

Karakteristike mreže poznanstava u populaciji sa izraženim podgrupama

U ovom radu predstavljamo model rasta društvene mreže motivisan međusobnim upoznavanjem polaznika različitih seminara u Petnici, koju čine dve interagujuće podgrupe pojedinaca. U okviru modela, najpre generišemo mreže početnih podgrupa koristeći dva algoritma: Watts-Strogatz i Barabási-Albert. U prvom slučaju, rezultujuća mreža ima small-world strukturu, koju karakterišu kratak srednji put i visok koeficijent klasterovanja; u drugom slučaju se dobija mreža sa scale-free strukturom, za koju je karakteristično prisustvo dobro povezanih pojedinaca i čiji je koeficijent klasterovanja jednak nuli. Rast mreže se potom realizuje putem postepenog povezivanja pojedinaca iz različitih grupa, pri čemu smo dodatno razmatrale i efekat ostvarivanja novih poznanstava među pojedincima unutar početnih podgrupa logikom preferencijalnog povezivanja, što znači da čvorovi koji imaju više linkova lakše ostvaruju nove veze. Cilj rada je određivanje osobina mreža koje nastaju simulacijom ovih modela. Karakteristike koje se računaju uključuju koeficijent klasterovanja (broj koji opisuje koliko često su susedi prosečnog čvora i međusobno povezani), srednji najkraći put, srednji betweenness centrality (za svaki čvor broj najkraćih puteva koji prolazi kroz taj čvor). Na osnovu rezultata zaključujemo da struktura početnih podgrupa ne utiče na topološke karakteristike rezultujuće mreže u dugovremenskom limesu, već je važan samo ukupan broj ostvarenih veza.

Uvod

Mreže poznanstva su sastavni deo naših života. Mnogobrojni primeri uključuju škole, online društvene mreže, mreže citiranosti naučnika, saradnje glumaca, i dr. (Albert i Barabási 2002). Kod analize socijalnih mreža se kroz pristup zasnovan na teoriji kompleksnih mreža proučavaju interakcije među individuama od kojih se mreža sastoji. Pored analize podataka, važno je razviti matematičke modele kojim se te mreže mogu opisati. Razvoj pojednostavljenog modela za cilj ima uspostavljanje kontrolne mreže sa kojim bi realni podaci o društvenim mrežama mogli da se poredi u budućnosti.

Iako različite socijalne mreže imaju različite strukture, mogu se primetiti karakteristike koje su zajedničke za neke klase mreža. Tako se, na primer, mogu uočiti mreže kod kojih se izdvajaju grupe prijatelja koji su unutar sebe bolje povezani nego sa ostatkom mreže. Ovakvu strukturu mreže poznanstva imaju, između ostalog, škole u kojima se kao podgrupe izdvajaju odeljenja, ili Istraživačka stanica Petnica u kojoj su polaznici podeljeni po seminarima. Kod ovakvih populacija je velika verovatnoća da ćemo poznavati osobu ukoliko sa njom imamo puno zajedničkih prijatelja, ali pored toga svako ima dodatne prijatelje koji ne poznaju nikoga iz naše podgrupe (npr. prijatelji iz drugog mesta). Na nivou cele mreže, pojedinci interaguju kako sa pojedincima iz svoje grupe, tako i sa pojedincima iz drugih grupa, pri čemu pravila ostvarivanja linkova unutar i izvan grupe nisu nužno ista.

Isidora Majkić (2002), Pančevo, učenica 2. razreda Matematičke gimnazije u Beogradu

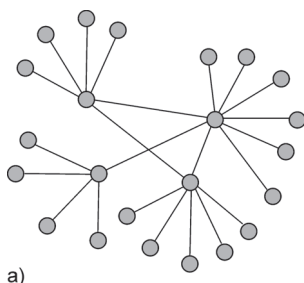
MENTORKE:

dr Aleksandra Alorić, Institut za fiziku u Beogradu

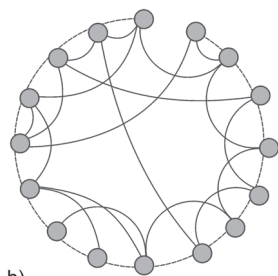
dr Iva Bačić, Institut za fiziku u Beogradu

Među najpopularnijim matematičkim modelima mreža koji se koriste za opis socijalnih interakcija su:

- 1) *Scale-free mreže* (slika 1a) koje karakterišu prisustvo dobro povezanih pojedinaca (tzv. habovi) i distribucija broja suseda koja prati stepeni zakon (Albert i Barabási 1999, Barabási 2016),
- 2) *Small-world mreže* (slika 1b) koje karakterišu visok koeficijent klasterovanja i mali srednji najkraći put (Watts i Strogatz 1998, Barabási 2016).



a)



b)

Slika 1. Primeri scale-free (a) i small-world (b) mreže (prema Skorin-Kapov *et al.* 2009)

Figure 1. Examples of a scale-free (a) and a small world (b) network (adopted from Skorin-Kapov *et al.* 2009)

Pošto su prethodno uočene karakteristike ovih mreža, mi smo se bavile karakteristikama mreže koja se sastoji od dve interagujuće podmreže sa navedenim početnim topološkim strukturama. Odabrale smo da razmatramo slučaj dve podmreže, jer se one pojavljuju kao osnovni motiv koji se ponavlja u široj mreži koja se sastoji iz većeg broja podgrupa (Petnica). Poznanstva između takve dve podmreže, tj. pojedinaca iz razli-

čitih mreža, simuliraju se postepenim dodavanjem unapred zadatog broja veza između početnih podmreža.

Imajući u vidu da u realnim društvenim mrežama vremenom nastaju dodatna poznanstva i unutar pojedinačnih mreža, razmatrale smo i slučajeve podmreža kod kojih se u toku evolucije uvode novi linkovi u skladu sa pravilom preferencijalnog povezivanja. Kod preferencijalnog povezivanja, pojedinci koji imaju veći broj poznanstava imaju i veću verovatnoću da stiču nova poznanstva. Izbor ovog pravila je motivisan realnim društvenim procesima, gde neretko dobro povezani pojedinci lakše upoznaju nove osobe, dok pojedinci sa malim brojem poznanika teže stiču nova poznanstva. Najpoznatiji primer je bogati postaju bogatiji, gde će već bogati ljudi lakše i brže ostvarivati nove prihode.

Cilj ovog rada je razvoj algoritma za modeliranje evolucije opisane mreže poznanstava i kvantifikovanje tako dobijene mreže.

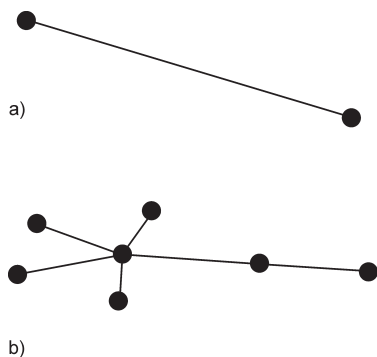
Model

Model generiše dve podmreže (grupe) karakterističnih topologija, čiji agenti kroz višestruke iteracije ostvaruju međugrupne linkove. Dodatno razmatramo i scenarije u kojima se tokom iteracija i unutar početnih grupa vremenom ostvaruju novi linkovi. Početne podmreže se generišu na dva načina u zavisnosti od željene topologije: kao scale-free mreže i kao small world mreže.

1. **Scale-free mreže** se generišu Barabási-Albert (BA) modelom (Albert i Barabási 2002). BA model počinje od inicijalne mreže sa m potpuno povezanih čvorova. Opredelile smo se za uobičajenu vrednost parametra $m = 2$ (slika 2a). Rast mreže se ostvaruje pojedinačnim dodavanjem novih čvorova koji uspostavljaju po jednu vezu sa nekim od čvorova iz postojeće mreže (slika 2b).

Svaki novi agent bira i -tog agenta u mreži. Sa k_i označava se broj njegovih suseda. Verovatnoća $P(i)$ da će se novi čvor vezati za postojeći i -ti čvor je zadata formulom $P(i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j}$, gde

imenilac predstavlja ukupan broj suseda svakog pojedinca u mreži, što odgovara dvostrukom broju ostvarenih linkova. Pošto je verovatnoća



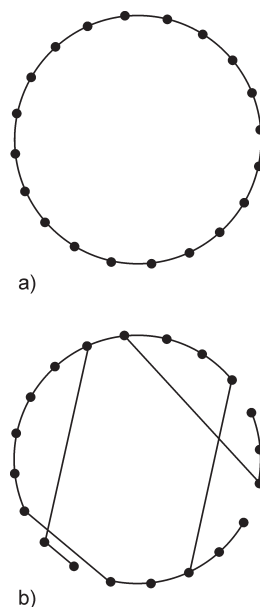
Slika 2. Vizualizacija BA modela: počinje se od mreže sa $m = 2$ povezana agenta (a), nakon čega se novi agenti uključuju preferencijalnim povezivanjem (b). Slika ilustruje stanje posle 5 iteracija.

Figure 2. BA model visualization: starting from a network with $m = 2$ connected agents (a), new agents are introduced by preferential attachment (b). The figure illustrates the state after 5 iterations.

direktno proporcionalna broju suseda, najverovatnije je da će se novi agent povezati sa čvorom koji ima najviše linkova, što rezultuje pojavom najpopularnijih agenata. Ovakvu raspodelu objašnjava i stepeni zakon kojim opisujemo distribuciju broja suseda, jer veliki broj čvorova ostvaruje mali broj veza, dok malobrojni „poznati” imaju veliki broj poznanika, kao na slici 1a.

2. **Small world mreže** se generišu Watts-Strogatz (WS) modelom (Watts i Strogatz 1998). U WS modelu se polazi od lanca u kojem svaki čvor ima k suseda (u našem slučaju $k = 2$, kao na slici 3a). Potom se nasumično odabrani linkovi prepovezuju sa verovatnoćom $r \in (0.001, 0.1)$ (slika 3b). U radu smo fiksirale $r = 0.05$, ali očekujemo da su rezultati za druge vrednosti koje pripadaju pomenutom intervalu uporedivi sa našim.

Međugrupni linkovi se stvaraju u svakoj iteraciji nasumičnim povezivanjem agenata različitih grupa sa unapred zadatom verovatnoćom, kao na slici 4 gde su prikazana 2 međugrupna linka. Mi smo fiksirale vrednosti verovatnoće ostvarivanja linkova na dve vrednosti: $p = \{0.001, 0.0001\}$. Važno je da verovatnoća za međuseminarsko upoznavanje ne bude velika, jer se

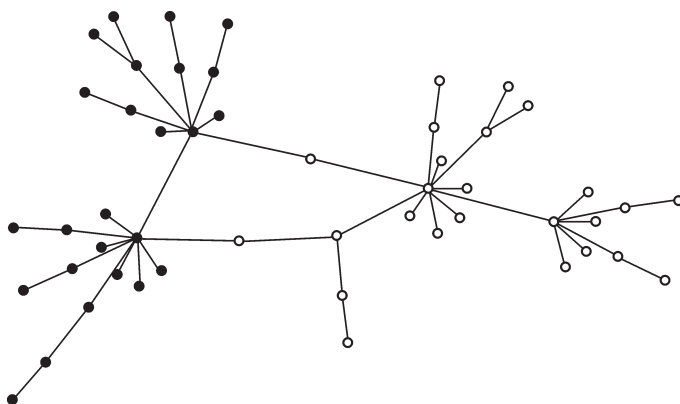


Slika 3. Vizualizacija WS modela: počinje se od regularnog lanca u kom svaki čvor ima dva suseda (a), nakon čega se linkovi prepovezuju sa unapred zadatom verovatnoćom r (b); na slici je ta verovatnoća $r = 0.2$ (prema Cohen *et al.* 2009).

Figure 3. WS model visualization: starting from a regular ring lattice where each node has two neighbours (a), links are rewired with given probability r (b); in Figure $r = 0.2$ (adopted from Cohen *et al.* 2009).

potpuna poveznost između dve podgrupe dobija ukoliko je $p > \frac{(\text{broj agenata u podgrupi})^2}{2 \times (\text{broj vremenskih iteracija})}$.

U slučajevima kada se stvaraju novi linkovi unutar početnih grupa, pojedinci se spajaju po logici preferencijalnog povezivanja, tj. „poznatiji” čvorovi lakše dobijaju nove susede. Ovaj proces smo implementirale B modelom, kod kojeg se čvorovima već postojeće mreže dodaju novi linkovi koji se ostvaruju sa nekim i -tim čvorom sa istom verovatnoćom kao u BA modelu, $P(i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j}$. Za razliku od scenarija koji odgovara BA modelu, kod B modela mreža ne raste. Kao rezultat te razlike, distribucija broja



Slika 4. Dve scale free mreže i prikaz nasumičnog međugrupnog povezivanja

Figure 4. Two scale free networks with randomly placed connections between them

suseda mreža generisanih samo B modelom ne prati stepeni zakon.

U svakoj od razmatranih varijanti, podmreže su jednake veličine i sastoje se od 1000 čvorova, tako da se cela mreža sastoji od 2000 čvorova. Broj termina je fiksiran na 100, gde pod *terminom* smatramo jednu priliku za upoznavanje, tj. jednu iteraciju.

Razlikujemo četiri modifikacije modela:

1. dve interagujuće scale-free podmreže (BA)
2. dve interagujuće scale-free mreže koje se menjaju kroz vreme (BA+B)
3. dve interagujuće small-world mreže (WS)
4. dve interagujuće small-world mreže koje se menjaju kroz vreme (WS+B)

Rezultati i diskusija

Da bismo topološki okarakterisale dobijene mreže, posmatrane su sledeće tri veličine:

1. *Srednji najkraći put* – predstavlja srednju vrednost svih najkraćih rastojanja između svaka dva para čvorova mreže.
2. *Betweenness centrality* (BC) – za svaki čvor određuje koliko najkraćih puteva je prošlo kroz taj čvor; posmatrane su srednje vrednosti u svakoj iteraciji.
3. *Koeficijent klasterovanja* – odnos ostvarenih i mogućih broja tripleta agenata koji su međusobno povezani svaki sa svakim.

Predstavljeni su rezultati dobijeni usrednjavanjem pet realizacija svake modifikacije modela za iste parametre verovatnoće ostvarivanje međuseminarskih linkova, konkretno $p = \{0.001, 0.0001\}$.

Srednji najkraći put

Predloženi model predstavlja jednostavan model rasta, koji jedan deo svojih veza, tj. međugrupne veze, ostvaruje nasumično. To nas je navelo da uporedimo vrednosti za srednji najkraći put za mreže generisane našim modelom i za uobičajene nasumične mreže (mreže kod kojih su sve veze među čvorovima raspoređene nasumično), i da istražimo da li su neke karakteristike novonastalih mreža drugačije od odgovarajućih nasumičnih kontrolnih mreža.

Važno je napomenuti da se nasumične mreže određuju brojem agenata i brojem linkova. Znamo da je broj agenata konstantan, ali broj linkova raste svakom iteracijom, i to različitim dinamikom ukoliko se uspostavlja dodatna preferencijalna povezivanja unutar podgrupa B modelom. Stoga razlikujemo dve nasumične mreže čiji trend pratimo:

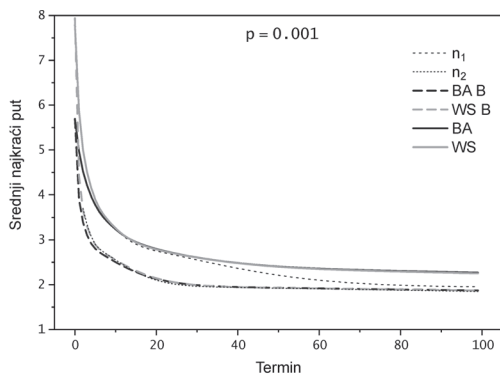
- nasumične mreže sa

$$n_1(t) = 2 \cdot 1000 + t \cdot p \cdot 1000^2 \quad (1)$$

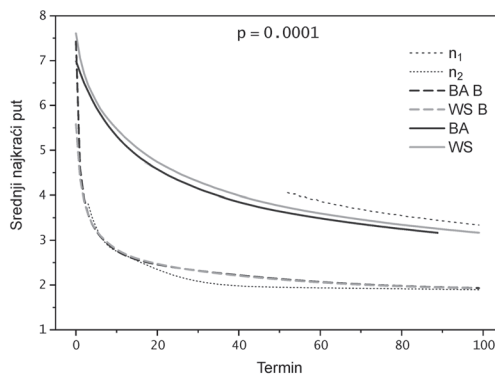
linkova (t označava vreme, odnosno termin); ovoliko linkova imaju mreže generisane našim modelom bez dodatnog povezivanja unutar grupe (po 1000 početnih linkova u inicijalnim podgrupama i u svakoj iteraciji se ostvaruje $100 \cdot p$ procenata od svih mogućih linkova koji zahtevaju agente iz različitih podgrupa)

- nasumične mreže sa

$$n_2(t) = 2 \cdot 1000 + t \cdot p \cdot 1000^2 + (t-1) \cdot 2 \cdot 1000 \quad (2)$$



a)



b)

Slika 5. Srednji najkraći put u funkciji vremena, pri verovatnoćama ostvarivanja međugrupnih linkova $p = 0.001$ (a) i $p = 0.0001$ (b); n_1 i n_2 su određeni formulama (1) i (2), respektivno.

Figure 5. Average shortest path as a function of time, for inter-group link probabilities $p = 0.001$ (a) and $p = 0.0001$ (b); n_1 and n_2 are defined by (1) and (2), respectively.

linkova; ovaj broj linkova se javlja ukoliko postoji dodatno (preferencijalno) povezivanje unutar grupa (pored n_1 linkova, tu su i linkovi ostvareni B modelom, svakom iteracijom po 1000 novih linkova u obe podgrupe, počev od druge po redu).

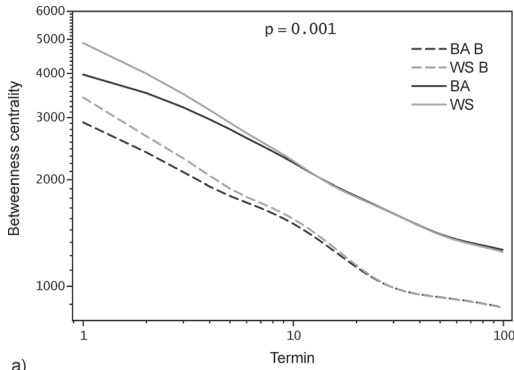
Sa slike 5 zaključujemo da nakon velikog broja povezivanja struktura, veza među čvorovima ne zavisi od toga kako su početno bile povezane podgrupe, pošto se krive koje odgovaraju mrežama čije su podgrupe generisane i BA i WS modelom poklapaju. Ipak, prisustvo B modela utiče na srednji najkraći put mreža. Ako B model nije uključen, unutar podgrupa se neće ostvarivati druge veze osim početnih, tako da će srednje najkraće rastojanje dostići neku najmanju graničnu vrednost ispod koje neće ići, koja nije 1, jer se inicijalno svi čvorovi unutar podgrupa neće međusobno povezati, pa će najkraći put između njih uvek morati da bude preko nekih drugih čvorova, bilo iz svoje, bilo iz druge podgrupe. Ovo svakako nije slučaj kod mreža gde postoji dodatno preferencijalno povezivanje, ili kod nasumičnih mreža, koje će u dugoročnom vremenskom limesu dostići topologiju u kojoj su svi povezani sa svima, što vodi tome da je najkraći put između svaka dva čvora 1, pa je i srednji najkraći put 1. Tako se mreže generisane našim modelom koji ne uključuje B model, u dugoročnom

vremenskom limesu značajno razlikuju od njihovih kontrolnih mreža. Ovo uočavamo na slici 5a, ali bi se isto uočilo i u slučaju manjeg p , samo posle većeg broja iteracija.

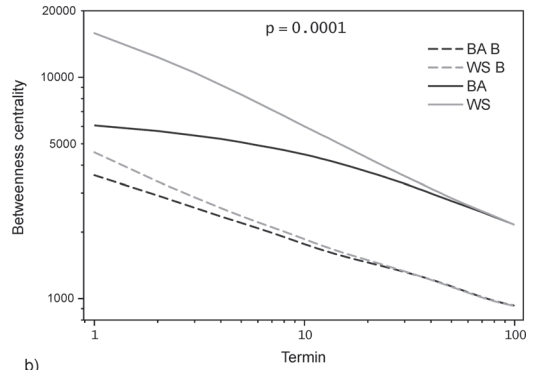
Razlike se javljaju i u kratkoročnom vremenskom limesu i to u kvalitativnom smislu, jer nasumične mreže ne mogu podstići da je mreža povezana, odnosno javljaju se odvojene komponente, pa srednji najkraći put kod takvih mreža ni ne postoji, što kod generisanih mreža našim modelom nije slučaj.

Betweenness centrality (BC)

Na slici 6 prikazana je zavisnost srednjeg BC u funkciji vremena. Pošto na log-log graficima uočavamo linearnu zavisnost, zaključujemo da BC eksponencijalno opada kako se broj linkova povećava. Opadanje je očekivano jer kako se mreža zgušnjava, tako se najkraći put između dva proizvoljna čvora smanjuje, odnosno između njih postoji manji broj čvorova. Takođe, ponovo se javlja separacija slučajeva samo po tome da li je B model uključen ili ne, odnosno da li postoje dodatna preferencijalna povezivanja unutar podgrupa, dok topologija početnih podgrupa nema uticaj. Ovo se događa jer su kod mreža gde postoji dodatno preferencijalno povezivanje habovi još izraženiji, pošto u svakoj iteraciji dobijaju



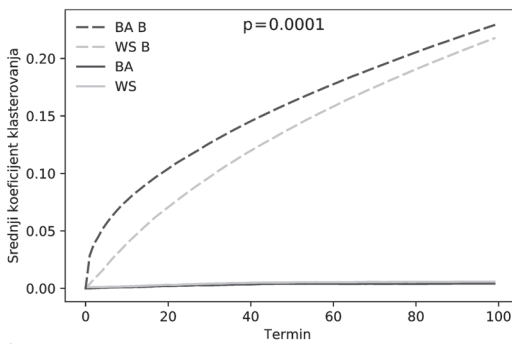
a)



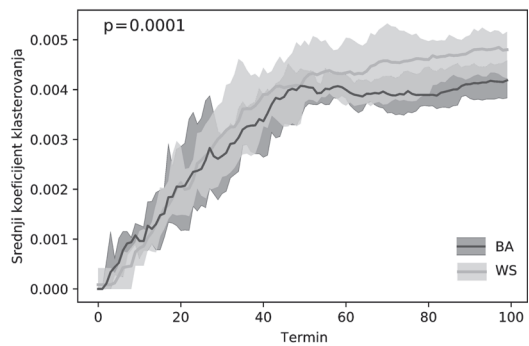
b)

Slika 6. Srednje vrednosti za betweenness centrality u funkciji vremena, pri verovatnoćama ostvarivanja međugrupnih linkova $p = 0.001$ (a) i $p = 0.0001$ (b)

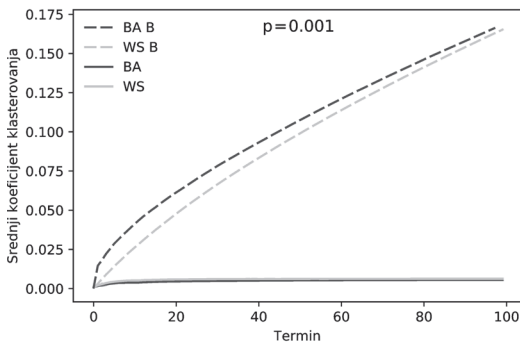
Figure 6. Average betweenness centrality as a function of time, for inter-group link probabilities $p = 0.001$ (a) and $p = 0.0001$ (b)



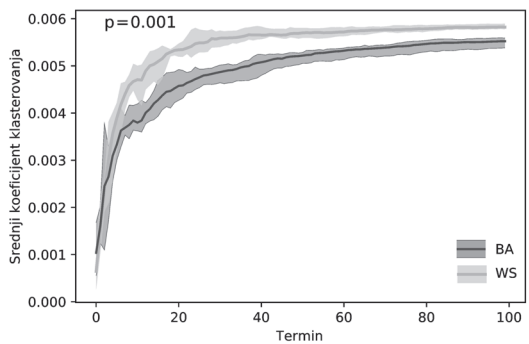
a)



b)

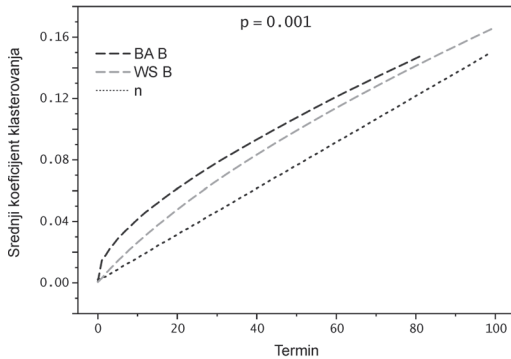


a)

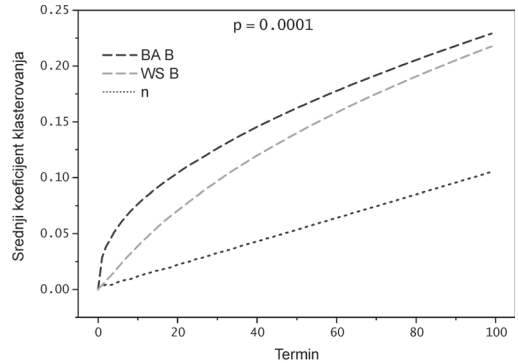


Slika 7. Srednji koeficijent klasterovanja u funkciji od vremena, pri verovatnoćama ostvarivanja međugrupnih linkova $p = 0.001$ (a) i $p = 0.0001$ (b). Sa desne strane su uvećani BA i WS grafici.

Figure 7. Average clustering coefficient as a function of time, for inter-group link probabilities: $p = 0.001$ (a), and $p = 0.0001$ (b). Magnified BA and WS plots are given on the right side.



a)



b)

Slika 8. Srednji koeficijent klasterovanja u funkciji od vremena za nasumičnu mrežu (n), kod koje je broj linkova određen formulom (2), i mreža generisanih našim modelom (BA B i WS B), pri verovatnoćama ostvarivanja međugrupnih linkova $p = 0.001$ (a) i $p = 0.0001$ (b)

Figure 8. Average clustering coefficient as a function of time for a random network (n), with the number of links defined by formula (2), and for networks generated by our model (BA B and WS B), for inter-group link probabilities $p = 0.001$ (a) and $p = 0.0001$ (b)

veliki broj novih suseda. To dovodi do toga da većina najkraćih puteva prolazi kod njih, dok većina ostalih čvorova nema puno najkraćih puteva koji prolaze kroz njih, što samim tim dovodi do manje srednje vrednosti.

Srednji koeficijent klasterovanja

Sa slike 7 vidimo da kada postoji dodatno povezivanje unutar podgrupa (B model), koeficijent klasterovanja raste sa vremenom, dok bez B modela nakon nekog broja iteracija koeficijent klasterovanja dostiže stabilnu vrednost (grafici desno). Uočavamo da konačna vrednost koeficijenta klasterovanja u dugovremenskom ne zavisi od početne topologije mreže.

Poređenjem slika 7a i 7b vidimo da se stabilna vrednost koeficijenta klasterovanja mreža bez dodatnog povezivanja unutar podgrupa brže postiže za veće verovatnoće sklapanja međugrupnih linkova (što ima smisla s obzirom na to da očigledno brže dolazi do zatvaranja svih mogućih trouglova).

Dodatno smo poredile koeficijent klasterovanja naših mreža sa B modelom sa nasumičnim mrežama sa odgovarajućim brojem linkova, tj. sa n_2 linkova (slika 8). Zanimljivo je što je koeficijent klasterovanja veći kod mreža generisanim našim

modelom nego kod nasumičnih mreža, čak i kod onih sa početnom topologijom podgrupa koji odgovara scale free mrežama, koje same po sebi nemaju koeficijent klasterovanja, a i da on raste i značajnije se razlikuje od koeficijenta klasterovanja njene kontrolne nasumične mreže kada je p manje (slika 8).

Konačno, možemo sumirati da polazna struktura ima svoju ulogu samo u početnim terminima, i to se posebno očitava kod koefijenta klasterovanja. Međutim, nakon dovoljno dugog vremenskog perioda posmatrane mreže se razlikuju samo na osnovu toga da li postoji dodatno povezivanje unutar grupa. Interesantno za naš model je da generiše mreže sa većim koeficijentom klasterovanja od nasumičnih mreža sa istim brojem čvorova i veza.

Zaključak

Motivisane mrežama poznanstava koje se sastoje od dobro povezanih podgrupa, kao što je Petnica, bavile smo se modelom rasta mreže sa dve izražene podgrupe i karakteristikama tako generisanih mreža. Polazna tačka našeg modela su dve razdvojene podgrupe čije inicijalne topologije mogu biti scale-free ili small-world. Zatim

se, sa određenom verovatnoćom, u iteracijama dodaju nove međugrupne veze kojima se simulira postepeno upoznavanje osoba iz različitih podgrupa. Takođe, razmatramo slučaj kada se i unutar podgrupa kroz iteracije ostvaruju nova poznanstva logikom preferencijalnog povezivanja, i poredimo ishode ova dva scenarija.

Rezultati pokazuju da topologija početnih podgrupa utiče na karakteristike mreže samo u početnim iteracijama, dok njen uticaj vremenom slabi, kako raste broj linkova u celoj mreži.

S druge strane, ukoliko se istovremeno preferencijalnim povezivanjem uvode nove veze i unutar podgrupa (B model), rezultujuća topologija povezanosti će se kvalitativno razlikovati.

Srednji najkraći put u svakom od razmatranih scenarija eksponencijalno opada, ali je povezanost cele mreže veća ukoliko postoji dodatno povezivanje unutar podgrupa. Sličan zaključak je i za betweenness centrality – ovaj parametar pokazuje da je protok informacija efikasniji ukoliko uključimo B model. Pomenuta kvalitativna razlika se najbolje ogleda u ponašanju koeficijenta klasterovanja: kada se novi linkovi uspostavljaju samo između podgrupa, a ne i unutar njih, koeficijent klasterovanja ostaje blizak nuli, dok dodatno povezivanje unutar podgrupa znatno pospešuje klasterovanje.

Poređenjem mreža generisanih našim modelom sa nasumičnim mrežama, zaključujemo da je trend ponašanja srednjeg najkraćeg puta isti ako nema dodatnog preferencijalnog povezivanja, ali drugačiji ako B model nije uključen. Koeficijent klasterovanja se svakako razlikuje.

Očekujemo da se rezultati mogu generalizovati na mreže sa većim brojem podgrupa. Realnije modeliranje petničke mreže poznanstava svakako bi podrazumevalo razvoj mreže sa većim brojem podgrupa, pri čemu podgrupe interaguju postepeno, a ne istovremeno, odražavajući činjenicu da se seminari održavaju u različitim terminima, i da prilika za upoznavanje ima manje.

Zahvalnost. Zahvaljujem se svojim mentorima Ivi Bačić i Aleksandri Alorić na ogromnoj pomoći i još većoj posvećenosti prilikom rada na ovom projektu.

Literatura

Albert R., Barabási L. A. 2002. Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, **74** (1): 47.

Albert R., Barabási L. A. 1999. Emergence of Scaling in Random Networks. *Science*, **286** (5439): 509.

Barabási L. A. 2016. *Network Science*. Cambridge: Cambridge University Press

Cohen R., Dawid D. J., Kardar M., Bar-Yam Y. 2009. Unusual percolation in simple small-world networks. *Physical Review E: Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, **79** (6): 066112.

Skorin-Kapov N., Tonguz O. K., Puech N. 2009. Toward Efficient Failure Management for Reliable Transparent Optical Networks. *IEEE Communications Magazine*, **47** (5): 72.

Watts D., Strogatz S. 1998. Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, **393** (6684): 440.

Isidora Majkić

Features of a Social Network with Apparent Subgroup Structure

In this paper, we present a model for the growth of a social network with two interacting subgroups, with the goal to understand how students of different seminars form connections in Petnica Science Center.

Within the model, we generate the initial subgroup networks using either the Watts-Strogatz or the Barabási-Albert algorithm. In the former case, we obtain small-world networks, characterized by a short average path length and a high clustering coefficient, while in the latter case, we obtain scale-free networks, characterized by the presence of well-connected individuals and a zero clustering coefficient. The network growth is realized by gradually introducing links be-

tween individuals from different subgroups. Additionally, we consider the effect of forming new links between individuals from the same initial subgroups according to the preferential attachment rule, whereby popular individuals are more likely to acquire new links. The aim of the project is to determine the characteristics of networks that are generated by these models.

The relevant characteristics include the clustering coefficient (a number that describes how often the neighbours of the average node are also connected), mean shortest path, betweenness centrality (number of shortest paths passing through a given node).

Our results indicate that the structure of the initial subgroups does not affect the mean shortest path and the mean betweenness centrality, but affects the mean clustering coefficient of the resulting network in the large-time limit, whereas the number of introduced connections considerably influences the outcome. 