

## Simulacija i poređenje modela automobila u zavisnosti od tipa simuliranih guma

---

Cilj ovog projekta je simulacija realnog automobila. Upoređena su dva tipa single track modela: dinamički model sa gumom kod koje sila koja deluje na gumu zavisi linearno od proklizavanja i dinamički model sa gumom kod koje sila koja deluje na gumu nelinearno zavisi od proklizavanja. Zadavanjem istih ulaza, momenta sile za svaki točak i ugla skretanja vozila, u simulaciji su poređeni opisani modeli i referentni Rimac model. Upoređena su odstupanja brzina po  $x$  i  $y$  osi, kao i odstupanje ugaone brzine tokom simulacije. Dobijene srednje vrednosti odstupanja za brzinu po  $x$  i  $y$  osi i ugaonu brzinu za dinamički model sa linearnom gumom redom su: 0.2352 m/s, 0.0091 m/s, 0.0057 rad/s, a za dinamički model sa nelinearnom gumom: 0.2368 m/s, 0.0062 m/s, 0.0056 rad/s. Male razlike između dva korišćena modela ukazuju da linearnost gume, na brzine vozila utiče mnogo manje od kompleksnosti sistema vozila. Dakle, velika odstupanja između oba modela i referentnog, potiču iz aproksimacija vozila, korišćenih u radu (neuračunavanje sile trenja, raspodele mase, i razni efekti suspenzije).

---

### Uvod

Vozila se kompjuterski modeliraju, kako bi se predstavio njihov rad na vremenski efikasan i jeftin način. Pojavom simuliranih modela, polako se gubi potreba za test vozačima i vozilima, što je veoma isplativo, pogotovo za skupa vozila. Vremenom, ovi modeli vozila postaju sve kompleksniji i precizniji, kako bi što bolje opisali po-

našanje vozila u realnim uslovima. Da bi se predstavio njihov rad, treba utvrditi jednačine koje opisuju kretanje. Ovaj rad bavi se simulacijom vozila i poređenjem simuliranog modela sa Rimacovim modelom, kao i uticajem modela gume, na samo kretanje vozila u određenim situacijama. Zbog kompleksnosti rada jednog vozila, do jednačina kretanja vozila se lakše stiže posmatranjem kretanja iz različitih koordinatnih sistema.

### Metod

#### Koordinatni sistemi

Simuliranje kretanja automobila posmatrano je iz dva sistema, globalnog koordinatnog sistema (slika 2), u kome se nalazi automobil i lokalnog koordinatnog sistema (sistem definisan osama automobila, slika 2). Globalni koordinatni sistem biće označavan sa  $XOY$ , a lokalni sa  $xOy$ . Za prebacivanje iz lokalnog u globalni sistem korišćeni su jedinični vektori, koji su zarotirani za određen ugao ( $\psi$ , slika 4) u odnosu na jedinične vektore u globalnom koordinatnom sistemu.

Još jedan koordinatni sistem iz koga se posmatra kretanje je koordinatni sistem točka. Brzine točka u njegovom lokalnom sistemu su bitne pri izračunavanju longitudinalnog i lateralnog proklizavanja gume pri kretanju.

#### Single track model

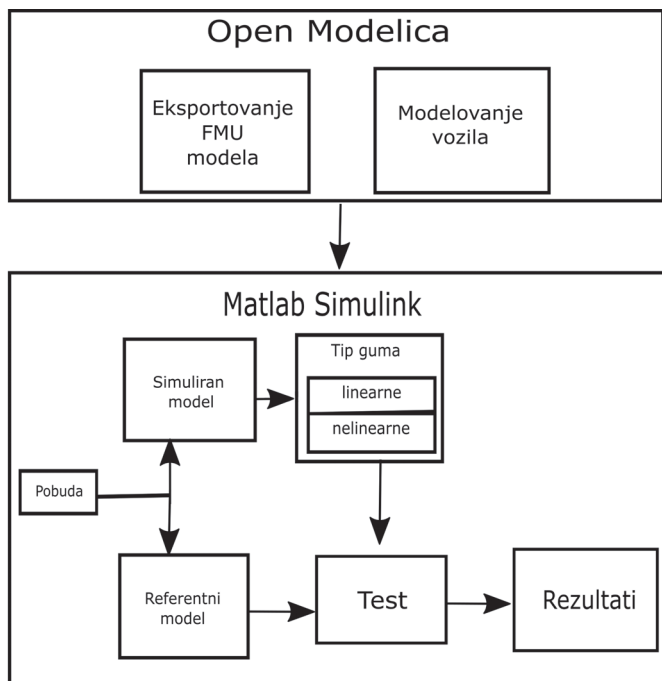
Single track model je najjednostavniji model vozila, kod koga se kretanje vozila može posmatrati kretanjem centra mase tog vozila. Single track model radi po principu Ackerman steering načina skretanja (slika 3). Ovakav način skre-

---

Anđela Bogdanović (2000), Novi Pazar, s. Vranovina, učenica 3. razreda Prve kragujevačke gimnazije

Marko Polić (2000), Novi Sad, Šekspirova 24, učenik 3. razreda Gimnazije „Jovan Jovanović Zmaj” u Novom Sadu

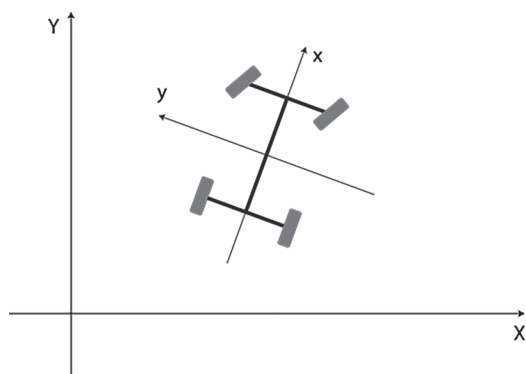
MENTOR: Marko Skakun, student Elektrotehničkog fakulteta Univerziteta u Beogradu



Slika 1. Šematski prikaz metodologije istraživanja

Figure 1. Schematic representation of the research method

tanja kod vozila podrazumeva da sva četiri točka rotiraju oko zajedničkog centra rotacije. To se postiže različitim uglovima točkova na prednjoj osovini, a kako centar rotacije mora biti kolinearan sa zadnjim točkovima, lokalni koordinatni sistem je postavljen u centar zadnje osovine (slika 3). Pošto osovina upravlja kako će se kretati oba njena točka, to se dva točka sa jedne osovine mogu gledati kao jedan, koji se nalazi na



Slika 2. Koordinatni sistemi vozila

Figure 2. Coordinate system of the vehicle

sredini. Kada jedan točak ne bi rotirao oko zajedničke tačke kao ostali, on bi morao da proklizava, aproksimaciju da teorijski nema proklizavanja omogućava Ackerman steering način skretanja. Koristeći ovu aproksimaciju, dobija se vozilo za čije kretanje se posmatraju samo dva točka, pa se takav model drugačije naziva i *bicikl model*. U slučaju da dođe do proklizavanja, oba točka sa iste osovine bi proklizavala približno isto, pa je uticaj proklizavanja zanemarljiv (Schramm *et al.* 2017).

Veličine koje opisuju kretanje vozila i koje su korišćene u simulaciji date u tabeli 1 su sledeće:

$\delta$  – ugao prednjeg točka i uzdužne ose vozila (slika 4),

$M_{\omega}$  – moment sile točka (kao ulaz imamo prednji i zadnji),

$v$  – brzina vozila,

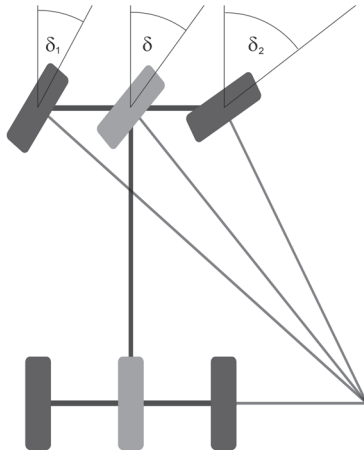
$\beta$  – ugao između vektora brzine vozila i uzdužne ose vozila,

$\psi$  – ugao između uzdužne ose vozila i  $X$  ose globalnog koordinatnog sistema, a  $\dot{\psi}$  – brzina promene tog ugla,

$L$  – dužina vozila,

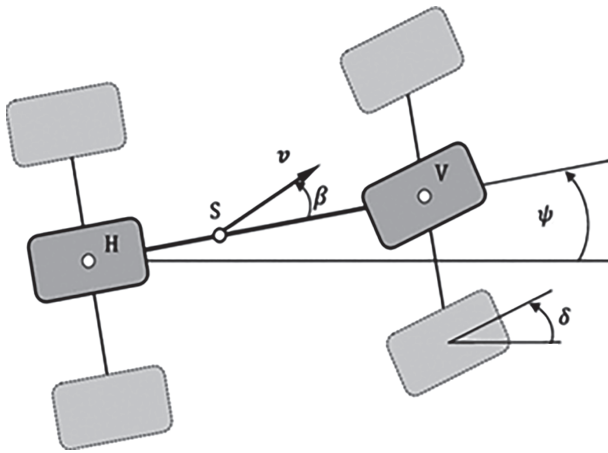
$r$  – poluprečnik točka,

$l_f$  i  $l_r$  – rastojanja centra mase od prednjeg i zadnjeg točka



Slika 3. Ackerman steering – aproksimacija jednog točka na osovini

Figure 3. Ackerman steering – approximation of one wheel per axle



Slika 4. Varijable koje opisuju kretanje vozila:

- $\beta$  – ugao između vektora brzine vozila i uzdužne ose vozila
- $\psi$  – ugao između uzdužne ose vozila i  $X$  ose globalnog koordinatnog sistema
- $\delta$  – ugao prednjeg točka prema uzdužnoj osi vozila
- $v$  – brzina vozila

Figure 4. Variables that describe the movement of a vehicle

- $m$  – masa vozila,
- $\vec{r}_i$  – vektorsko rastojanje točka od centra mase (indeks  $i$  se odnosi na točkove).
- $I$  – moment inercije vozila,
- $I_\omega$  – moment inercije točka,
- $C_x$  i  $C_y$  – koeficijenti krutosti gume
- $\lambda$  i  $\alpha$  – koeficijenti longitudinalnog i lateralnog proklizavanja.

Ulazne varijable za simulirani model su ugao prednje osovine, koja predstavlja upravljačke

točkove i momenti sile na dva točka (prednji i zadnji), dok se na izlazu dobijaju brzine vozila po globalnoj  $X$  i  $Y$  osi i ugaona brzina vozila. Kako bi se odredile izlazne veličine, treba uzeti u obzir sve sile koje deluju na vozilo. Sile koje deluju na zadnju osovinu računaju se u tački H, a sile koje deluju na prednju osovinu u tački V (slika 4), vektorskim sabiranjem ovih sila, dobija se ukupna sila koja deluje na vozilo. Korišćeni koeficijenti su  $C$ ,  $\lambda$  i  $\alpha$ . Koeficijent  $C$  predstavlja krutost gume i razlikuje se po  $x$  i  $y$  osi. Koe-

Tabela 1. Veličine koje opisuju model vozila

Ulaz	Izlaz	Stanja	Konstante
$\delta$	$v$	$\lambda$	$L, l_r, l_f, r, r_i$
$M_\omega$	$\dot{\psi}$	$\alpha$	$m, I, I_\omega, C_x, C_y$

eficijenti  $\lambda$  i  $\alpha$  su mere longitudinalnog i lateralnog proklizavanja, redom.

Ubrzanja vozila u globalnom koordinatnom sistemu računamo pomoću (1),(2),(3):

$$\ddot{X} = \frac{F_X}{m}, \quad \vec{F}_X = \sum_{k=1}^n \vec{e}_X F_{kX} \quad (1)$$

$$\ddot{Y} = \frac{F_Y}{m}, \quad \vec{F}_Y = \sum_{k=1}^n \vec{e}_Y F_{kY} \quad (2)$$

$$\ddot{\Psi} = \frac{M}{I} \quad (3)$$

$$\vec{M} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i \quad (4)$$

Linearna ubrzanja (po  $X$  i  $Y$  osi) računaju se primenom drugog Njutnovog zakona (1) i (2), dok se rotaciono ubrzanje (oko  $Z$  ose) računa analognim izrazom za kružno kretanje (3). Ukupne sile po  $X$  osi i  $Y$  osi (oznaka  $F_X$ ,  $F_Y$ ) dobijene su sumom svih skalarnih proizvoda jediničnih vektora u lokalnom koordinatnom sistemu i sile po osama tog sistema. Ukupan moment sile  $M$  dobijen je sumom svih vektorskih proizvoda rastojanja centra mase od delovanja sile i te sile (4). Integraljenjem funkcija (1), (2) i (3) po vremenu, dobijaju se izlazi simulacije, odnosno, ugaona brzina vozila i brzine po  $X$  i  $Y$  osi, u globalnom koordinatnom sistemu, u kome se vozilo kreće.

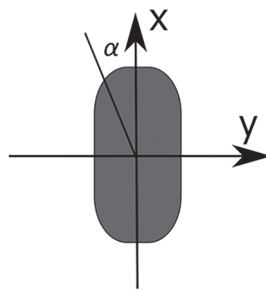
Pomoću mase vozila i rastojanja centra mase od prednjeg i zadnjeg točka, računaju se sile koje deluju na prednji i zadnji točak po  $z$  osi (oznaka „f” u indeksu predstavlja prednji, a „r” zadnji točak):

$$F_{tz} = \frac{mgl_r}{l_r + l_f} \quad (5)$$

$$F_{tz} = \frac{mgl_f}{l_r + l_f} \quad (6)$$

## Pojava proklizavanja

Uvođenjem efekta gume u sistem javlja se proklizavanje. Longitudinalna sila javlja se u smeru kretanja točka ( $x$  osa), a lateralna sila je normalna na osu kretanja ( $y$  osa). Ove sile izazivaju proklizavanje. Longitudinalno proklizavanje javlja se po  $x$  osi, a lateralno proklizavanje



Slika 5. Lateralno proklizavanje

Figure 5. Lateral slip

predstavlja ugao između  $y$  ose i vektora brzine (slika 5).

Za utvrđivanje preciznosti sistema, u zavisnosti od tipa guma koje sadrži, simuliran je dinamički single track model i u nekoliko testova poređen sa referentnim modelom.

Dinamički single track model uračunava i analizira sile, pri čemu važi aproksimacija bicikl modelom. Dinamički model uvodi uticaj gume na ceo sistem, pa iz tog razloga, na ovaj model utiču longitudinalne i lateralne sile, zbog kojih dolazi do longitudinalnog ( $\lambda$ ) i lateralnog ( $\alpha$ ) proklizavanja. Mere proklizavanja, kao i ostali parametri koji opisuju model gume razlikuju se u zavisnosti od modela gume.

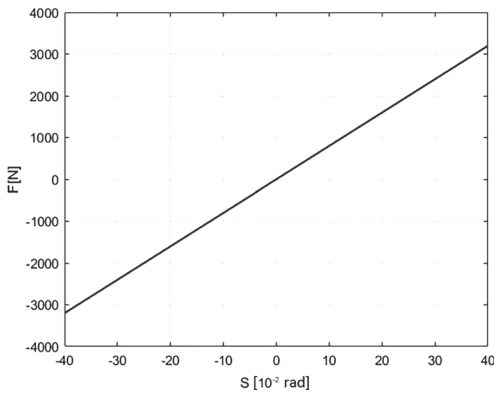
Ulazni parametri naših modela su moment sile na prednjoj i zadnjoj osovinu, i ugao skretanja prednjih točkova. Tokom simulacije se koriste konstante date u tabeli 1. Na osnovu ovih konstanti koje opisuju vozilo, i koeficijenta krutosti gume, po formulama 5 i 6 računaju se sile koje deluju po  $Z$  osi. Nakon toga računaju se mere proklizavanja, koje služe za izračunavanje svih sila u globalnom koordinatnom sistemu, pa deljenjem dobijenih izraza sa masom vozila, dobijaju se ubrzanja u globalnom koordinatnom sistemu (1) i (2). Izračunavanjem ukupnog momenta sile i deljenjem sa momentom inercije vozila, dolazi se do trećeg izlaza, ugaonog ubrzanja (3) i (4).

## Modeli guma

Gume su bitne komponente pri simuliranu vozila, jer one prenose silu od motora do podloge i obrnuto (Rajamani 2011). U ovom radu model vozila je simuliran sa dva tipa guma: jedna gde

sila koja deluje na gumu linearno zavisi od proklizavanja, a druga gde je ta zavisnost nelinearna.

**1. Linearna guma.** Linearna guma uključuje koeficijent krutosti gume, koji predstavlja odnos proklizavanja i sile. Prilikom delovanja određene sile na gumu, dolazi do njene deformacije. Otpornost na takvu deformaciju gume definiše koeficijent krutosti gume. Koeficijent krutosti je konstanta, koja se nalazi u specifikacijama gume. Pošto kod linearne gume na silu utiče samo koeficijent krutosti, odnos sile koja deluje na gumu i



Slika 6. Zavisnost sile koja deluje na linearnu gumu od proklizavanja

Figure 6. Dependence of the force acting on the linear tire from slipping

proklizavanja je linearan (slika 6).

Sile koje deluju na celo vozilo ( $F_x, F_y$ ) u globalnom koordinatnom sistemom se računaju sumom proizvoda jediničnog vektora i komponente sile koja deluje u njegovom smeru u lokalnom sistemu vozila:

$$\vec{F}_x = \sum_{k=1}^n \vec{e}_x F_{kx} \quad (7)$$

$$\vec{F}_y = \sum_{k=1}^n \vec{e}_y F_{ky} \quad (8)$$

Ukupan moment sile ( $M$ ) koji deluje na vozilo u globalnom koordinatnom sistemu računa se po formuli (4). Pojedinačne sile (sile koje deluju na prednju ili zadnju gumu) se računaju pomoću koeficijenta krutosti  $C$ , koeficijenta

longitudinalnog proklizavanja  $\lambda$  ili lateralnog proklizavanja  $\alpha$ , kao i vertikalne sile koja deluje na točak, pomoću formula (5) i (6):

$$F_{fx} = C_x \lambda F_{fz} \quad (9)$$

$$F_{fy} = C_y \alpha F_{fz} \quad (10)$$

$$F_{rx} = C_x \lambda F_{rz} \quad (11)$$

$$F_{ry} = C_y \alpha F_{rz} \quad (12)$$

Indeksi „f” i „r” označavaju prednji i zadnji točak redom. Kada se posmatraju sile koje deluju paralelno sa x osom, koriste se longitudinalne mere proklizavanja, a analogno, za sile paralelne sa y osom, lateralne mere proklizavanja.

Mere proklizavanja izražene su koeficijentima  $\lambda$  i  $\alpha$  koji se računaju po formulama:

$$\lambda = -\frac{S_x}{v_x} \quad (13)$$

$$\alpha = \arctg \frac{v_y - r \dot{\psi}}{v_x} \quad (14)$$

gde je  $S_x = \dot{X} \cos \psi - r v_{\omega}$ , pri čemu su  $v_x$  i  $v_y$  brzine točka po x i y osi, a  $v_{\omega}$  ugaona brzina točka:

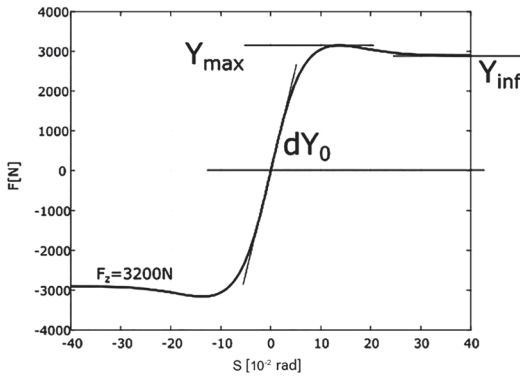
$$\dot{v}_{\omega} = \frac{M_{\omega}}{I_{\omega}} \quad (15)$$

$$v_x = r v_{\omega} \quad (16)$$

$$v_y = \int \frac{F_y}{m} - \dot{\psi} v_x dt \quad (17)$$

gde je  $M_{\omega}$  ulaz modela,  $I_{\omega}$  moment inercije točka,  $r$  poluprečnik gume, a  $\dot{v}_{\omega}$  ugaono ubrzanje točka, odnosno ugaono ubrzanje točka. Integraljenjem ovog izraza po vremenu, dobija se ugaona brzina točka  $v_{\omega}$ . Brzina  $v_y$  se računa preko  $F_y$  sile po y osi, mase vozila  $m$ , ugaone brzine vozila  $\dot{\psi}$  i longitudinalne brzine vozila  $v_x$ .

Kada su izračunate mere proklizavanja mogu se odrediti sve sile u lokalnom sistemu. Korišćenjem formula (9–12), a primenom formula (7) i (8) na dobijene rezultate, dolazi se do ukupnih sila po globalnoj X i Y osi, što korišćenjem formula (1) i (2) dovodi do ubrzanja, a samim time i do izlaznih parametara, brzina po X i Y osi. Analognim putem, korišćenjem formule (3) dolazi se do ugaonog ubrzanja, odnosno brzine.



Slika 7. Zavisnost sile koja deluje na nelinearnu gumu od proklizavanja

Figure 7. Dependence of the force acting on the nonlinear tire from slipping

**2. Nelinearna guma.** Nelinearna guma pored koeficijenta krutosti gume uvodi još tri parametra, izvedena iz karakteristika gume, pomoću kojih se preciznije modeluje njeno ponašanje (Palmeri *et al.* 2011). Zbog uticaja ova dodatna tri parametra, odnos sile koja deluje na nelinearnu gumu i proklizavanja je nelinearan (slika 7). Nelinearne gume dovode do saturacije, što u odnosu na linearne gume takođe poboljšava rezultate.

U sledećim jednačinama nelinearnog modela gume, veličine  $A$ ,  $B$ ,  $K$ ,  $G$ ,  $\nu$ ,  $\mu$  su konstante, koje pomažu u izračunavanju ukupne sile. Konstante  $A$ ,  $B$  i  $K$  imaju u indeksu  $x$  ili  $y$ , što predstavlja određenu konstantu po  $x$  i  $y$  osi. U ovom radu, neke od pomenutih konstanti su iste za obe ose.  $F'_x$  i  $F'_y$  su ukupne sile po  $x$  i  $y$  osi točka,  $F$  je ukupna sila koja deluje na vozilo, a  $F_x$  i  $F_y$  sile u  $XOY$  koordinatnom sistemu. Za poznatu silu  $F_z$ , koja se računa preko mase vozila pomoću formula (5) i (6), i datih konstanti, sile po  $x$  i  $y$  osi se mogu izračunati na sledeći način:

$$K = K_x = K_y = K_z \mu \quad (18)$$

$$B_x = B_y = B = \pi - \arctg \frac{F_z \nu}{F_z \mu} \quad (19)$$

Pomoću formula (18) i (19) izračunavaju se konstante  $K$  i  $B$ , koje utiču na sile koje deluju na nelinearnu gumu. Veličina  $F_z \mu$  predstavlja maksimalnu silu, koja se može dobiti pri varijaciji proklizavanja  $Y_{\max}$  (slika 7), a  $F_z \nu$  predstavlja silu

$Y_{\inf}$ , koja predstavlja vrednost sile za beskonačno veliko proklizavanje.

$$A_x = \frac{1}{C_x} KB \quad (20)$$

$$A_y = \frac{1}{C_y} KB \quad (21)$$

$$G = \frac{A_y B C_x}{A_x B C_y} \quad (22)$$

Po formulama (20), (21) i (22) računaju se koeficijenti  $A_x$ ,  $A_y$  i  $G$ , gde su  $C_x$  i  $C_y$  koeficijenti krutosti po  $x$  i  $y$  osi.

$$s_x = \lambda \quad (23)$$

$$s_y = \frac{\alpha}{G} \quad (24)$$

Pomoćne promenljive vezane za proklizavanje, koje se koriste kod nelinearne gume su  $s_x$  i  $s_y$ , i predstavljaju proklizavanje po  $x$  i  $y$  osi, a za njihovo računanje u formulama (23) i (24) se koriste  $\alpha$  i  $\lambda$  iz formula (14) i (13). Komponente ukupnog proklizavanja po  $x$  i  $y$  osi:

$$F'_x = K_x \sin \left( B_x \left( 1 - e^{-\frac{\text{abs}(s_x)}{A_x}} \right) \right) \text{sign}(s_x) \quad (25)$$

$$F'_y = K_y \sin \left( B_y \left( 1 - e^{-\frac{\text{abs}(s_y)}{A_y}} \right) \right) \text{sign}(s_y) \quad (26)$$

Ukupne sile po osama točka dobijene su iz formula (25) i (26), preko poznatih konstanti za odgovarajuće koeficijente  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $K$ ,  $G$  i  $s$ . Ukupna sila vozila se računa po formuli (27).

$$F = \frac{1}{2} \left( (F'_x - F'_y) (1 + 2 \cos \delta) \right) \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} \cos \delta \\ \sin \delta \end{bmatrix} \quad (28)$$

Za ulazni ugao vozila  $\delta$ , korišćenjem formule (28), dobijaju se ukupne sile po globalnoj  $X$  i  $Y$  osi, a iz formule (4), uključujući te sile dobija se ukupni moment sile. Analogno sa linearnom gumom preko formula (1), (2) i (3) dobijaju se ubrzanja po  $x$  i  $y$  osi, kao i ugaono ubrzanje, što dalje dovodi do izlaza simulacije.

## Simulacija

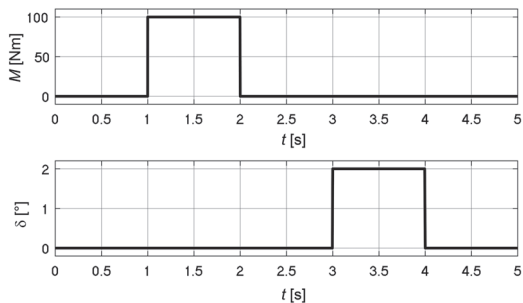
Simulacija modela vozila rađena je u Matlabu. Kretanje vozila opisuju gore izvedene formule, za model sa linearnim gumama koriste se jednačine od 7 do 17, za model sa nelinearnim gumama jednačine 18–30. Univerzalne formule koje se koriste kod oba modela su od 1 do 6.

Model sa nelinearnim gumama ima 6 parametara ( $C$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ ), odnosno po 3 parametra za prednju i 3 parametra za zadnju osovinu. Ovi parametri utiču na samo ponašanje gume, na njen odziv i količinu proklizavanja. Parametri gume koji se koriste prilikom pravljenja rezultata simulacije, izabrani su tako da minimizuju kvadrat razlike odstupanja našeg modela od referentnog modela.

Poređenje sa referentnim modelom izvršeno je u Matlab Simulinku, tako što su za iste ulazne parametre posmatrana odstupanja simuliranog modela od referentnog, a na osnovu poređenja odstupanja linearnog i nelinearnog modela zaključuje se koji model je precizniji.

## Rezultati

Testiranje simuliranog modela sa dva tipa guma i poređenje performansi izvršeno je sa referentnim Rimac modelom. Rimac model je generisan u Modelici, koristeći naprednije biblioteke (Frtzson 2012), pa se tako može uzeti za referentni model. U simulaciji je korišćeno da je dužina simuliranih automobila  $L = 4$  m, a širina 1.9 m i centar mase je na polovini dužine i širine. Masa simuliranog automobila je  $m = 1300$  kg, moment inercije automobila je  $I = 1400$  kg m<sup>2</sup>,



Slika 8. Ulazni parametri simulacije

Figure 8. Input simulation parameters

poluprečnik gume  $r = 0.35$  m, moment inercije gume  $I_{\omega} = 1$  kg m<sup>2</sup>. Parametri korišćeni u simulaciji su:

– koeficijent krutosti prednje gume

$$C_f C_x = C_y = C_r = 148965 \text{ N/m}$$

$$\mu_f = 2.1$$

$$i_f = 0.39$$

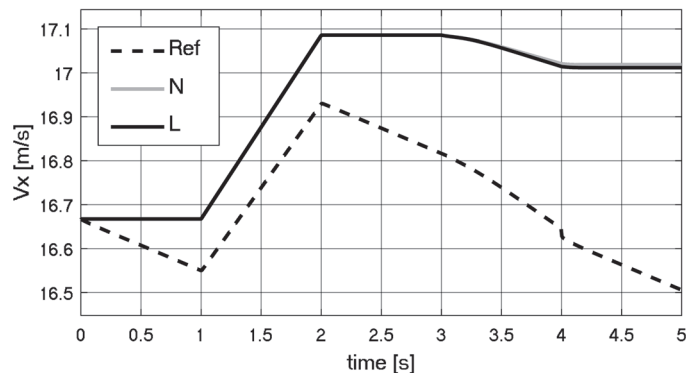
– koeficijent krutosti zadnje gume

$$C_f C_x = C_y = C_r = 148965 \text{ N/m}$$

$$\mu_r = 1.98$$

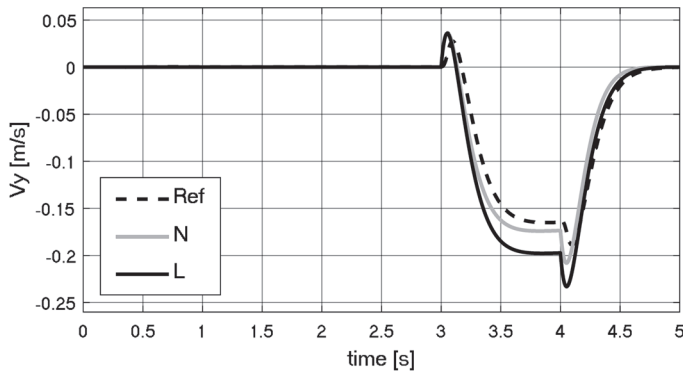
$$\nu_r = 0.45.$$

Dinamički single track model je poređen sa referentnim modelom za različite ulaze predstavljene na slici 8. Pobuda u svakom test primeru ima tri parametara: ugao skretanja vozila  $\delta$ , momente sila za svaki od točkova, a na izlazu su posmatrane brzine po globalnim osama  $X$  i  $Y$  (longitudinalna i lateralna brzina) i ugaona brzina po  $Z$  osi u globalnom koordinatnom sistemu.



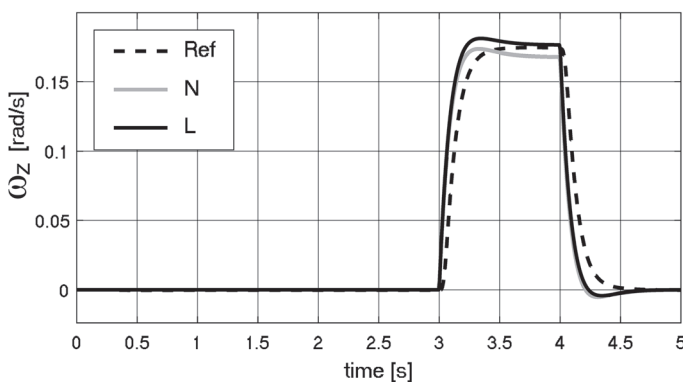
Slika 9. Brzina kretanja modela po osi  $X$

Figure 9. Speed of the model on  $X$  axis



Slika 10. Brzina kretanja modela po osi Y

Figure 10. Speed of the model on Y axis



Slika 11. Ugaona brzina po osi Z

Figure 11. Angular velocity Z axis

Vrednosti svih parametara ulaza u prvom delu simulacije su 0, u drugom delu momenti sila svih točkova su 100, a ugao skretanja 0, u trećem delu je pozitivan ugao skretanja  $\delta$ , a ostale vrednosti su 0 i na kraju svi parametri su ponovo 0.

Brzina po X osi referentnog modela nije konstantna već tokom vremena opada zbog dodatnih gubitaka koji su simulirani u referentnom modelu, za razliku od simuliranog modela čije gume ne uključuju takve parametre. Zbog suspenzije i dodatnih nelinearnosti koje su simulirane kod referentnog modela, za razliku od simuliranog, postoji malo odstupanje u prelaznom režimu. Brzina po Y si je konstantna do trenutka kada se menja ugao skrerenja. Nakon toga nelinearna guma ima manja odstupanja u poređenju sa linearnom u odnosu na referentni model. Ugaona brzina se menja od trenutka promene ugla skretanja. Prikaz nelinearnog efekta u kome bi trebalo da se primeti razlika među modelima guma nije dovoljno jasan; osnovni uzrok toga je razlika parametara gume referentnog i simuliranog modela, usled loše izabranog kriterijuma za njihov izbor. Najveći uzrok razlike simuliranog i

referentnog modela je postojanje suspenzije kod referentnog modela, što uvodi drugačije efekte gume u toku kretanja. Odstupanja izlaznih parametara su detaljnije prikazana u tabeli 2.

Tabela 2. Odstupanja izlaznih podataka linearnog i nelinearnog modela

Tip gume	$v_x$ [ $10^{-3}$ m/s]	$v_y$ [ $10^{-3}$ m/s]	$\omega_z$ [ $10^{-3}$ s $^{-1}$ ]
Nelinearna	236.8	6.2	5.6
Linearna	235.2	9.1	5.7

## Zaključak

Razlika između simuliranih modela i referentog modela u prelaznom režimu nastaje usled nedovoljno precizno određenih parametara gume simuliranog modela. Usled toga dolazi do situacije gde se zbog razlike u parametrima gume,



modeli kreću drugačije, pa nije moguće adekvatno izvršiti poređenje simuliranog i referentnog modela. Iz dobijenih rezultata izvodi se zaključak da mala razlika između simuliranih modela gume, ukazuje da na izlazne parametre kretanja vozila linearnost gume nema toliki uticaj, kao suspenzija (omogućava raspodelu mase) i druge performanse koje karakterišu model realnog vozila. Pošto velika razlika modela ne potiče od tipa gume, to ukazuje da ostali uticaji na realno vozilo imaju veći značaj kod kretanja vozila, odnosno da model vozila sa simuliranim parametrima ne opisuje valjano kretanje vozila. Taj problem se može rešiti simuliranjem kompleksnijeg modela vozila, kako bi se postiglo da parametri simuliranog vozila što približnije predstavljaju željene, odnosno da se poklapaju sa parametrima referentnog modela.

## Literatura

Fritzson P. 2012. Introduction to Object-Oriented Modeling and Simulation with Modelica Using OpenModelica. <https://www.openmodelica.org/images/docs/userdocs/modprod2012-tutorial1-Peter-Fritzson-ModelicaTutorial.pdf>

Palmieri G., Barbarisi O., Scala S., Glielmo L. 2010. An Integrated LTV-MPC Lateral Vehicle Dynamics Control. *Lecture Notes in Control and Information Sciences book series (LNCIS)*, **402**: 231.

Patil V. 2017. *Generic and complete vehicle dynamic models for open-source platforms*. Gothenburg: CHALMERS University of technology

Rajamani R. 2011. *Vehicle Dynamics and Control Second Edition*. Springer

Schramm D., Hiller M., Bardini R. 2017. Single track models. U *Vehicle Dynamics Modeling and*

*Simulation. Second Edition*. Springer, chapter 10, str. 223-254.

---

*Anđela Bogdanović and Marko Polić*

## Simulation and Comparison of Car Models Depending on the Simulated Tire Model Type

The goal of this project was to simulate the behavior of a real vehicle. Two types of single track models were compared: a dynamic model in which the relation of tire force and slip is linear; and a dynamic model in which the said relation is non-linear. A comparison between Rimac's and the described models was made by giving the same input (moment for each tire and steering angle), to all three of them, which varied from test to test. The deviation of velocities on the  $X$  and  $Y$  axis (in the inertial frame of reference), as well as the deviation of angular velocity were compared. The obtained mean values of the deviation of velocities on the  $X$  and  $Y$  axis and angular velocity, for the dynamic model with a linear tire relation were: 0.2352 m/s, 0.0091 m/s, 0.0057 rad/s, respectively, and for the dynamic model with a non-linear relation: 0.2368 m/s, 0.0062 m/s, 0.0056 rad/s, respectively. The small deviation between the two used models show that tire linearity has less effect on vehicle behavior than vehicle model complexity. Therefore, the big deviation between both models and the reference model are made by many vehicle approximations, used in this paper (not considering the force of friction, mass distribution and various suspension effects).

