

Evolucija populacije koja igra kooperativne igre

Među jedinkama u biološkim i socijalnim sistemima prisutna je saradnja, što na prvi pogled nije u skladu sa individualnom borbom za preživljavanje (koja podrazumeva izdaju drugih jedinki zbog lične beneficije). Za istraživanje ove dileme o razvoju saradnje ili izdaje mogu se koristiti kooperativne igre. Najpoznatija od njih je zatvorenikova dilema, a pored nje u ovom radu su ispitane i igre lov na jelene, igra kukavica i igra harmonije. Cilj rada je ispitati da li i pod kojim uslovima saradnja postaje dominantna u populaciji, kao i koje strategije prevladavaju među saradnicima. Posmatrana je evolucija populacije jedinki koje igraju kooperativne igre. Evolucija je modelovana kroz tri koraka – selekciju, mutaciju i rekombinaciju. U velikom rasponu istraživanih parametara dolazi do uzajamne saradnje među jedinkama u populaciji, ali se njihove strategije razlikuju u tome kako reaguju na deo populacije koji je mutirao tokom evolucije. Mutacije su bitan parametar koji najviše utiče na to kako izgleda stabilno stanje. Sa porastom broja jedinki koji mutira javlja se više jedinki koje imaju izdajničke strategije. Kada manji broj jedinki mutira, strategije koje saraduju su okružene saradnicima i zato su otpornije na pojavu izdajnika. To znači da saradnja nije sigurna opcija u sistemima koji se češće menjaju.

Uvod

Teorija igara je grana primenjene matematike koja proučava igre i odnose njihovih igrača. Ona ima primene u ekonomiji, biologiji i raznim dru-

gim naukama u kojima igrači mogu biti velike kompanije ili dve životinje koje žive u simbiozi.

Kod igara koje su analizirane u ovom radu, dva igrača biraju jedan od poteza koji mogu biti saradnja ili izdaja i dobijaju odgovarajuće poene za to. U zavisnosti od toga koliko poena jedinka dobija u različitim situacijama kod nekih igara populacija preferira saradnju, a kod nekih izdaju.

U ispitanim igrama, u slučaju međusobne saradnje oba igrača dobijaju R (od eng. reward – nagrada) poena. U slučaju međusobne izdaje, igrači dobijaju P (od eng. punishment – kazna) poena. U slučaju kada jedan igrač saraduje, a drugi ne – izdajnik, onaj koji ne saraduje, dobija T (od eng. temptation to defect – podsticaj na izdaju) poena, a kooperator, onaj koji saraduje, S (od eng. sucker's payoff – poeni za gubitnika). Kooperativne igre koje u ovom radu ispitujemo se razlikuju po poretku R, S, T i P poena. Te igre su zatvorenikova dilema, lov na jelene, igra kukavica i igra harmonije (Maynard Smith 1982).

Tabela 1. Matrica poena (Alorić 2012)

	Saradnja	Izdaja
Saradnja	R, R	S, T
Izdaja	T, S	P, P

Simulirane su iterirane igre (one igre koje se ponavljaju određeni broj puta) koje svaka jedinka iz populacije igra sa svakom. Lako je zaključiti koji je potez najbolji za turnire koji se sastoje od malog broja međusobnih igara. To nam govori Nešov ekvilibrijum koji opisuje situaciju u kojoj nijedan igrač ne može da prođe bolje ako unilateralno promeni svoju strategiju.

Milica Urošević (2001), Kragujevac, Daničićeva 120/56, učenica 2. razreda Prve kragujevačke gimnazije u Kragujevcu

Nina Zdravković (2001), Niš, Kovanlučka 58, učenica 2. razreda Gimnazije Bora Stanković u Nišu

MENTORI:

Aleksandra Alorić, Institut za fiziku, Beograd

Dušan Drobnjak, student Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

U kooperativnim igrama sa matricom poena dimenzija 2×2 može da postoji više od jednog Nešovog ekvilibrijuma. Jedan od problema kojim se bavi teorija igara je posmatranje ka kom od više ekvilibrijuma bi populacija težila. Pošto Nešov ekvilibrijum nije uvek maksimalan broj poena koje oba igrača mogu da dobiju, kod turnira koji se sastoje od više međusobnih igara mogu da budu najbolje neke druge strategije i to se naziva Pareto optimum.

Po uzoru na prethodne radove (Axelrod i Hamilton 1981) mi posmatramo jedinke koje igraju koristeći determinističke strategije, odnosno strategije koje biraju sledeći korak u zavisnosti od prethodnih poteza oba saigrača.

U radu je posmatran pojednostavljen model populacione evolucije i ispitivane su strategije koje su u takvom modelu dominantne. Princip rada algoritma korišćenog u ovom radu inspirisan je biološkom evolucijom.

U nastavku će biti opisane četiri kooperativne igre koje su analizirane u nastavku ovog rada.

Zatvorenikova dilema je igra u kojoj su odnosi poena $T > R > P > S$. Najveći broj poena igrač može da dobije kada on izda saigrača, a saigrač saraduje, ali ako oba igrača izdaju, on dobija samo P poena (tabela 2). Dodatni uslov koji se nameće kada se analizira iterirana zatvorenikova dilema je $2R > T + S$. On služi da bi saradnja bila favorizovana u odnosu na naizmenično smenjivanje uloga.

Tabela 2. Matrica poena zatvorenikove dileme

	Saradnja	Izdaja
Saradnja	3, 3	0, 5
Izdaja	5, 0	1, 1

Ova igra je među najviše analiziranim igrama u teoriji igara. Jedan od primera situacije u kojoj izbore saigrača možemo modelovati kao zatvorenikovu dilemu (po kojoj je igra i dobila ime) nalazi se u nastavku. Dva saučesnika su uhvaćena u zločinu i ispituju se u različitim prostorijama, sa ciljem da jedan od saučesnika prizna zločin i time da dodatne dokaze policiji. Ako oboje priznaju da su počinili zločin dobijaju po 2 godine u zatvoru. Ako oboje kažu da je onaj drugi počinio zločin, oboje dobijaju po 4 godine u zatvoru. Ako jedan kaže da je drugi počinio zločin, a taj drugi to isto prizna on dobija 6 go-

dina u zatvoru, a ovaj koji ga je izdao ne ide u zatvor. Naravno, pošto je najgori slučaj ići najduže u zatvor poeni koje dobija taj igrač su najmanji.

Evolucija ove igre je već ispitana genetskim algoritmom (Alorić 2012; Dašić i Janković 2008), pa su ti rezultati korišćeni za poređenje.

Lov na jelene. Kod igre lov na jelene, odnosi su sledeći: $R > T = P > S$ (tabela 3).

Igra lov na jelene predstavlja igru u kojoj igrač treba da se opredele da li će osvojiti siguran broj poena ako izdaju saigrača (pri čemu saigrač ako saraduje nema koristi) ili će uz obostranu saradnju da dobiju najveći mogući broj poena. U definiciji ideje o ovoj kooperativnoj igri, dva lovca mogu da love ili jelena ili zeca. Da bi ulovili jelena potrebno je da pomognu jedan drugome, dok lov na zečeve ne zahteva pomoć saigrača. Ulovljeni jelen vredi mnogo više nego zec, pa igrači biraju između produktivnosti i izvesnosti (Golman i Page 2009). Zato se za ovu igru pretpostavlja da je saradnja najbolja opcija. U ovoj igri postoje dva Nešova ekvilibrijuma. U prvom oba igrača biraju da saraduju, pa dolaze u nepovoljan položaj ako se u nekom trenutku odluče za izdaju, jer tako dobijaju manje poena nego pre toga. Takođe, ako oba igrača biraju izdaju, u slučaju da jedan promeni odluku, tj. odluči da saraduje, biće u situaciji u kojoj će se smanjiti broj poena koji dobija.

Tabela 3. Matrica poena lova na jelene

	Saradnja	Izdaja
Saradnja	3, 3	0, 1
Izdaja	1, 0	1, 1

Igra kukavica. Odnos poena u igri kukavica je: $T > R > S > P$. Kada u ovoj igri jedan igrač saraduje, a drugi izda, to je najbolje za izdajnika (tabela 4). Takođe je to Nešov ekvilibrijum i tada u sumi populacija dobija najviše poena. Zato je izdaja dobra opcija u ovoj igri, ali takođe igrači dobijaju najmanji mogući broj poena ako oboje izdaju jedan drugog. Najniži broj poena se dobija kada igrač saraduje, a njegov protivnik njega izda, odnosno, kada prekrši poverenje.

Jedan od primera igre kukavica u stvarnom životu je kada dva vozača voze u susret jedan drugome, a u pitanju je veliki ulog, onaj koji ne skrene dobija veliku nagradu. Zajednička vožnja do kraja dovodi do velikih gubitaka, a ako obo-

jica skrenu nema gubitaka, ali obojica dele nagradu. Zato ako jedan od njih prekrši taj dogovor i ne skrene, on je pokazao svoju hrabrost i dobija nagradu i nema dodatnih gubitaka jer je njegov protivnik skrenuo.

Tabela 4. Matrica poena igre kukavica

	Saradnja	Izdaja
Saradnja	3, 3	2, 5
Izdaja	5, 2	1, 1

Igra harmonije. U igri harmonije poeni su u odnosu: $R > T = S > P$. Igra harmonije spada u nekonfliktne igre, pa je kod nje međusobna saradnja uvek najpovoljnija (tabela 5). To je zato što se najviše poena dobija međusobnom saradnjom, koja je takođe Nešov ekvilibrijum.

Tabela 5. Matrica poena igre harmonije

	Saradnja	Izdaja
Saradnja	3, 3	2, 2
Izdaja	2, 2	1, 1

Strategije igranja

Strategiju kodiramo kao niz nula i jedinica gde nula znači izdaju, a jedinica saradnju. Za zapis predistorije potrebna su nam dva bita – potez oba igrača, dok za zapis trenutnog poteza koristimo četiri bita – po jedan za svaku mogućnost.

U svakoj igri obe jedinice istovremeno biraju svoj potez. Prve četiri cifre u strategiji su mogući potezi te jedinice, jedinka bira koji će od tih poteza igrati u zavisnosti od svojih i protivnikovih prethodnih poteza. Potez je predstavljen kao nula ili jedinica (saradnja ili izdaja), pa se njihova istorija poteza pamti kao niz od dve cifre. Na prvom mestu je jedinkin potez, a na drugom je potez njenog saigrača. Kada jedinice prvi put igraju zajedno, njihov prvi korak je biran u odnosu na predistoriju strategije. Ako su te poslednje cifre redom 00, jedinka će igrati prvu cifru iz strategije, ako su 01 ona će igrati cifru koja je na drugom mestu, ako su 10 igraće treću cifru, a ako je 11 igraće četvrtu. U zavisnosti od cifara koje su igrale, odnosno da li su saradivale ili ne – dobijaju predviđene poene (R, T, S, P).

Strategija sadrži 6 cifara, i zato postoji 2^6 različitih kombinacija nula i jedinica, ali nisu svi šestocifreni nizovi nula i jedinica različite strategije. Na primer, iako se različito zapisuju, svaka od strategija 000000, 000001, 000010, 000011, 000100, 000101, 000110, 001000, 001001, 001011, 001100, 001101 sa kojom god strategijom da igra uvek izdaje, zato tu strategiju nazivamo „uvek izdaj”. Kod prva četiri zapisa se vidi i da bez obzira na predistoriju sve ove strategije će uvek igrati izdaju, tako da različite predistorije ne menjaju taj ishod. Zaključeno je da postoji samo 24 različitih načina na koje sve strategije mogu da igraju (Alorić 2012). Zato, posle završenog turnira, 64 strategije svodimo na 24. Još neke od važnijih strategija su „uvek saraduj” koja uvek saraduje, TFT (eng. tit-for-tat – milo za drago) koja u prvom potezu saraduje a u narednim kopira protivnika, GTFT (eng. generous TFT) koja u nekim situacijama više saraduje nego običan TFT. Tu je i startegija Pavlov koja igra saradnju samo ako su ona i njen protivnik u prethodnom potezu igrali isto. Konačno, postoji i strategija „flip flop” koja naizmenično saraduje i izdaje. Sve strategije imaju svoje komplementarne strategije koje uvek igraju suprotno od njih („uvek saraduj” je komplementarna strategija strategiji „uvek izdaj”).

Metod

Anlizirane su strategije koje tokom evolucije opstaju među jedinkama koje igraju kooperativne igre. Populacija se sastoji od 100 jedinki. Svaka jedinka na početku ima nasumično generisanu strategiju, odnosno genom od 6 nula i jedinica. U jednoj generaciji svaka jedinka igra sa svakom, i to 100 puta.

Za evoluciju populacije korišćen je algoritam koji se izvršava na sledeći način: kada se odabere 100 nasumičnih jedinki koje čine populaciju, one igraju kooperativne igre svaka sa svakom 100 puta. Posle se jedinice reprodukuju u zavisnosti od broja zarađenih poena. Odnosno, u svakoj generaciji se 5 procenata najboljih strategija razmnožava (duplira) i isto toliko najgorih strategija se izbacuje iz populacije, dok ostale ostaju zastupljene u istom broju u kome su bile i pre reprodukcije. Posle reprodukcije se u svakoj generaciji dešavaju mutacije i ukrštanje (krossover).

Mutacija se izvršava tako što se na nasumično izabranom mestu u strategiji, nula zameni

jedinicom, ili obrnuto. Kod krossovera se jedinke ukrštaju na nasumično izabranoj poziciji u genomu. Iz referentnih radova za zatvorenikovu dilemu (Alorić 2012) znamo da kada ove dve funkcije ne bi postojale u algoritmu, prevladala bi strategija koja je najbolja na početku. Mutacija i krossover nalaze se u genetskom algoritmu kako bi se što bolje predstavilo funkcionisanje sistema u prirodi.

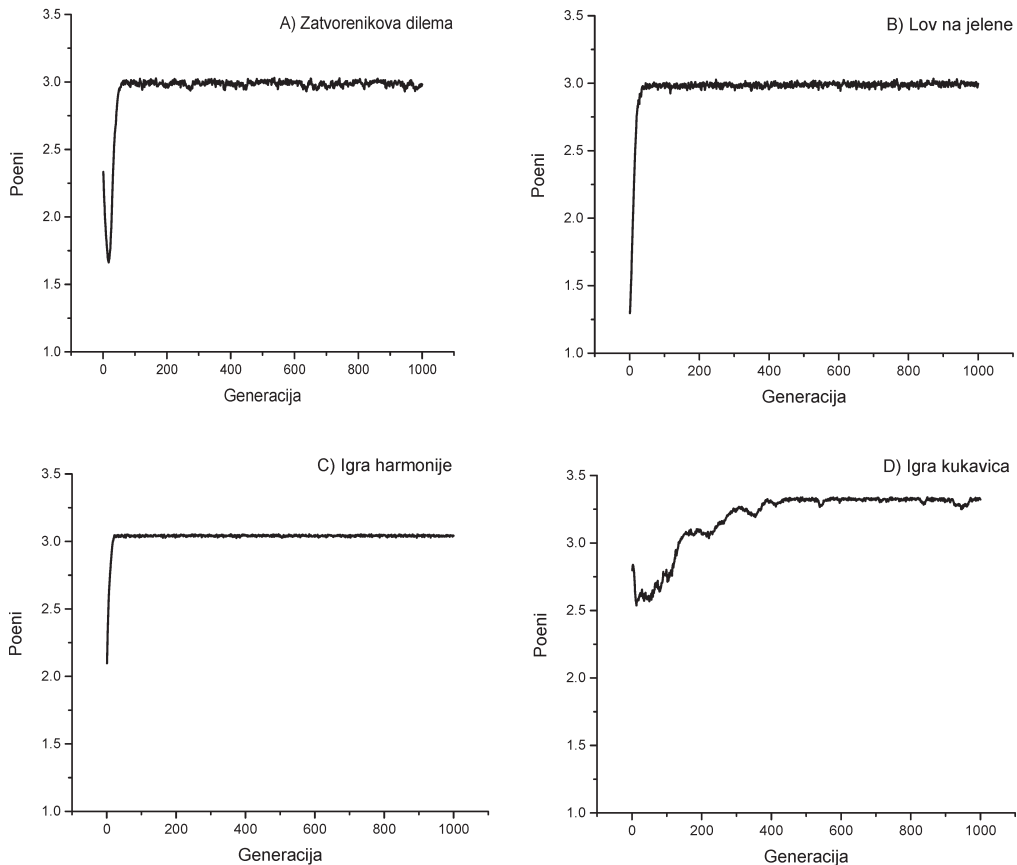
Mutacija i krossover su određene svojim koeficijentima koji predstavljaju verovatnoće dešavanja ovih efekata. Ove funkcije se odigravaju u vremenu, kroz 1000 generacija, jer je utvrđeno da se većina sistema stabilizuje za to vreme. U radu je posmatrano oko koje generacije će se sis-

tem stabilizovati, odnosno kada će srednji poeni koje ostvaruju jedinke postati konstantni. Kako bismo se uverili da dobijeni rezultati nisu posledica nasumičnih struktura populacije na početku, i nasumičnosti iz mutacija i krossovera, evolucija je ponavljena 10 puta.

Rezultati i diskusija

Srednji poeni populacije

Struktura populacije je posmatrana nakon što se stabilizuje. Stabilno stanje je praćeno analizom prosečnih poena u populaciji, smatrano je



Slika 1. Zavisnost srednjih poena od generacije za svaku igru. Koeficijent mutacije je 0.06, koeficijent krossovera 0.05, a populacija sadrži 100 jedinki.

Figure 1. Dependency graph of arithmetic mean of points of individuals versus generation for each game – A) prisoner's dilemma, B) stag hunt, C) chicken game, D) harmony game. The mutation coefficient is 0.06, the crossover coefficient is 0.05 and the population contains 100 individuals.

da se populacija stabilizovala kada je prosečan broj poena varirao manje od 5% od generacije do generacije.

Na slici 1 ilustrovani su srednji poeni za četiri posmatrane igre tokom njihove evolucije: igre zatvorenikove dileme, lova na jelene, harmonije i kukavice.

Kod zatvorenikove dileme na samom početku evolucije srednji poeni populacije opadaju, a zatim, posle samo par generacija kreću da rastu dok se populacija ne stabilizuje na 3 (*R*) poena, odnosno dok ne krenu da saraduju.

Kod lova na jelene srednji poeni populacije su niski na početku, ali se brzo stabilizuju na poene međusobne saradnje. Slična situacija je i kod igre harmonije, samo što njeni poeni na početku generacije nisu toliko niski kao u prethodnoj igri.

Kod prethodnih igara ovi rezultati su tipični za sve koeficijente mutacije.

Kod igre kukavica je drugačija situacija. Na nižim koeficijentima mutacije, greške su velike, jer populacija posle 1000 generacija može imati dva različita stanja. Jedina razlika u početnim uslovima je početna populacija, koja je uvek nasumično inicijalizovana. U jednom slučaju srednji poeni populacije su takvi da populaciju čine najviše izdajnika. Drugi slučaj je kada su srednji poeni populacije između *S* i *T* poena, što ukazuje na to da populaciju čine i izdajnici i saradnici koji međusobno igraju. Srednji poeni populacije u

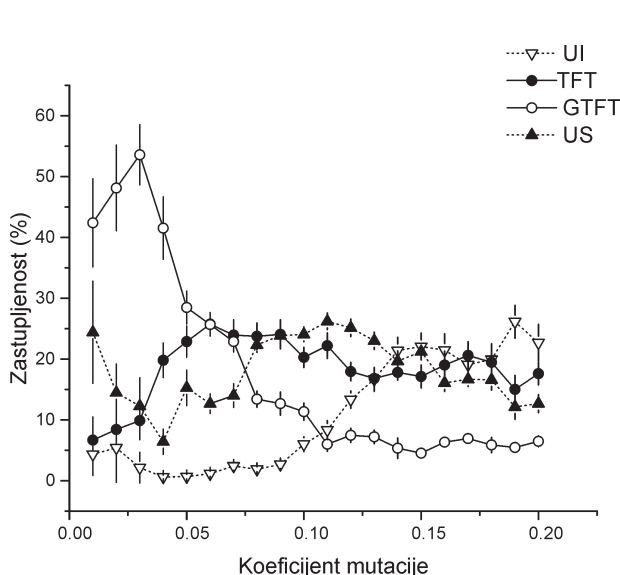
prvim generacijama su jednaki u oba stanja. Međutim, u prvom slučaju oni ostaju na toj vrednosti, a u drugom rastu. Zato se pretpostavlja da kada bi evolucija trajala duže, populacija koja igra ovu igru na niskim mutacijama bi imala srednje poene između *S* i *T*. To je zato što duža evolucija daje više šansi da se dogodi mutacija koja će preokrenuti stanje.

Kada su koeficijenti mutacije kod populacije koja igra igru kukavica između 0.05 i 0.08, populacija se stabilizuje na 3 poena, što se vidi na slici 1.

Zastupljenost strategija u zavisnosti od vrednosti koeficijenta mutacije

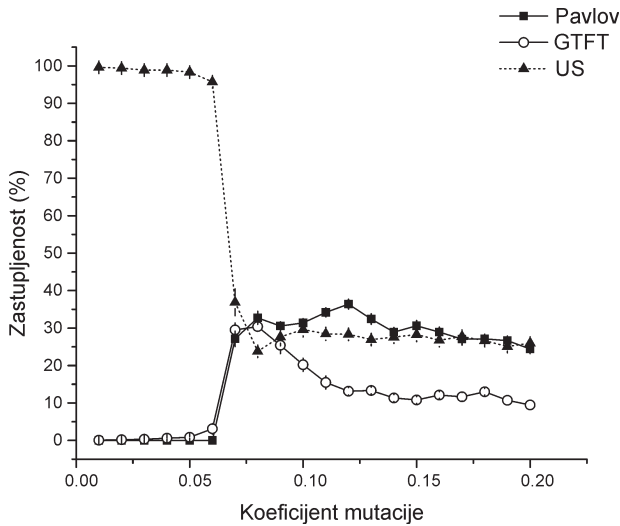
Prethodni rezultati nam ne govore puno o sastavu populacije. Iz toga se može pretpostaviti da li sistem uglavnom saraduje ili izdaje, ali populaciju ne čine samo strategije koje uvek saraduju i uvek izdaju, već u sistemu mogu da budu i druge, komplikovanije strategije koje se slično ponašaju. Zato su dodatno analizirane strukture populacija kada se poeni stabilizuju, tj. udeo svih strategija u populaciji u poslednjoj generaciji.

Odnosi zastupljenosti najdominantnijih strategija kod zatvorenikove dileme se ne poklapaju sa rezultatima iz referentnog rada (Alorić 2012). Ove razlike su posledica drugačijeg načina selekcije. Sa grafika za zatvorenikovu dilemu (slika



Slika 2. Grafik zastupljenosti strategija u poslednjoj generaciji u zavisnosti od koeficijenta mutacije zatvorenikove dileme. Koeficijent krosvera je 0.05, broj jedinki u populaciji je 100. UI je oznaka za strategiju „uvek izdaj”, TFT za strategiju „tit-for-tat”, GTFT za strategiju „generous tit-for-tat” i US za strategiju „uvek saraduj”. Rezultati su usrednjeni nakon 10 puštanja algoritma i vertikalne linije označavaju standardnu grešku.

Figure 2. Representation of strategies in the last generation versus the mutation coefficient of prisoner's dilemma. The crossover coefficient is 0.05, the number of individuals in the population is 100. UI is the label for the strategy “always defect”, TFT for the strategy “tit-for-tat”, GTFT for the strategy “generous tit-for-tat” and US for the strategy “always cooperate”. The results are averaged out over 10 runs of the algorithm and the vertical bars denote standard errors.



Slika 3. Grafik zastupljenosti strategija u poslednjoj generaciji u zavisnosti od koeficijenta mutacije igre lov na jelene. Koeficijent krosvera je 0.05, broj jedinki u populaciji je 100. GTFT je oznaka za strategiju „generous tit-for-tat” i US za strategiju „uvek saraduj”. Rezultati su usrednjeni nakon 10 puštanja algoritma i vertikalne linije označavaju standardnu grešku.

Figure 3. Representation of strategies in the last generation versus mutation coefficient of stag hunt. The crossover coefficient is 0.05, the number of individuals in the population is 100. GTFT is the label for the strategy “generous tit-for-tat” and US for the strategy “always cooperate”. The results are averaged out over 10 runs of the algorithm and the vertical bars denote standard errors.

2), vidimo da je za manje vrednosti koeficijenta mutacije najbolja strategija komplementarna strategiji GTFT (koja je na našem grafiku obeležena kao GTFT k). Ta strategija u prvom potezu izdaje i kasnije radi suprotno od prethodnog protivnikovog poteza, sem što saraduje sa protivnikom ako je on nju prethodno izdao. U populaciji sa većim koeficijentom mutacije u poslednjoj generaciji najzastupljenije su strategije „uvek izdaj”, TFT i strategija „uvek saraduj”. Strategija TFT kopira protivnikov potez tako da kada igra sa saradnicima ona je saradničkog karaktera, a kada igra sa izdajnicima, izdajničkog. Kada igraju dve strategije TFT jedna protiv druge one uvek saraduju.

Kod ove igre vidimo da je ishod sličan za veliki opseg mutacija, i da su u populaciji određene startegije sve vreme najzastupljenije, a menja se njihov odnos sa promenom procenta populacije koji mutira. Takođe, sa grafika se vidi da na startegije TFT i „uvek saraduj” mutacija ne utiče, odnosno njihov udeo u poslednjoj generaciji se ne menja ni za jedan koeficijent mutacije.

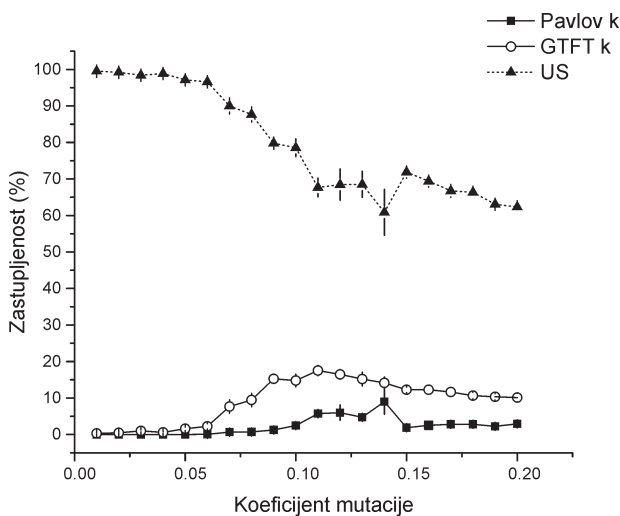
Za igru lov na jelene (slika 3), na nižim koeficijentima mutacija, najbolja strategija je „uvek saraduj”. Male greške nam govore da je to slučaj za svako izvršenje algoritma. Javlja se veliki pad sa velikom greškom kada je koeficijent mutacije 0.07. Pretpostavlja se da je 0.07 kritična vrednost koeficijenta mutacije – za manje vrednosti stabilna populacija se sastoji samo od saradnika, dok se za veće koeficijente mutacije populacija sastoji od tri strategije: to su komplementarna GTFT i komplementarna Pavlovljeva (na našem

grafiku Pavlov k) koja saraduje sa saigračem dokle god on saraduje sa njom.

U ovoj igri najveći broj poena se dobija uzajamnom saradnjom, zato je na niskim mutacijama jedina dobra strategija „uvek saraduj”. Koeficijent mutacije svake generacije, i pored selekcije, čini populaciju nasumičnijom, pa se povećava verovatnoća javljanja izdajnika. S obzirom da su S poeni najniži, kada su u populaciji izdajnici, ne isplati se uvek saradivati. Zato se populacija koja više mutira sastoji od tih strategija.

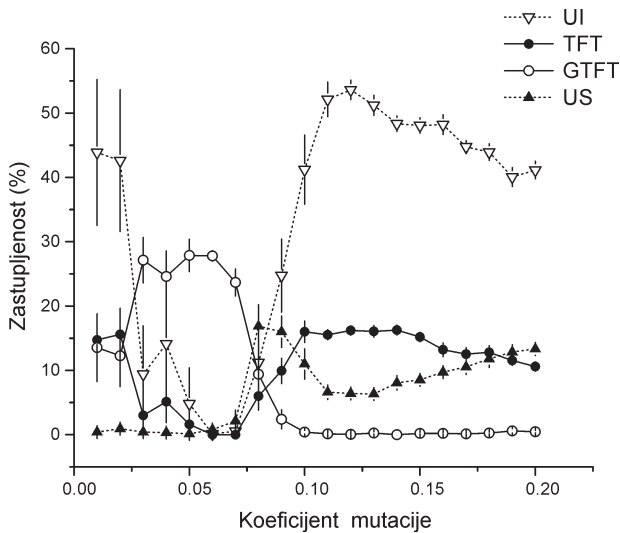
Kod igre harmonije (slika 4), najzastupljenija strategija je „uvek saraduj” za sve vrednosti koeficijenta mutacija, što je i očekivano, jer se najviše poena kod ove igre dobija kada igrači međusobno saraduju. Pri većim koeficijentima mutacije takođe se pojavljuje i komplementarna GTFT strategija koja, kada igra sa strategijom „uvek saraduj”, uvek saraduje. Kod ove igre promena procenta strategija koje mutiraju ne dovodi do značajnih promena u zastupljenosti strategija saradničkog, odnosno, izdajničkog karaktera u strukturi populacije. To je zato što su poeni koji se dobijaju za saradnju (R i S) najveći, pa se ni u jednom trenutku ne isplati izdaja.

Kod igre kukavica (slika 5), populacija na niskim koeficijentima mutacije (do 0.03) može se ponašati na dva načina i zato su greške na grafiku velike. U prvom slučaju, dominira komplementarna strategija GTFT. U drugom slučaju populacijom dominiraju izdajnici. Zaključeno je da kada populacije imaju koeficijent mutacije



Slika 4. Grafik zastupljenosti strategija u poslednjoj generaciji u zavisnosti od koeficijenta mutacije igre harmonije. Koefficient krosvera je 0.05, broj jedinki u populaciji 100. US je oznaka za strategiju „uvek saraduj”, a GTFT za strategiju „generous tit-for-tat”. Rezultati su usrednjeni nakon 10 puštanja algoritma i vertikalne linije označavaju standardnu grešku.

Figure 4. Representation of strategies in the last generation versus mutation coefficient of harmony game. The crossover coefficient is 0.05, the number of individuals in the population is 100. US is the label for the strategy “always cooperate” and GTFT for the strategy “generous tit-for-tat”. The results are averaged out over 10 runs of the algorithm and the vertical bars denote standard errors.



Slika 5. Grafik zastupljenosti strategija u poslednjoj generaciji u zavisnosti od koeficijenta mutacije igre kukavica. Koefficient krosvera je 0.05, a broj jedinki u populaciji 100. UI je oznaka za strategiju „uvek izdaj”, TFT za strategiju „tit-for-tat”, GTFT za strategiju „generous tit-for-tat” i US za strategiju „uvek saraduj”. Rezultati su usrednjeni nakon 10 puštanja algoritma i vertikalne linije označavaju standardnu grešku.

Figure 5. Representation of strategies in the last generation versus mutation coefficient of chicken game. The crossover coefficient is 0.05, the number of individuals in the population is 100. UI is the label for the strategy “always defect”, TFT for the strategy “tit-for-tat”, GTFT for the strategy “generous tit-for-tat” and US for the strategy “always cooperate”. The results are averaged out over 10 runs of the algorithm and the vertical bars denote standard errors.

0.01 postoji jednaka šansa da će se sistem ponašati na ova oba načina.

Kako raste koeficijent mutacije, smanjuje se verovatnoća da sistemom dominiraju izdajnici. Pretpostavlja se da bi sistem u kome dominiraju strategije „uvek izdaj”, kroz dužu evoluciju, takođe prešao u prvo stanje.

Da nema mutacija populacijom bi dominirale stategije koje na početku dobijaju najviše poena. Na početku evolucije kada imamo nasumičnu populaciju koja se sastoji od približno jednakog broja saradnika i izdajnika, izdajnici dobijaju

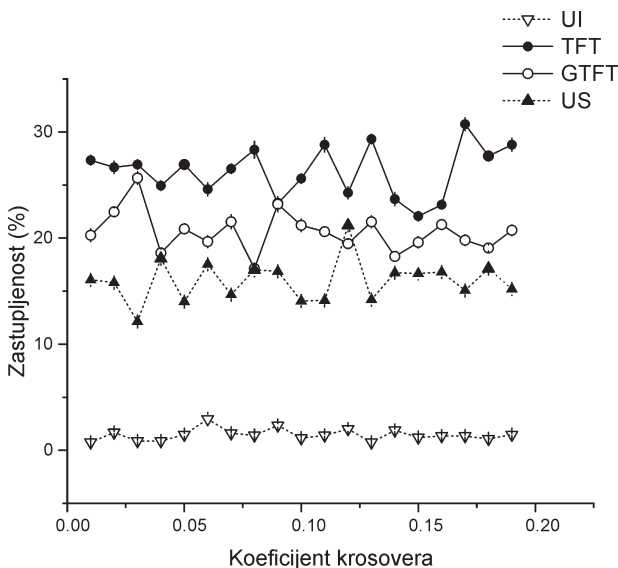
najviše poena, jer najčešće dobijaju T poene, koji su najviši u ovoj igri. Oni se tada najviše reprodukuju zbog selekcije, i da bi se sistem promenio potrebno je da se pomoću mutacije javi drugačije strategije koje će promeniti stanje. Kada su mutacije niske, mala je verovatnoća pojavljivanja strategije koja će da preokrene to stanje na saradnju, a poeni igre kukavica su više u korist izdaje, pa je tu još teže promeniti stanje. Zato se populacija stabilizuje na jednu varijantu, kada samo izdajnici dominiraju, ili na drugu, gde su prisutni i izdajnici i saradnici, odnosno gde je mutacija na

početku uspjela da promeni početno stanje. Kada bi evolucija trajala duže, bile bi veće šanse pojavljivanja tih strategija, ii sistem bi bi sačinjen i od saradnika i od izdajnika.

Kod mutacija od 0.03 do 0.07 najzastupljenija strategija na kraju evolucije je GTFT, a na višim koeficijentima uvek je najzastupljenija strategija „uvek izdaj“.

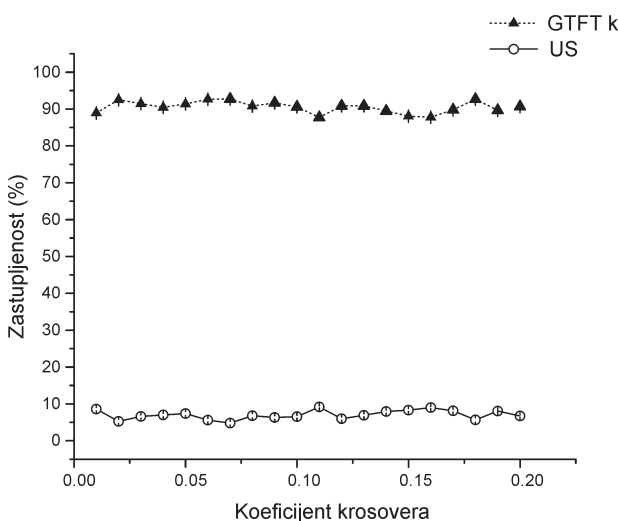
Zastupljenost strategija u zavisnosti od vrednosti koeficijenta krossovera

Ispitano je i kako koeficijent krossovera utiče na zastupljenost strategija. Na narednim graficima koeficijent mutacije bio je 0.07. Kod zatvorenikove dileme i igre harmonije krossover ne utiče na zastupljenost, kao što se vidi na slikama 6 i 7.



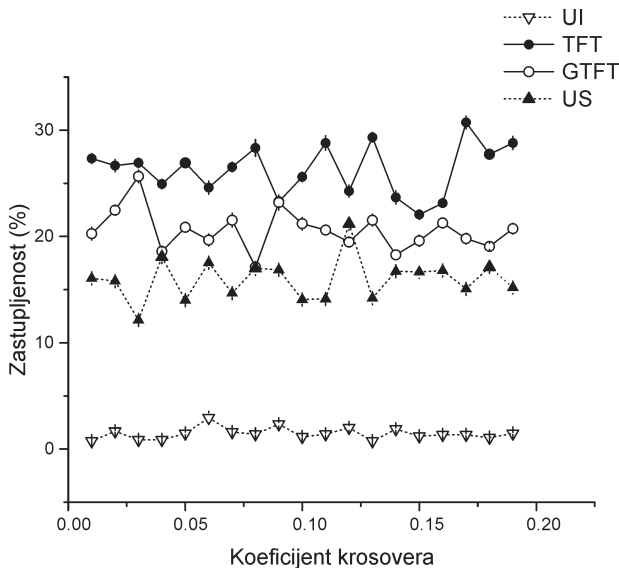
Slika 6. Grafik zastupljenosti strategija u poslednjoj generaciji u zavisnosti od koeficijenta krossovera zatvorenikove dileme. Koeficijent mutacije je 0.07, a broj jedinki u populaciji je 100. UI je oznaka za strategiju „uvek izdaj“, TFT za strategiju „tit-for-tat“, GTFT za strategiju „generous tit-for-tat“ i US za strategiju „uvek saraduj“. Rezultati su usrednjeni nakon 10 puštanja algoritma i vertikalne linije označavaju standardnu grešku.

Figure 6. Representation of strategies in the last generation versus crossover coefficient of prisoner's dilemma. The mutation coefficient is 0.07, the number of individuals in the population is 100. UI is the label for the strategy "always defect", TFT for the strategy "tit-for-tat", GTFT for the strategy "generous tit-for-tat" and US for the strategy "always cooperate". The results are averaged out over 10 runs of the algorithm and the vertical bars denote standard errors.



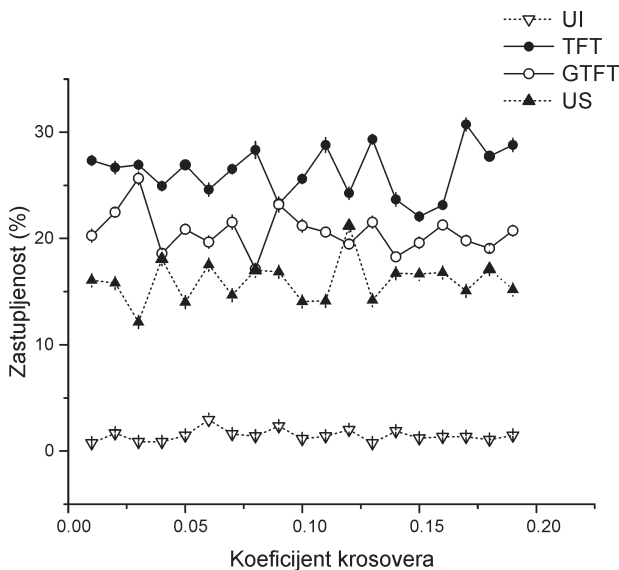
Slika 7. Grafik zastupljenosti strategija u poslednjoj generaciji u zavisnosti od koeficijenta krossovera igre harmonije. Koeficijent mutacije je 0.07, broj jedinki u populaciji je 100. GTFT je oznaka za strategiju „generous tit-for-tat“, a US za strategiju „uvek saraduj“. Rezultati su usrednjeni nakon 10 puštanja algoritma i vertikalne linije označavaju standardnu grešku.

Figure 7. Representation of strategies in the last generation versus crossover coefficient of harmony game. The mutation coefficient is 0.07, and the number of individuals in the population is 100. GTFT is the label for the strategy "generous tit-for-tat" and US for the strategy "always cooperate". The results are averaged out over 10 runs of the algorithm and the vertical bars denote standard errors.



Slika 8. Grafik zastupljenosti strategija u poslednjoj generaciji u zavisnosti od koeficijenta krossovera igre lov na jelene. Koeficijent mutacije je 0.07, broj jedinki u populaciji je 100. UI je oznaka za strategiju „uvek izdaj”, TFT za strategiju „tit-for-tat”, GTFT za strategiju „generous tit-for-tat” i US za strategiju „uvek saraduj”. Rezultati su usrednjeni nakon 10 puštanja algoritma i vert. linije označavaju standardnu grešku.

Figure 8. Representation of strategies in the last generation versus crossover coefficient of stag hunt. The mutation coefficient is 0.07, the number of individuals in the population is 100. UI is the label for the strategy “always defect”, TFT for the strategy “tit-for-tat”, GTFT for the strategy “generous tit-for-tat” and US for the strategy “always cooperate”. The results are averaged out over 10 runs of the algorithm and the vertical bars denote standard errors.



Slika 9. Grafik zastupljenosti strategija u poslednjoj generaciji u zavisnosti od koeficijenta krossovera igre kukavica. Koeficijent mutacije je 0.07, broj jedinki u populaciji je 100. UI je oznaka za strategiju „uvek izdaj”, TFT za strategiju „tit-for-tat”, GTFT za strategiju „generous tit-for-tat” i US za strategiju „uvek saraduj”. Rezultati su usrednjeni nakon 10 puštanja algoritma i vert. linije označavaju standardnu grešku.

Figure 9. Representation of strategies in the last generation versus crossover coefficient of chicken game. The mutation coefficient is 0.07, the number of individuals in the population is 100. UI is the label for the strategy “always defect”, TFT for the strategy “tit-for-tat”, GTFT for the strategy “generous tit-for-tat” and US for the strategy “always cooperate”. The results are averaged out over 10 runs of the algorithm and the vertical bars denote standard errors.

Kod lova na jelene promena koeficijenta krossovera utiče na udeo strategija u populaciji jedino kada je koeficijent mutacije 0.07, što je „kritična tačka” na grafiku sa slike 3. Na slici 8 se vidi da na manjim vrednostima koeficijenta krossovera izdajnička strategija dominira, a na višim je udeo svih dominantnih strategija u populaciji jednak.

Kod igre kukavica na nižim koeficijentima krossovera najzastupljenija strategija je komplementarna GTFT, a na višim vrednostima koeficijenta je najdominantnija strategija „uvek

izdaj”. Kao i kod igre lova na jelene, sa većim i manjim koeficijentima mutacije vrednost koeficijenta krossovera ne utiče na udeo strategija u populaciji.

Zaključak

U radu su razmatrane četiri karakteristične igre (zatvorenikova dilema, lov na jelene, igra kukavica i igra harmonije). Ove igre su odabrane kao različiti primeri kooperativnih igara koje se

razlikuju u vrednosti T poena, i stoga je istraživano koliko se struktura stabilne populacije menja usled ovih izmena u igri.

Iz sprovedene analize kooperativnih igara izvodimo sledeće zaključke: saradnja među jedinkama dominantna je kod svih posmatranih igara u određenim opsezima koeficijenta mutacije (kod zatvorenikove dileme – do oko 8%, kod igre lov na jelene – do 5.5%, kod igre kukavica – od 5% do 10% i kod igre harmonije na bilo kom koeficijentu mutacije). Sledeća bitna napomena je da iako deluje da se sve populacije stabilizuju na uzajamnoj saradnji (oko 3 poena), populacije koje opstaju na tom koeficijentu mutacije se strukturalno značajno razlikuju. U igri zatvorenikove dileme strategije koje su najzastupljenije su TFT i uvek saraduj, u igri lov na jelene – uvek saraduj, u igri kukavica – uvek saraduj i u igri harmonije, takođe, uvek saraduj. U igrama u kojima je sklonost ka izdaji (T) manja, saradničke strategije su dominantnije, dok u igrama sa većom sklonosti ka izdaji, saradničke strategije moraju biti prilagodljivije (poput TFT).

U ovom radu izvedeni su novi zaključci vezani za druge značajne kooperativne igre, pored već istražene zatvorenikove dileme. Predlog za dalje istraživanje na ovu temu je da se pored evolucije ovih igara razmotre i evolucije drugih igara koje se dobijaju variranjem parametra S iz matrice iz tabele 1. Takođe, u radu su posmatrane samo kratke strategije – one čija je istorija dužine 1, ali pored njih postoje i duge strategije, sa dužinom istorije većom od 2 (Alorić 2012) Povećanjem dužine istorije strategija povećava se i broj različitih strategija, i samim tim menja se finalni ishod igre.

Zahvalnost. Zahvaljujemo se mentorima – dr Aleksandri Alorić sa Instituta za fiziku u Beogradu i Dušanu Drobnojaku, studentu Matematičkog fakulteta u Beogradu, na pruženoj pomoći i podršci.

Litertura

Alorić A. 2012. Kvantitativna analiza determinističkih strategija u evolutivnoj zatvorenikovoj dilemi. Master rad, Fizički fakultet Univerziteta u Beogradu, Studentski trg 12, 11000 Beograd

Axelrod R., Hamilton W. D. 1981. The Evolution of Cooperation. *Science*, **211** (4489): 1390.

Dašić M., Janković M. 2008. Simetrična i asimetrična zatvorenikova dilema. *Petničke sveske*, 64: 65.

Golman R., Page S. E. 2009. Individual and Cultural Learning in Stag Hunt Games With Multiple Actions. *Journal of Economic Behavior & Organization*, **73** (3): 359.

Maynard Smith J. 1982. *Evolution and the theory of games*. Cambridge University Press

Milica Urošević and Nina Zdravković

Evolution of Populations Playing Cooperative Games

Individuals in biological and social systems cooperate. At first glance, that is not in line with the individual struggle for survival (which implies the betrayal of other individuals for personal benefit). Cooperative games can be used to explore the dilemma about the development of cooperation or betrayal. The best-known cooperative game is the prisoner's dilemma, but in this paper we also explore other games (stag hunt, chicken game and harmony game). Our aim was to highlight the conditions in which cooperation becomes dominant in a population, and which strategies are the most dominant between cooperators. The evolution of the population of individuals playing cooperative games was observed. Evolution is modeled through three steps – selection, mutation, and recombination. In a large range of investigated parameters there is mutual collaboration among the individuals in the population, but the strategies of individuals differ in how they react to the part of the population that mutated during evolution. Mutations are important parameters that have the greatest effect on the structure of the stable state. With an increasing number of mutating individuals, the number of individuals who do not cooperate, but betray their playmates, increases too. When a small number of individuals mutate, the collaborative strategies are surrounded by associates and are therefore more resistant to the appearance of traitors. This means that cooperation is not a safe option in systems that change more often. 