić, student Elektrotehničkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

\* Rad je prezentovan na XVII konferenciji „Korak u nauku” 2018. godine

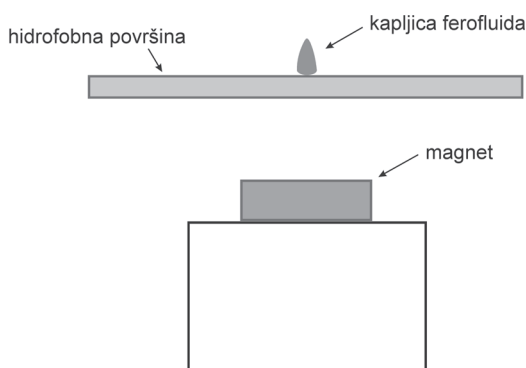


Slika 2. Specifični lavirintski obrasci ferofluida (Timonen *et al.* 2013)

Figure 2. Specific labyrinthine patterns of the ferrofluid (Timonen *et al.* 2013)

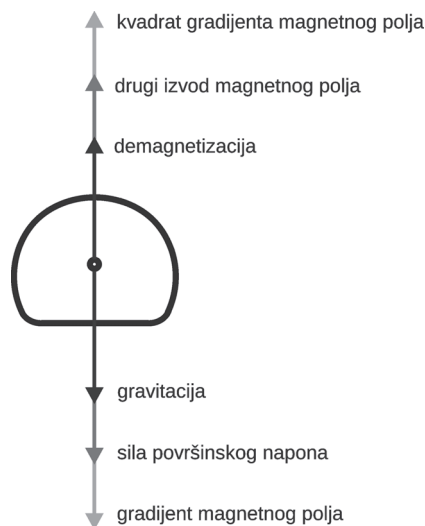
da bliže ispituju njegove karakteristike: Mahr i Rehberg (1998); Friedrichs i Engel (2000); Lange *et al.* (2007) i drugi.

Cilj rada je da se ispita ponašanje kapljice ferofluida u vertikalnom magnetnom polju. Simuliran je eksperiment prikazan na slici 3: kapljica ferofluida se postavi na superhidrofobnu površinu (površina koja sprečava razlivanje ferofluida). Ispod nje, vertikalno naviše, približava se magnet, sa magnetnim poljem čija se jačina pojačava sa smanjivanjem njihovog međusob-



Slika 3. Postavka eksperimenta u radu

Figure 3. Experimental setup of the paper

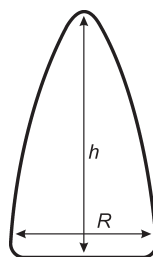


Slika 4. Sile koje deluju na kapljicu ferofluida

Figure 4. Forces which affect a drop of ferrofluid

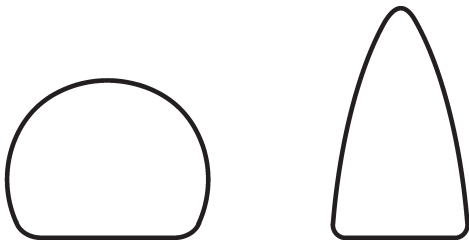
nog rastojanja. Na kapljicu deluje 6 sila koje su prikazane na slici 4.

Da bi se definisao uticaj magnetnog polja na oblik kapljice uvodi se pojam odnosa visine  $h$  i prečnika, koji se u daljem tekstu obeležava sa  $K$  (slika 5). U zavisnosti od parametra  $K$  mogu se uočiti stanja u kojima se može naći kapljica: za  $K < 1$  kapljica se nalazi u spljoštenom stanju, kada je  $K = 1$  kapljica je u obliku sfere i za  $K > 1$  kapljica je u izduženom stanju. Zbog konstantog delovanja sila na kapljicu, ona se ne zadržava u sfernom obliku. Moguća su dva stabilna stanja kapljice (Vieu i Walter 2018): spljošteno i izduženo (slika 6).



Slika 5. Visina i prečnik kapljice

Figure 5. Height and diameter of the droplet



Slika 6. Stanja kapljice: spljošteno stanje kapljice (levo) i izduženo stanje (desno)

Figure 6. States of the droplet: prolate state (left), and oblate state (right)

## Metod

Posmatran je model kapljice koja se nalazi u magnetnom polju koje zavisi od rastojanja između površine ferrofluida i samog magneta.

Ferofluid se u početnom trenutku posmatra kao sloj tečnosti u trodimenzionalnom sistemu  $(x, y, z)$ . Na osnovu jednačina za površinski i zapreminski potencijal (Vieu i Walter 2018), mogu se izvesti sledeće jednačine:

$$H = H_a - NM(H) \quad (1)$$

gde je  $H$  indukovano polje, a  $H_a$  je spoljašnje polje – polje koje potiče od magneta.  $N$  je faktor demagnetizacije, odnosno karakteristika ferrofluida koja opisuje interakcije između njegovih čestica i  $M$  je magnetizacija ferrofluida koja zavisi od indukovano polja  $H$ .

Spoljašnje polje  $H_a$  računa se po formuli:

$$H_a = \frac{M_0}{2} \left( \frac{d + h_0}{\sqrt{(d + h_0)^2 + R^2}} - \frac{d}{\sqrt{d^2 + R^2}} \right) \quad (2)$$

gde je  $M_0$  unutrašnja magnetizacija magneta,  $d$  rastojanje magneta od površine ferrofluida,  $h_0$  visina magneta i  $R$  prečnik magneta.

Faktor demagnetizacije  $N$  može se izraziti na osnovu spoljašnjih parametara kapljice ferrofluida (Vieu i Walter 2018):

$$N = \frac{1 - e^2}{2e^3} \left( -2e + \ln \left( \frac{1 + e}{1 - e} \right) \right) \quad (3)$$

gde je  $e = \sqrt{1 - K^2}$ , pri čemu je  $K$  odnos visine  $h$  i prečnika  $R$  kapljice  $K = h/R$ .

Rešavanjem jednačina (1), (2) i (3) i jednačina iz rada (Vieu i Walter 2018), može zapisati sledeća zavisnost potencijala kapljice:

$$U = \frac{6\pi^2 R_0^4 K^{-2/3}}{3\lambda^2} + R_0^2 f(K) - \frac{2R_0^3 \mu_0}{3\sigma} M(H) \int_0^{H_a(0)} dh_0 - \frac{2R_0^5}{5} \frac{B_v K^{-4/3}}{1 + N_\chi} \quad (4)$$

gde je  $R_0$  poluprečnik sfere koja ima istu zapreminu kao i posmatrana izdužena ili spljoštena kapljica, tj.  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ,  $\lambda$  je karakteristična talasna

dužina koja se računa po formuli:  $\lambda = 2\pi\sqrt{\frac{\sigma}{\alpha}}$ ,  $\sigma$  je

koeficijent površinskog napona ferrofluida,  $\alpha$  parametar ferrofluida, dalje:

$$f(K) = K^{-1/3} \left( K + \frac{\sin^{-1} e}{e} \right)$$

je gradijent indukcije magnetnog polja, a  $N_\chi$  je faktor demagnetizacije ferrofluida magnetne susceptibilnosti  $\chi$ .

Ukoliko se ferrofluid aproksimira kao kapljica elipsoidnog oblika, uvode se dva parametra indukcije polja (Vieu i Walter 2018):

$$B_m = \frac{\mu_0}{\sigma} \chi H^2 \quad (5)$$

$$B_\lambda = \frac{16\pi^2}{9\lambda^2} \quad (6)$$

gde  $B_\lambda$  zavisi od oblika kapljice što vidimo iz jednačine (6).

Na kraju, posmatramo slučaj kada je:  $R_0 B_v \ll B_\lambda$  (Vieu i Walter 2018). Koristeći taj uslov, aproksimiramo vrednost gradijenta indukcije magnetnog polja u jednačini 4. Tada kažemo da je  $B_v = 0$ , i na osnovu te aproksimacije tražimo sledeću zavisnost.

Vrednost parametra  $B_m$  za koju je vrednost potencijala po parametru  $K$  minimalna, dobija se iz sledeće jednačine (Vieu i Walter 2018):

$$R_0 B_m = \frac{(1 + N(K)\chi)^2}{\chi N'(K)} (R_0^2 B_\lambda K^{-5/3} - f'(K)) \quad (7)$$

gde su zavisnosti  $N'(K)$  i  $f'(K)$  prvi izvodi funkcija  $N(K)$  i  $f(K)$  po promenljivoj  $K$ .

Takođe, ovu zavisnost možemo zapisati i u sledećem obliku, da bi se odredila zavisnost parametra  $B_\lambda$  od parametra  $K$ :

$$R_0^2 B_\lambda = \left( R_0 B_m \frac{\chi N'(K)}{(1 + N(K) \chi)^2} + f'(K) \right) K^{-5/3} \quad (8)$$

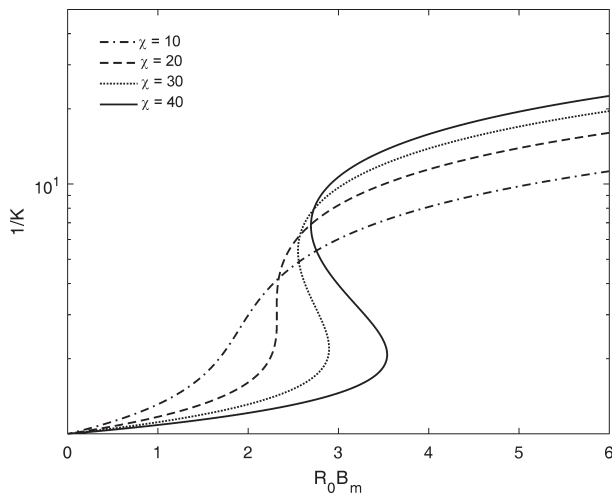
Simulacija je urađena u MATLAB-u rešavanjem jednačina koje opisuju ovaj fenomen.

## Rezultati i diskusija

U radu je posmatrano ponašanje odnosa visine i prečnika kapljice od parametara polja  $R_0 B_m$  i  $R_0^2 B_\lambda$ , kao i od magnetne susceptibilnosti  $\chi$

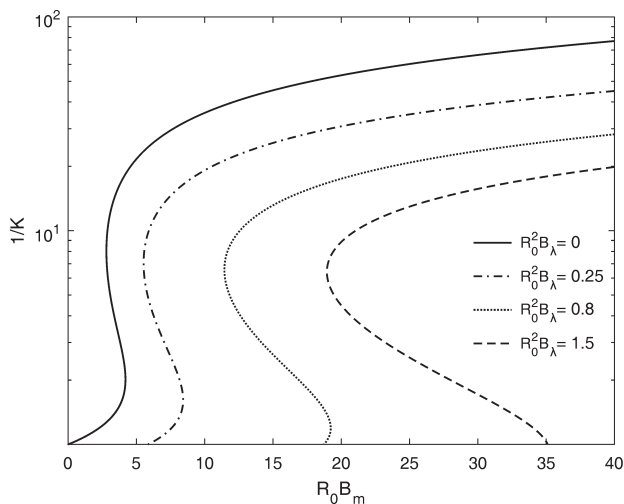
$\chi$  ferrofluida. Posmatrana je i zavisnost potencijala kapljice od njenog oblika.

Na slici 7 prikazan je grafik zavisnost recipročne vrednosti  $K$  od  $R_0 B_m$  za različite vrednosti magnetne susceptibilnosti pri fiksnoj vrednosti parametra  $B_\lambda$  u jednačini (7), koji je radi jednostavnosti uzet da je  $B_\lambda = 0$ . Odnos visine i prečnika kapljice povećava se sa povećanjem jačine magnetnog polja. Za vrednosti magnetne susceptibilnosti 10 i 20, dobijena funkcija je neprekidno rastuća, što je u saglasnosti sa rezultatima iz rada Zhu *et al.* (2011). Pri većim vrednostima kapljica vrši fazni prelaz prvog reda, ili tzv. bistabilno stanje. Na grafiku ova pojava se uočava ukoliko za jednu vrednost parametra  $R_0 B_m$  po-



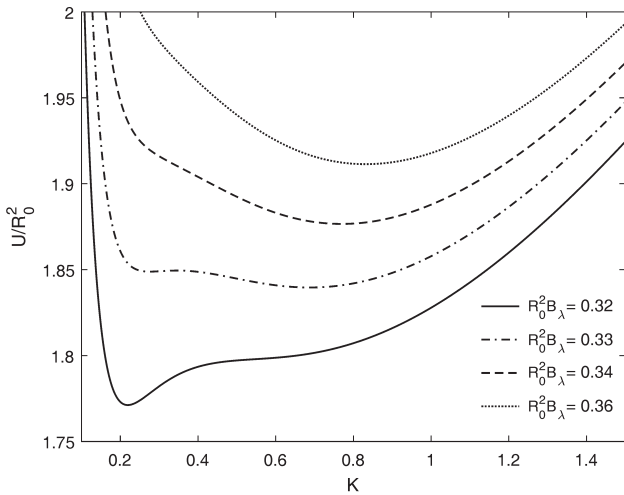
Slika 7. Grafik zavisnosti recipročne vrednosti  $K$  od  $R_0 B_m$  za različite vrednosti magnetne susceptibilnosti

Figure 7. Graph of the reciprocal of  $K$  versus  $R_0 B_m$  for different values of magnetic susceptibility

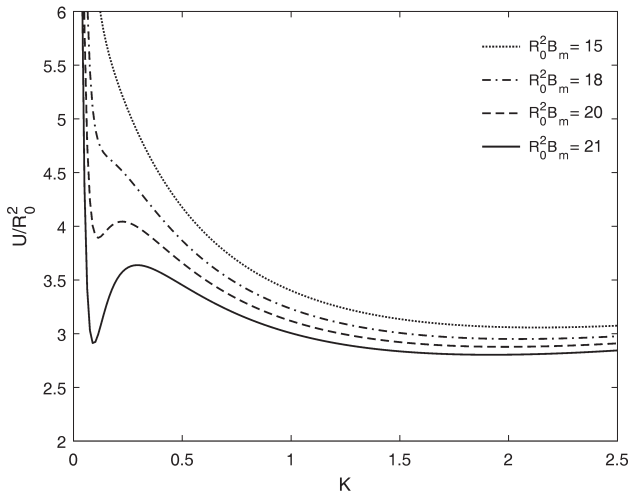


Slika 8. Grafik zavisnosti recipročne vrednosti  $K$  od  $R_0 B_m$  za različite vrednosti  $R_0^2 B_\lambda$

Figure 8. Graph of the reciprocal of  $K$  versus  $R_0 B_m$  for different values of  $R_0^2 B_\lambda$



a



b

Slika 9. Grafik zavisnosti potencijala kapljice od njenog oblika za različite vrednosti  $R_0^2 B_\lambda$  (a) i  $R_0 B_m$  (b)

Figure 9. Graphs of the potential of the droplet versus her shape for different values of  $R_0^2 B_\lambda$  (a) and  $R_0 B_m$  (b)

stoji više recipročnih vrednosti parametra  $K$ . Kapljica se u tom trenutku nalazi samo u jednom od tih stanja, ali zbog nestabilnosti sistema, ona se ne ostaje u tom stanju, već odmah prelazi u stanje sa većom vrednošću parametra oblika  $1/K$ , odnosno stabilno stanje. Uočava se da se pri većim vrednostima magnetne susceptibilnosti opseg bistabilnog stanja povećava (obuhvata više različitih vrednosti  $R_0 B_m$ ).

Ukoliko se posmatra slučaj kada je  $B_\lambda \neq 0$ , dobija se zavisnost recipročne vrednosti  $K$  od parametra  $R_0 B_m$  za različite vrednosti parametra  $R_0^2 B_\lambda$  ( $B_\lambda > 0$ ), pri fiksnoj magnetnoj suscepti-

bilnosti  $\chi = 50$  u jednačini (8) (slika 8). Na ovom grafiku se takođe uočava i pojava praga vrednosti kontrolnog parametra  $R_0 B_m$ . Za datu vrednost parametra  $R_0^2 B_\lambda \neq 0$  uočavamo da se stabilna grana grafika ne pojavljuje za vrednost  $R_0 B_m = 0$ , već da se kapljica tada nalazi u bistabilnom stanju sve dok jačina magnetnog polja ne dostigne određenu vrednost koju nazivamo prag vrednosti. Izvan ove vrednosti, postoje dva tipa faznog prelaza. Na slici 7 se uočava prvi tip: prvi deo linije na grafiku je stabilan, pa vrednost  $1/K$  raste sve dok ne dostigne kritičnu vrednost. Tada sistem postaje nestabilan i vrednost parametra

$1/K$  se naglo povećava. U drugom tipu prelaza, kritična vrednost  $1/K$  je dostignuta, nakon čega sistem prelazi u nestabilno stanje; karakteristično je naglo povećanje  $1/K$ , nakon dostizanja kritične vrednosti (slika 8).

Na slici 9 prikazani su grafici zavisnosti potencijala kapljice od njenog oblika za različite vrednosti  $R_0^2 B_\lambda$  (4), a pri  $\chi = 20$  i  $R_0 B_m = 5$  (slika 9a) i za različite vrednosti  $R_0 B_m$ , pri  $\chi = 50$ , a  $R_0^2 B_\lambda = 1.5$  (slika 9b). Parametri su odabrani kako bi se mogli uporediti sa parametrima realnog sistema. Sa ovih grafika zaključuje se da prolazak kapljice kroz bistabilno stanje nema uticaj na njeno dalje ponašanje, odnosno da gradijent magnetnog polja nastavlja da izdužuje kapljicu nakon što ona izađe iz tog stanja. Takođe, vidimo da pri manjim vrednostima  $R_0^2 B_\lambda$  (slika 9a) i  $R_0 B_m$  (slika 9b) kapljica ima samo jedan minimum, što znači da se ona neće naći u bistabilnom stanju. U oba slučaja, kad kapljica izađe iz bistabilnog stanja i kad se ne pojavi u bistabilnom stanju ona se ponaša isto.

Kada se posmatra veći broj kapljica, na osnovu jednačine (4) može se odrediti kritičnu vrednost broja kapljica za koju se kapljice u početnom trenutku nalaze u bistabilnom stanju. Prvo se postavljaju početni uslovi za parametre magnetnog polja i nakon toga posmatra se potencijalnu energiju za svaku vrednost broja kapljica, povećavanjem broja kapljica, počevši od jedne. Ukoliko kapljica pri nekoj vrednosti jačine polja ima jedan minimum na grafiku zavisnosti potencijala kapljice od jačine polja, ona se nalazi u stabilnom stanju, a ukoliko ima dva, onda je u bistabilnom. Zadavanjem parametara u skladu sa parametrima realnog sistema:  $R_0 B_m = 20$  i  $R_0^2 B_\lambda = 15$ , dobija se da je ta kritična vrednost broja kapljica  $n = 53$  kapljice.

Rezultati koji su dobijeni se poklapaju sa rezultatima iz rada Vieu i Walter (2018). Takođe, rezultati dobijeni za zavisnost potencijala kapljice od njenog oblika poklapaju se sa rezultatima eksperimenta iz rada Rowghanian *et al.* (2016). Model bi mogao da se unapredi tako što bi posmatrao realniji slučaj: ukoliko se ne zanemari uticaj gradijenta magnetnog polja  $B_v$ . I na kraju, model bi mogao da se testira tako što bi se uporedili rezultati dobijeni eksperimentalno i simulacijom za iste parametre.

## Zaključak

U ovoj radu je ispitivan uticaj magnetnog polja na kapljicu ferrofluida. Simulacijom u MATLAB-u modelovana je kapljica koja se nalazila na superhidrofobičnoj površini, a ispod nje nalazio se magnet, čijim se pomeranjem varirala jačina magnetnog polja. Utvrđeno je da se odnos visine i prečnika kapljice povećava sa povećanjem jačine magnetnog polja. Za male susceptibilnosti, dobijena zavisnost se može opisati funkcijom koja je neprekidna i rastuća. Ustanovljeno je da postoji fazni prelaz prvog reda ili tzv. bistabilno stanje koje se u zatom opsegu vrednosti magnetne susceptibilnosti pojavljuje samo za veće vrednosti. Pri tim vrednostima magnetnog polja, kapljica se za više različitih vrednosti kontrolnih parametara ( $R_0 B_m$  i  $R_0^2 B_\lambda$ ) nalazi u bistabilnom stanju. Zatim, uočeno je da postoji kritična vrednost jačine magnetnog polja pri kojoj kapljica počinje da se deformiše, odnosno da pri malim vrednostima jačine polja ne dolazi do izduženog stanja kapljice. Ukoliko je jačina magnetnog polja veća od kritične, dobijeno je da se kapljica u početnom trenutku nalazi u izduženom stanju. Pored jačine polja, određena je i kritična vrednost broja kapljica ferrofluida za koju se one u početnom trenutku nalaze u tom stanju. Dobijeni rezultati se poklapaju sa pretpostavkama iz referentnog rada (Vieu i Walter 2018), kao i sa teorijskom pretpostavkom. Rad bi mogao da se dalje unapredi ispitivanjem zavisnosti kritične vrednosti jačine magnetnog polja od parametra  $K$ , kao i da se odredi zavisnost visine kapljice od početnih parametara.

**Zahvalnost.** Zahvaljujem se mentorima Nikoli Maksiću i Stefanu Graovcu na pruženoj pomoći i saradnji, kao i rukovodiocu programa Petru Bojoviću na ukazanoj podršci.

## Literatura

Cebers A., Maiorov M. M. 1980. Magnetostatic instabilities in plane layers of magnetizable liquids. *Magnitnaya gidrodinamika/Magnetohydrodynamics*, 16 (2): 126.

Friedrich R., Engel A. 2000. Statics and dynamics of a single ferrofluid-peak. *European Physical Journal B*, **18** (2): 329.

Huebner A., Sharma S., Srisa-Art M., Hollfelder F., Edel J. B., Demello A. J. 2008. Microdroplets: a sea of applications? *Lab on a Chip*, **8**: 1244.

Lange A., Langer H., Engel A. 2000. Dynamics of a single peak of the Rosensweig instability in a magnetic fluid. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **140** (3): 294.

Lange A., Richter R., Tobiska L. 2007. Linear and nonlinear approach to the Rosensweig instability. *GAMM-Mitteilungen*, **30** (1): 171.

Mahr T., Rehberg I. 1998. Nonlinear dynamics of a single ferrofluid-peak in an oscillating magnetic field. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **111** (1): 335.

Rowghanian P., Meinhart C. D., Campas O. 2016. Dynamics of ferrofluid drop deformations under spatially uniform magnetic fields. *Journal of Fluid Mechanics*, **802**: 245.

Timonen J. V. I., Latikka M., Leibler L., Ras R. H. A., Ikkala O. 2013. Switchable static and dynamic self-assembly of magnetic droplets on superhydrophobic surfaces. *Science*, **341**: 253.

Vieu T., Walter C. 2018. Shape and fission instabilities of ferrofluids in non-uniform magnetic fields. *Journal of Fluid Mechanics*, **840**: 455.

Zhu G-P, Nguyen N-T., Ramanujan R. V., Huang X-Y. 2011. Nonlinear deformation of a ferrofluid droplet in a uniform magnetic field. *Langmuir*, **27** (24): 14834.

---

Kristina Vukosavljević

## Investigation of the Influence of the Magnetic Field on a Ferrofluid Droplet

The goal of this paper is analyzing how a magnetic field affects a droplet of ferrofluid. In the MATLAB software tool I simulated a model of ferrofluid droplets affected by a magnetic field. The action of a magnetic field on ferrofluid droplets can cause the droplet to deform into two different states: prolate and oblate. In addition to the deformation of the droplet's shape, large droplets can be divided into smaller ones if a sufficiently strong magnetic field is applied.

The simulation was used to examine for which values of the magnetic field strength the deformation of the droplets occurs. For different initial parameters ( $\chi = 10, 20, 30, 40, 50$  and  $R_0 B_m = 15, 18, 20, 21$ ) it was obtained that the deformations occur only after exceeding the critical value of the magnetic field strength which differs for the initial conditions. By examining the behavior of a droplet for fixed values of the initial conditions when the magnetic field changes, it was found that the ratio of the height and diameter of the droplet increases with increasing the magnetic field strength. By varying the value of magnetic susceptibility (magnetic permeability, physical quantity describing the property of matter to be magnetized in a magnetic field) and the parameters  $R_0 B_m$  and  $R_0^2 B_\lambda$ , which describes the magnetic field, ferrofluid can be found in the bi-stable state. The critical value was determined for the number of ferrofluid droplets ( $n = 53$ ) at the given parameters in accordance with the parameters of the real system:  $R_0 B_m = 20$  and  $R_0^2 B_\lambda = 15$  for which they would not be found in a flat state at the initial moment. 