

# Analiza parametara upravljačkog sistema Ballbota

*Cilj ovog rada jeste simulacija rada robota koji balansira na lopti pomoću četiri točka koji se nalaze između tela i lopte. Ballbot je prosečne ljudske visine i njegova osnovna karakteristika jeste stabilnost. Takođe, ima i mogućnost brzog okretanja oko svoje ose što mu omogućava okretnost u malim prostorima. Da bi robot mogao da održi svoju stabilnost kada se pomeri iz ravnotežnog položaja, potrebna mu je informacija o uglu pod kojim se nalazi u odnosu na ravnotežni položaj. Tu informaciju dobija pomoću senzora. U radu je ugao meren kombinacijom žiroskopa i akcelerometra. Očitavanja sa senzora su filtrirana komplementarnim i Kalmanovim filtrom a potom poređena. Varirana ne masa i visina centra mase sistema i posmatrano je kako ti parametri utiču na vreme stabilizacije sistema. Rezultati su pokazali da se sistem stabilizuje najbrže kada mu je centar mase nizak i kada se očitavanja senrora filtriraju Kalmanovim filtrom.*

## Uvod

Kretanje modernih robota najčešće se zasniva na većem broju točkova raspoređenih kao kod automobila. Takav raspored točkova u kombinaciji sa niskim centrom mase čine robota vrlo stabilnim. Međutim, roboti dizajnirani na ovaj način imaju problema u kretanju među gradskim gužvama zbog smanjenog prostora manevrisanja.

U ovakvim situacijama potreban je robot koji će:

1. Zauzimati malu površinu na zemlji

2. Imati mogućnost okretanja oko svoje ose
3. Biti otporan na izbacivanje iz ravnotežnog položaja

Ballbot je robot koji koristeći manje pomoćne točkove balansira na lopti (slika 2). Pomoćnih točkova može biti tri (Colas *et al.* 2010) ili četiri (Nagarajan *et al.* 2014) i njihovim kretanjem se kontroliše rotacija lopte.

Ballbot dinamički održava ravnotežu okrećući loptu tako da telo robota zalčapa najmanji mogući ugao sa vertikalnom osom. Ovakav dizajn omogućava ballbotu kretanje u svim pravcima, uz mogućnost okretanja oko svoje ose. Površina koju zauzima je srazmerna površini lopte na kojoj se ballbot održava, a zbog dinamičkog stabilizovanja može se vratiti u ravnotežni položaj i posle manjih otklona.

U radu je simulirana stabilizacija ballbota u vertikalnoj ravni (planarni model). Kombinacijom dva planarna modela ballbota čije se ravni stabilizacije seku pod pravim uglom se može stabilizovati 3D model ballbota (Su *et al.* 2014).

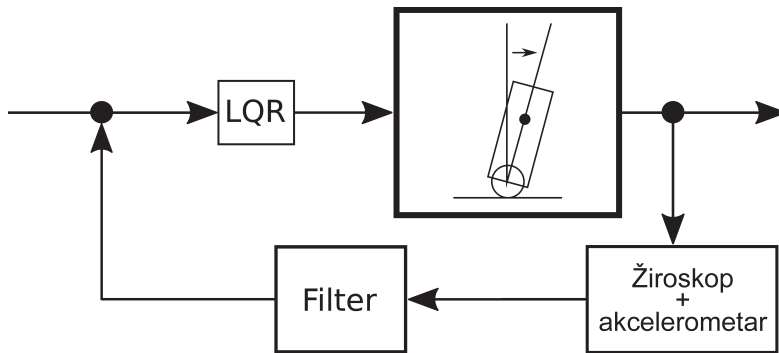
Sabilizacija ballbota počinje određivanjem njegovog početnog ugla otkola. Da bi se odredio ugao otklona, simuliran je rad IMU (eng. inertial measurement unit) senzora koji se sastoji od žiroskopa i akcelerometra. Signali sa ovih senzora su filtrirani komplementarnim ili Kalmanovim filterom pre prosleđivanja u linearno-kvadratni regulator koji kontroliše brzinu okretanja motora ballbota (slika 1).

Rad se bavi ispitivanjem uticaja mase i visine centra mase na odziv sistema, kao i poređenje komplementarnog i Kalmanovog filtera. Visina centra mase i sama masa robota utiču na inerciju sistema, tako da je očekivano da rezultati pri variranju oba parametra budu vrlo slični.

*Diana Sekulić (1999), Novi Sad, Ćirila i Metodija 122, učenica 3. razreda Gimnazije „Jovan Jovanović Zmaj” u Novom Sadu*

*Mladen Bašić (1999), Vrnjci, Železnička 22, učenik 3. razreda Gimnazije Kraljevo*

*MENTOR: Vuk Vukomanović, student Elektrotehničkog fakulteta Univerziteta u Beogradu*



Slika 1. Blok šema sistema za stabilizaciju

Figure 1. Block diagram of the stabilization system

## Metod

Ballbot je robot koji se sastoji od cilindričnog tela koje balansira na krutoj lopti. Izgled robota je modeliran po uzoru na (Nagarajan *et al.* 2015). Ballbot sadrži po dva para paralelnih točkova koji pokreću loptu i oni se nalaze sa donje strane cilindričnog tela robota i tako ostvaruju kontakt između tela robota i lopte (slike 2 i 3).

Ovakva struktura sama po sebi nije stabilna, ballbot se u stanju mirovanja ne može održati u uspravnom položaju. Cilj motora je okretanje lopte tako da njeno kretanje vrati sistem u uspravni položaj. U radu Fonga i Upila (Fong i Upill 2009) pokazano je da se stabilizacija ballbota može pojednostaviti korišćenjem dva planarna modela.

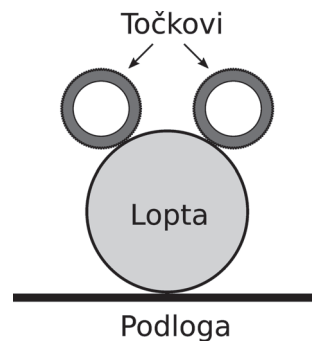
## Planarni model

Planarni model ballbota pretpostavlja da:

1. Nema klizanja između motora i lopte
2. Podloga po kojoj se ballbot kreće je glatka i vodoravna
3. Sistem se kreće samo u jednoj vertikalnoj ravni

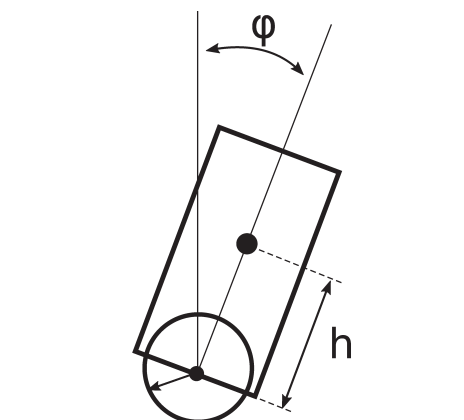
Zbog malih nagibnih uglova moguće je upariti dva nezavisna planarna modela čije su ravni stabilizacije međusobno normalne (slika 3), i time stabilizovati ballbota u trodimenzionalnom prostoru (Su *et al.* 2014). U ovom radu je simuliran planarni model ballbota i ispitivane neke njegove karakteristike.

Planarni model ballbota je potuno predstavljen svojom masom ( $m$ ) i visinom centra mase ( $h$ ). Osa sistema je prava koja spaja centar mase sistema sa centrom lopte na kojoj ballbot balansira. Položaj ballbota u prostoru je objašnjen pomoću dve promenljive, ugao koji osa sistema



Slika 2. Skica točkova na lopti (prema: Fong i Upill 2009)

Figure 2. Draft of wheels that turn the ball



Slika 3. Planarni model robota

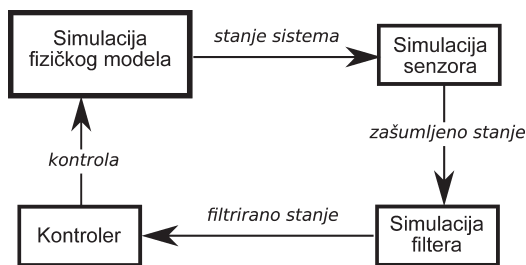
Figure 3. Planar model of the robot

zauzima u odnosu vertikalnu ( $\varphi$ ) i pomeraj sistema od neke referentne tačke. Ovaj rad se bavi isključivo stabilizacijom planarnog modela ballbota, tako da pomeraj nije praćen u simulaciji. U simulaciji je takođe praćen ugaoni pomeraj same lopte ( $\theta$ ) kako bi bili računati njen prvi i drugi izvod (ugaona brzina i ubrzanje).

## Simulacija

Simulacija se sastoji od četiri disjunktne dela (slika 4):

1. Simulacija fizike i računanje položaja ballbota u određenom vremenskom trenutku
2. Simulacija senzora koji oponašaju čitanja koja se dobijaju u realnosti
3. Filtriranje signala dobijenog sa senzora
4. Kontroler koji reguliše kretanje motora po željenom kriterijumu



Slika 4. Blok šema simulacije

Figure 4. Block diagram of the simulation

Ova četiri dela su međusobno povezana su u povratnu spregu. Ovako povezan sistem ima mogućnost upoređivanja trenutnog i željenog položaja, i pokušava da ih izjednači. U slučaju ballbota povratna sprega pokušava da postavi osu sistema u vertikalni položaj i tu je zadrži.

## Fizički model

Da bi smo uspešno simulirali stabilizaciju robota potrebno je da opišemo njegovo kretanje jednačinama koje predstavljaju njegove fizičke

karakteristike. Sistem će u svakom vremenskom trenutku zauzeti neki položaj, koji je u potpunosti opisan vrednostima vektora položaja:

$$q = \begin{bmatrix} \varphi \\ \Theta \end{bmatrix}$$

gde je:  $\varphi$  – ugao između ose tela ballbota i vertikalne i  $\Theta$  – ugao orijentacije lopte.

Jednačina dinamičkog kretanja planarnog modela ballbota dobijena je korišćenjem Ojler-Lagranžove metode.

Trenutno stanje u kome se sistem nalazi zavisi od njegove inercije, gravitacionih sila, sila trenja i obrtnog momenta motora koji pokreću točkove, pa se trenutno stanje u bilo kom trenutku može opisati formulom:

$$\begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} = Mq'' + C + G + D$$

gde je:

$\tau$  – obrtni moment motora

$M$  – matrica inercije

$C$  – vektor centrifugalnih sila

$G$  – vektor gravitacionih sila

$D$  – vektor sila trenja

## Senzori

U realnosti stanja sistema se očitavaju senzori. Nijedan senzor nije idealan, i svaki pri očitavanju pravi određene greške koje nazivamo šum. Kako bi simulacija bila realnija, stanja sistema su predstavljena kao očitavanja neidealnih senzora. U radu je modeliran IMU (engl. inertial measurement unit) senzor koji se sastoji od akcelerometra i žiroskopa.

Žiroskop je senzor koji meri ugaonu brzinu tela, a akcelerometar meri normalno ubrzanje. Ova merenja računata iz prethodnog koraka simulacije a zatim zašumljena. Za zašumljivanje korišteni su beli gausovski šum i random walk za oba senzora, kao i drift kod žiroskopa.

Zbog neidealnosti senzora potrebno je filtrirati signale koje oni daju.

## Filtri

Kao što je već prethodno pomenuto, senzori mere sa određenim greškama. Kako bi se te greške smanjile i kako bi se dobila što preciznija merenja, kombinuju se signali sa više senzora. Za to nam služe filtri. U radu su korišćena dva filtra:

komplementarni i Kalmanov. Pored variranja fizičkih parametara sistema, drugi deo istraživanja bilo je poređenje rezultata parametara vremenskog domena dobijenih korišćenjem komplementarnog i Kalmanovog filtra.

**Komplementarni filter** je algoritam koji se zasniva na kombinovanju informacija dobijenih sa jednog i sa drugog senzora. Žiroskop daje veći šum pri očitavanju ugla, pa se njemu veruje manje, a akcelerometru više. Određeni procenat nam govori o tome koliko verujemo očitavanjima određenog senzora. Parametar koji nam ukazuje na to koliko verujemo vekom senzoru je stepen poverenja  $\alpha$ . Tako određen filter računa ugao po sledećoj formuli:

$$\text{ugao} = \alpha \cdot \text{ugao}_{\text{accel}} + (1 - \alpha) \cdot \text{ugao}_{\text{gyro}}$$

**Kalmanov filter**, takođe poznat kao linearni kvadratni estimator, je algoritam koji na osnovu predhodnih stanja i modela sistema vrši predikciju trenutnog stanja. Kombinovanjem predikcije algoritma i inovacije dobijene merenjem senzora Kalmanov filter aproksimira trenutno stanje sistema. Algoritam se sastoji iz tri dela: predikcije, inovacije i ažuriranja.

U procesu predikcije, Kalmanov sistem predviđa trenutni ugao robota na osnovu njegovog dinamičkog modela i računa kovarijansu predviđanja, odnosno grešku predviđenog stanja. Trenutni ugao robota računa se po sledećoj formuli:

$$x_k = A_k x_{k-1} + B_k u_k$$

gde je:  $x_k$  trenutno stanje koje se predviđa,  $A_k$  matrica promene stanja dinamičkog modela,  $x_{k-1}$  prethodno stanje sistema,  $B_k$  ulazna kontrolna matrica promena stanja i  $u_k$  kontrolni vektor.

Kovarijansa predviđanja se računa po formuli:

$$P_k = A P_{k-1} A^T + Q$$

gde je:  $P_k$  trenutna kovarijansa predviđanja,  $P_{k-1}$  kovarijansa iz prethodne iteracije i  $Q$  ukupna procenjena greška procesa, odnosno greška u korelaciji između zadatog signala i pokretanja aktuatora. Ova greška predstavlja proklizavanje točkova ili prazan hod u prenosu momenta impulsa od motora do točkova.

Posle predikcije sledi proces inovacije. U procesu inovacije, Kalmanov sistem u jednačine za estimaciju položaja uvodi merenja sa senzora. Inovacija je predstavljena formulom:

$$y_k = z_k - H x_k$$

gde je:  $y_k$  razlika predviđenog stanja i stanja dobijenog očitavanjem senzora (inovacija),  $z_k$  vektor izmerenih vrednosti sa senzora i  $H$  opservaciona matrica koja preslikava vektor stanja u vektor merenja.

Slično kao i u procesu predikcije, proces inovacije takođe ima svoju kovarijansu. Kovarijansa inovacije računa se po formuli:

$$S = H P_k H^T + R$$

gde je:  $S$  stvarna greška, a  $R$  procenjena greška kovarijanse merenja.

Poslednji deo algoritma jeste ažuriranje. Ažuriranje služi za konačnu procenu kovarijanse i trenutnog stanja sistema i računa se na sledeći način:

$$K_k = P_k H^T / S$$

$$x_{\text{novi}} = x_k + y_k K_k$$

$$P_{\text{novi}} = (P_{k-1} - K_k H) P_k$$

## Kontroler

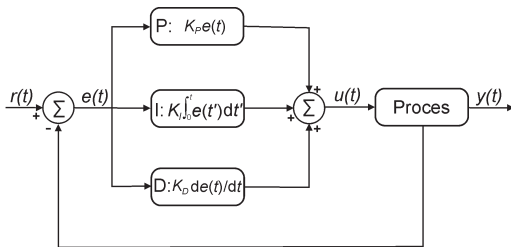
U trenutku kada robota izvedemo iz ravnotežnog položaja on će pasti na stranu na koju je otklonjen, osim ako mu ne omogućimo neku silu koja će da deluje na robota u suprotnu stranu od gravitacione sile i tako postepeno smanji ugao otklona. Za regulaciju te sile koja deluje na robota koristimo kontrolere. Kontroler (regulator) je deo povratne sprege koji automatski reguliše pobudu sistema tako ga vrati u referentno stanje. U slučaju ballbota, kontroler reguliše kretanje motora tako da zadrži sistem u vertikalnom položaju. Implementirana su dva regulatora: PID regulator (proporcionalni, integracioni i diferencijalni regulator), koji kontroliše rad samog motora i LQR (linearni kvadratni regulator), koji kontroliše stabilnost celog sistema.

**PID.** PID kontroler se često koristi zbog svoje jednostavne implementacije. Predstavlja kombinaciju proporcionalne, integracione i diferencijalne komponente. Računanjem greške između željenog i trenutnog stanja sistema, i primenom njene korekcije po proporcionalnoj, integracionoj i diferencijalnoj komponenti, greška se konstantno smanjuje i tako se dolazi do željene vrednosti stanja tj. do stabilizacije sistema. Ulaz kontrolera je signal greške na osnovu koga on računa upravljački signal. Upravljački signal  $u(t)$  određen je formulom:

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(t') dt' + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

gde su:  $K_p$ ,  $K_I$  i  $K_D$  redom koeficijenti proporcionalne, integralne i diferencijalne komponente,  $e(t)$  greška određena razlikom željene ulazne vrednosti i trenutne vrednosti.

PID je primenljiv na linearne sisteme sa jednim ulazom i jednim izlazom (engl. single-input, single-output) kao što je kontrola brzine točkova koji pokreću loptu. Osnovna šema rada PID kontrolera nekog linearnog sistema prikazana je na slici 5. Međutim, postoje sistemi kod kojih ima više ulaza kojima se upravlja i više izlaza. Za takve sisteme PID nije primenljiv.



Slika 5. PID regulator

Figure 5. PID controller

**LQR/LKR.** Ceo model sistema ballbota-a zavisi od više ulaznih i daje više izlaznih parametara, tako da PID kontroler nije primenljiv na njega. Model kretanja i stabilizacije robota se u potpunosti može opisati sistemom linearnih diferencijalnih jednačina. Skupoća upravljanja ballbotom se može definisati nekom funkcijom cene. Minimizacija kvadratne funkcije cene nekog sistema koji je u potpunosti opisan linearnim diferencijalnim jednačinama naziva se linearno-kvadratni problem (LQ/LK).

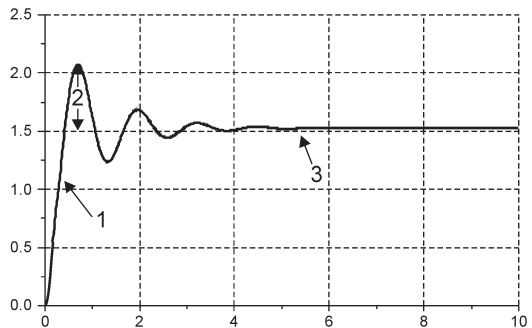
Linearno-kvadratni regulator (LQR/LKR) je kontroler koji rešava linearno-kvadratni problem minimizacije funkcije cene. Funkcija cene zavisi od matrica cena upravljanja koje su eksperimentalno utvrđene. Ove matrice su prosledene u matlabovu funkciju lqr čiji je izlaz vektor upravljanja. Vektor upravljanja se koristi kao proporcionalni kontroler koji umesto jednog, utiče na više izlaznih parametara sistema i prosleđuje ih u povratnu spregu.

## Rezultati i diskusija

Posmatran je odziv sistema pri variranju mase sistema i visine njegovog centra mase. Izdvojeni su parametri vremenskog domena koji karakterišu ponašanje sistema u prelaznom režimu. Neki od parametara vremenskog domena su: preskok, vreme preskoka, vreme uspona i vreme smirenja (slika 6). Vreme preskoka je trenutak u kome odskočni odziv dostiže maksimalnu vrednost ( $t_p$ ). Vreme uspona sistema se karakteriše kao vreme koje protekne od trenutka kada odziv dostigne 10% do trenutka kada dostigne 90% svoje vrednosti u stacionarnom stanju. Vreme smirenja ( $t_s$ ) je vremenski trenutak iza kojeg su oscilacije sistema oko ravnotežnog položaja manje od 5% vrednosti ravnotežnog položaja. Preskok se izražava u procentima i predstavlja:

$$P = \frac{y_p - y_s}{y_s} \cdot 100\%$$

gde  $y_p$  označava maksimum, a  $y_s$  ravnotežni položaj.

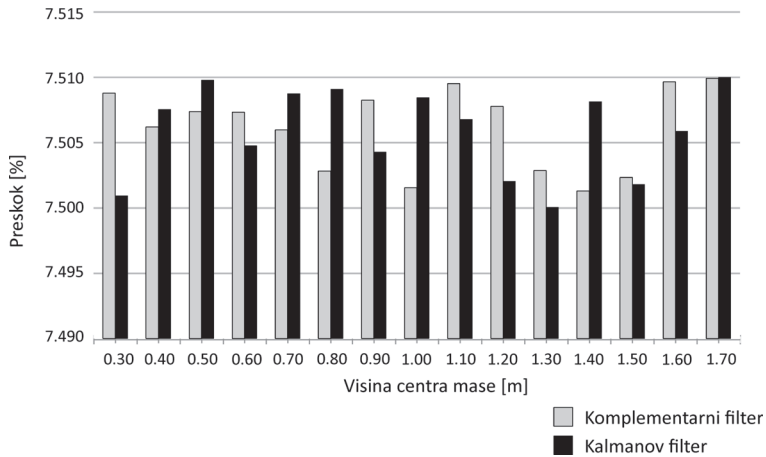


Slika 6. Vremenske karakteristike sistema: 1 – vreme uspona, 2 – preskok, 3 – vreme smirenja.

Figure 6. Time characteristics of the system: 1 – rise time, 2 – overshoot, 3 – settling time.

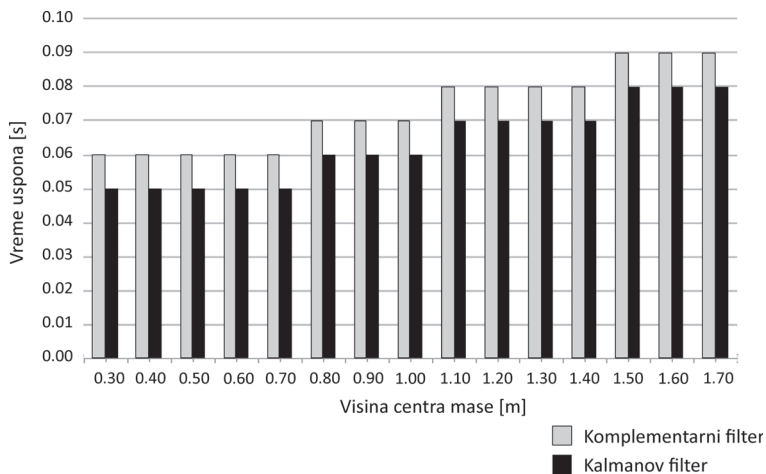
Drugi deo istraživanja je upoređivanje rezultata parametara vremenskog domena dobijenih korišćenjem komplementarnog i Kalmanovog filtra.

Iz prikazanih rezultata se može zaključiti da preskok sistema ima zanemarljivu promenu pri variranju visine centra mase (slika 7). Takođe se može uočiti da vremena uspona i smirenja li-



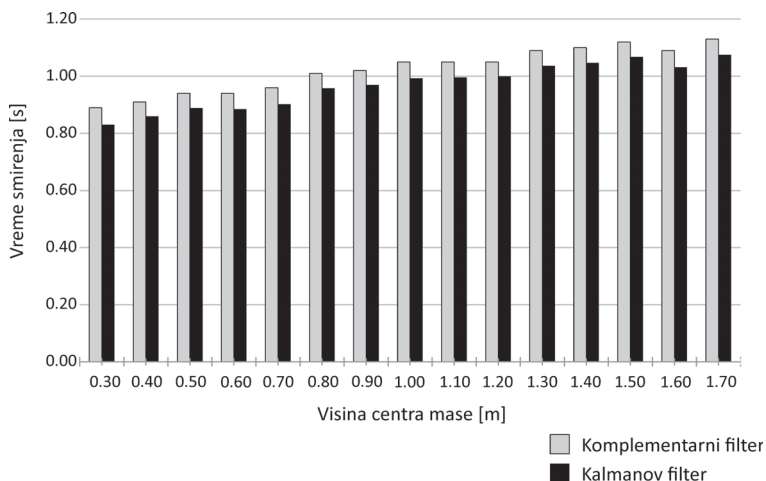
Slika 7. Grafik zavisnosti preskoka od visine centra mase robota

Figure 7. Dependence of the overshoot from the height of the robot's center of mass (light gray – complementary filter; dark gray – Kalman filter).



Slika 8. Grafik zavisnosti vremena uspona od visine centra mase robota

Figure 8. Dependence of the rise time from the height of the robot's center of mass (light gray – complementary filter; dark gray – Kalman filter).



Slika 9. Grafik zavisnosti vremena smirenja od visine centra mase robota

Figure 9. Dependence of the settling time from the height of the robot's center of mass (light gray – complementary filter; dark gray – Kalman filter).

nearno rastu sa povećanjem visine centra mase (slike 8 i 9).

Sa slika 7-9 se uočavaju razlike pri korišćenju Kalmanovog i komplementarnog filtra. Može se videti da su vremena uspona i smirenja kraće pri korišćenju Kalmanovog nego pri korišćenju komplementarnog filtra (slike 8 i 9), dok se preskok zanemarljivo razlikuje (slika 7).

## Zaključak

Iz prikazanih rezultata uočava se da je odstupanje izmerene vrednosti ugla veće od vrednosti očekivane po modelu kada se signal sa senzora filtrira komplementarnim, a manje kada se filtrira Kalmanovim filtrom. Takođe, uočava se da visina centra mase utiče na sve parametre vremenskog domena koje karakterišu stabilizaciju tako što se one rastu sa povećanjem visine centra mase. Iz tako dobijenih rezultata može se zaključiti da se ballbot najbrže stabilizuje kada ima najniži mogući centar mase i kada su signali senzora filtrirani Kalmanovim filtrom.

## Literatura

Su B., Wang T., Kuang S., Wang J. 2014. Effects of physical parameters on dynamic behaviour of Ballbot-like robots. *International Journal of Robotics and Automation*, **29** (1): 105.

Colas F., Fankhauser P., Gwerder C. 2010. Modelling and Control of a Ballbot. Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Fong J., Uppill S. 2009. *Ballbot*. University of Adelaide

Nagarajan U., Kantor G., Hollis R. 2014. The Ballbot: An Omnidirectional Balancing Mobile Robot. *International Journal of Robotics Research*, **33** (6): 917.

---

*Diana Sekulić and Mladen Bašić*

## Analysis of BallBot Control System Parameters

Modern robots which contain several wheels and a low center of mass are shown to be impractical in crowded places because they require a large space for maneuvering. To solve this problem, it is necessary to design a robot which takes up a small surface on the ground, has the ability to rotate around its vertical axis and is resistant to occasional deflection from an equilibrium position.

Ballbot is a human-sized dynamically stable robot that balances on a single ball. Contact between the robot's body and the ball is accomplished using wheels, located on its lower side. The ball is rotated using the wheels, whereby the body of the robot is maintained in an upright position. The goal is to model and simulate a robot with such characteristics.

The model of the ballbot contains two, mutually orthogonal, pairs of wheels that drive the ball. Stabilization is done in two planes independently. The characteristics of the system are the mass of the robot and the distance from the center of mass to the center of the ball. In this paper, a simplified model which balances the robot in only one plane (planar model) is presented.

The current state of the system is determined by the angle in which the robot is in relation to the vertical axis. Robot deflection from the vertical axis is measured combining information from the gyroscope and accelerometer, and the signal is filtered with a complementary or a Kalman filter. Stabilization is done by linear-quadratic regulator empirically determined parameters are.

The robot's mass and height are varied and systems response is examined. Settling time and rise time linearly grow with the increase of system mass and height (Fig. 3 and 4), which means the lower center of mass is the faster the robot will stabilize. Height or mass do not have an impact on overshoot, which is only dependent on starting deflection (Fig. 1). The Kalman filter has shown to have a lower settling time than the complementary filter, as the starting hypothesis suggested (Fig. 1-4), which means that the performance of the Kalman filter is better. Peak time is unchanged when switching filters. 