

Simulacija rada piezo motora i ispitivanje njegovih performansi u zavisnosti od dimenzija

Piezoelektrični motor je motor malih dimenzija koji radi na principu inverznog piezoelektričnog efekta. Cilj ovog rada je simulacija funkcionisanja rotacionog piezo motora i ispitivanje njegovih performansi u zavisnosti od dimenzija motora. To je urađeno korišćenjem metoda konačnih delova i Ojler Bernulijeve jednačine. Uzimajući da je debljina prstena na kome je simulirano talasno kretanje fiksna i zanemarljivo mala u odnosu na njegov poluprečnik i širinu, talasno kretanje na njemu slično je talasnom kretanju na tankoj šipci pričvršćenoj na jednom kraju, te je tako i opisano. Pri tome dobijeno je da energija linearno raste sa porastom širine prstena, a eksponencijalno opada sa porastom poluprečnika. Najveća dobijena energija je 16 mJ, i to za najmanji poluprečnik 10 mm i najveću širinu prstena 0.1 mm.

Uvod

Kako su pokretni delovi mašina (blende fotoaparata, delovi instrumenata koje se koriste u medicini itd.) postajali sve manji bilo je potrebno da i motori koji ih pokreću budu što manjih dimenzija. Prilikom konstrukcije motora malih dimenzija kao jedna od najpogodnijih metoda pokazala se upotreba piezoelektričnih elemenata, jer se njihovom upotrebom postiže velika efikasnost pri malim dimenzijama (Uchino 2008). Konstrukcija navedenog motora počiva na inverznom piezoelektričnom efektu koji podrazumeva da se dovođenjem napona na određene elemente oni mehanički deformišu. Stator piezoelektričnih motora sastoji se iz piezoelektričnih

elemenata na kojima se dovođenjem napona stvara određeno talasno kretanje koje se preko elastične opne trenjem prenosi na rotor motora (slike 1 i 2).

Kao dobra osnova za konstrukciju rotacionog motora sa progresivnim talasom pokazao se PCB (Uchino 2008). PCB je ploča izgrađena od materijala koji služi da povezuje elektronske komponente koje su na nju postavljene. Komponente na PCB-u električno povezuju provodne trake, koje se formiraju nanošenjem tankog sloja bakra na ploču. Za piezoelektrične motore koriste se PCB ploče sa prstenastim otvorom. Piezoelementi se u segmentima rasporede na otvor PCB-a. Poluprečnik otvora može biti između 10 i 60 mm, jer za vrednosti manje od 10 mm, prsten postaje disk, a za vrednosti veće od 60 mm ne mogu se primeniti korišćene aproksimacije – zanemarljiva debljina prstena i aproksimacija šipkom (Uchino 2008).

Kada se na ovako postavljene piezoelemente dovede napon oni, sabijajući se i istežući se, izazivaju longitudinalni talas, a kako je stator fiksiran to izaziva i transferzalni talas. U koliko se na segmentima naizmenično stvaraju sinusni i kosinusni talasi (fazna razlika je $\pi/2$), njihovom superpozicijom nastaje odgovarajući progresivni talas (formula 1):

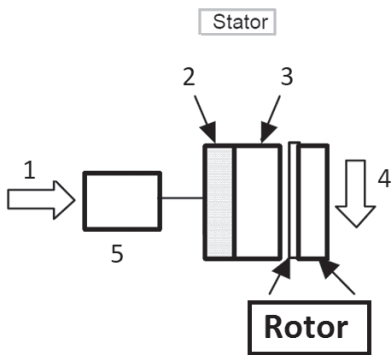
$$y(x, t) = A \cos kx \cos \omega t + A \cos \left(kx - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (1)$$

U formuli (1) y predstavlja pomeraj po transferzalnoj osi, x po longitudinalnoj, a A amplitudu. Kada stojeći talasi dostignu rezonantnu frekvenciju, vibracije na vibrirajućoj elastičnoj opni se povećavaju. Rezonantna frekvencija se postiže kada se sopstvena frekvencija piezo-

Anđela Bogdanović (2000), Novi Pazar, s. Vranovina, učenica 2. razreda Prve kragujevačke gimnazije

Lenka Brestovački (1998), Bačka Palanka, Jugoslovenske armije 83, učenica 4. razreda Gimnazije „20. oktobar” u Bačkoj Palanci

MENTOR: Danilo Đokić, Student Elektrotehničkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

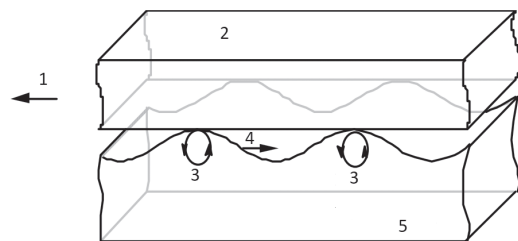


Slika 1. Osnovna konstrukcija piezoelektričnog motora (Uchino 2008)

- 1 – ulaz (električna energija)
- 2 – prsten od piezoelektrika
- 3 – elastična vibrirajuća opna
- 4 – izlaz (mehanička energija)
- 5 – generator visokih frekvencija

Figure 1. Basic construction of a piezoelectric motor (Uchino 2008)

- 1 – Input (electrical energy)
- 2 – Piezoelectric driver
- 3 – Elastic vibrator piece
- 4 – Mechanical output
- 5 – High frequency power supply



Slika 2. Princip rada statora piezoelektričnog motora (Uchino 2008)

- 1 – smer kretanja
- 2 – rotor
- 3 – eliptično kretanje čestica
- 4 – smer kretanja talasa
- 5 – elastična opna

Figure 2. The working principle of the stator of a piezoelectric motor (Uchino 2008)

- 1 – Moving direction
- 2 – Slider
- 3 – Elliptical particle motion
- 4 – Propagation direction
- 5 – Elastic body

elementa i frekvencija talasa izjednače. Povećanjem prečnika prstena na koji su postavljeni piezoelementi povećava se i snaga motora jer time postavljamo više piezoelemenata na prsten pa se i njihov pojedinačna snaga umnožava. Međutim, brzina se povećava smanjivanjem prečnika. Istovremena velika brzina i snaga postižu se postavljanjem piezoelemenata na obe strane kružnice (Uchino 2008). Efektivni napon potreban za rad ovakvog motora je u opsegu od 100 V do 200 V (Lap 2007).

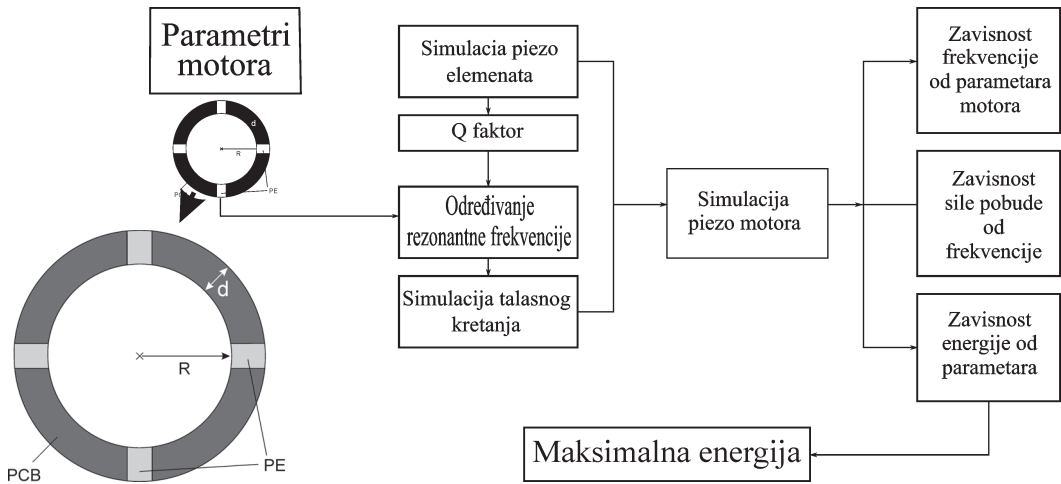
Postoji rotacioni i linearni tip piezo motora, gde rotacioni podrazumeva kružno postavljene piezoelemente, a linearni linearno. Osim toga, piezoelektrični motori se mogu podeliti i na osnovu toga da li se na piezoelementima stvara stojeći ili progresivni talas. U ovom radu opisan je i simuliran rotacioni motor sa progresivnim talasom.

Ojler Bernulijeva jednačina. Prilikom simulacije motora bilo je potrebno je uprostiti model. Kada je prsten dovoljno tanak, što znači da je debljina mnogo manja od širine prstena, prsten se može aproksimirati šipkom korišćenjem Ojler-Bernulijeve jednačine (Kwon i Bang 1997). Prsten se može aproksimirati šipkom jer za odgovarajući odnos debljine i širine kružni efekti su zanemarljivi. Ojler-Bernulijeva jednačina se može koristiti za opisivanje šipke koja vibrira:

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) = q(x, t) \quad (2)$$

gde je ρ podužna masa, v transferzalno izduženje šipke, E Jungov modul elastičnosti, I moment inercije površine i $q(x, t)$ spoljašnje naprezanje. Usled vibracija šipke se deformiše, a na vibracije utiče Jungov modul elastičnosti, koji predstavlja sposobnost deformisanja tela pod delovanjem sile. Za jednačine šipke primenjen je Galerkinov metod koji kontinualne probleme konvertuje u diskretne (Finlayson 1972). Galerkinov metod problem rešava dodeljivanjem težinske funkcije koja se definiše na osnovu poznatih vrednosti u određenim trenucima. Zatim se parcijalnom integracijom svake promenljive dolazi do ukupnog rešenja.

Piezo elementi. Efikasnost piezo elemenata određena je Q faktorom rezonatora koji je od njih sastavljen. Q faktor određuje koliko se energije utroši na mehaničke deformacije, odnosno



Slika 3. Šematski prikaz metoda (Parametri motora: R – poluprečnik prstena, d – širina prstena, PE – piezoelement)

Figure 3. Block diagram of the method (Parameters of motor: R – radius of ring, d – width of ring, PE-piezoelement)

izgubi. Što je Q faktor veći, to su gubici energije manji, odnosno uskladištena energija je veća. Rezonantna frekvencija je frekvencija na kojoj je amplituda najveća i pri takvim frekvencijama oscilovanja kristala dobija se njihova najveća efikasnost. Cilj dostizanja rezonantne frekvencije je smanjenje deformacije po dvema osama, a povećanje po jednoj, koje će obezbediti maksimalno pojačanje vibracija na membrani i najveću izlaznu energiju motora. Izlazna energija motora zavisi od opterećenja, pa se radi uopštenja problema u ovom radu računala energija stojećeg talasa na statoru motora. Energija talasa izračunava se po formuli:

$$E = \frac{1}{2} \rho \omega^2 X_0^2 \Delta V \quad (3)$$

gde ρ predstavlja gustinu sredine kroz koju se prostire talas, ω kružnu frekvenciju, X_0 amplitudu talasa i ΔV zapremina šipke na kojoj se talas prostire.

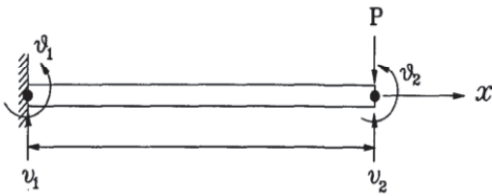
Cilj ovog rada je da se simuliranjem rada piezoelektričnog motora, uračunavajući fiksne parametre sistema, utvrditi koja je maksimalna energija koju model postiže, i kako ona zavisi od dimenzija motora (slika 3). Hipoteza je da će izlazna energija biti najveća za najmanji poluprečnik, a najveću širinu i izvedena je iz referentnih radova (Uchino 2008; Lap 2007).

Metod

Prilikom simuliranja stojećeg talasa na prstenu usvojeno je da je debljina prstena zanemarljivo mala, onda se taj prsten može aproksimirati tankom šipkom koja je pričvršćena na jednom kraju zbog zanemarivanja kružnih efekata (Legner *et al.* 2013). Da bi se opisalo talasno kretanje na šipci, ona se mora razložiti na konačan broj malih delova (domena). Jedan konačno mali deo šipke predstavlja jednu nodu i svake dve uzastopne node imaju po jednu zajedničku tačku radi kontinualnosti (slika 4). Noda je deo šipke koji teži da bude beskonačno mali, u fizičkom smislu.

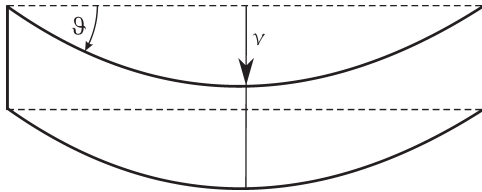
Dakle, talasno kretanje opisano je primenom metode konačnih elemenata na Ojer-Bernulijevu jednačinu. Metod konačnih elemenata je numerički metod rešavanja fizičkih problema, deljenjem složenih sistema na konačan broj malih delova. Primenom Galerkinovog metoda na osnovnu Ojler-Bernulijeve jednačinu (2) dolazimo do oblika (Kwon i Bang 1997):

$$I = \sum_{i=1}^n \left[\int_{\sigma_i} \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \omega dx + \int_{\sigma_i} EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} dx - \int_{\sigma_i} q \omega dx \right] + \left[V \omega - M \frac{\partial \omega}{\partial x} \right]_0^L = 0$$



Slika 4. Šipka fiksirana na jednom kraju (Kwon i Bang 1997): ϑ_1 i ϑ_2 – ugaoni pomeraji, v_1 i v_2 – linijski pomeraji delova šipke

Figure 4. Cantilever beam (Kwon and Bang 1997): ϑ_1 i ϑ_2 – angular move, v_1 i v_2 – linear move



Slika 5. Kretanje noda

Figure 5. Moving of nodes

gde je $V = EI \frac{\partial^3 v}{\partial x^3}$ sila koja izaziva mala smicanja

delova šipke, a $M = EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$ moment savijanja,

pri čemu su pri čemu su v i x transverzalno, odnosno linearno izduženje; σ_e je elementarni domen, n broj takvih domena, a L dužina šipke. Galerkinov metod je numerički metod konvertovanja kontinualnih problema u diskretne. Da bi se obezbedilo kontinuirano kretanje u zajedničkoj tački, dve node moraju imati isti pomeraj v i isti ugaoni pomeraj ϑ (slika 5).

Kako za svaku nodu imamo četiri vrednosti: pomeraj i ugaoni pomeraj za početnu i krajnju tačku, za pomeraj dobijamo jednačinu trećeg stepena: $v(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3$ a za ugaoni pomeraj jednačinu drugog stepena jer je $\vartheta = \frac{\partial v}{\partial x}$:

$$\vartheta(x) = c_1 + 2c_2 x + 3c_3 x^2$$

Za spajanje više noda koristi se uopštenje ovih jednačina i potrebno je uvesti Hermitove funkcije oblika:

$$\begin{aligned} H_1(x) &= 2x \\ H_2(x) &= 4x^2 \\ H_3(x) &= 8x^3 - 12x \\ H_4(x) &= 16x^4 - 48x^2 + 12 \end{aligned}$$

Tako se dolazi do sledećeg oblika:

$$v(x) = H_1(x)v_1 + H_2(x)\vartheta_1 + H_3(x)v_2 + H_4(x)\vartheta_2.$$

Sređivanjem jednačina (Kwon i Bang 1997) dolazi se do sledeće jednačine koja opisuje trenutni položaj šipke:

$$\frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ M \\ -P \\ 0 \end{bmatrix}$$

gde su v_1 i ϑ_1 linijski i ugaono izduženje šipke, a v_2 i ϑ_2 izduženja krajnje tačke, L dužina šipke, V i M unutrašnje karakteristike šipke, a P amplitudna vrednost sile pobude.

Kada se ovaj model proširi pričvršćivanjem još šipki na postojeću, u lancu, dobija se cela šipka, koja u segmentima predstavlja aproksimirani prsten. Tako se dolazi do dinamičkih jednačina. Daljim sređivanjem kao u navedenom radu dobija se sledeći oblik:

$$[K] = \omega^2 [M] \quad (4)$$

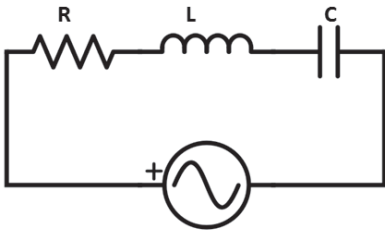
gde je

$$[K] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

matrica naprezanja, ω kružna frekvencija talasa, L dužina šipke, a dijagonalna masena matrica

$$[M] = \begin{bmatrix} 39 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 39 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L^2 \end{bmatrix}$$

Jednačina (4) predstavlja svojstveni problem (Kwon i Bang 1997). Rešavanjem ovog problema dobija se svojstvena vrednost koja odgovara kvadratu kružne frekvencije. Iz kružne frekvencije dobija se frekvencija talasa. Frekvencija talasa treba da odgovara i frekvencijama pobude i opsegu rezonantnih frekvencija piezoelemenata, pa se tako određuje opseg frekvencija koje odgovaraju maksimalnoj energiji. Ovaj opseg određuje se na osnovu specifikacija piezo-



Slika 6. RLC kolo kojim je aproksimiran piezoelement

Figure 6. RLC circuit by which the piezoelement is approximated

električnih elemenata. To je u ovom radu urađeno aproksimacijom elemenata rednim RLC kolom (slika 6).

Za komponente RLC kola, uzimaju se vrednosti koje zavise od materijala i geometrije piezo elemenata i nalaze se u specifikacijama elemenata ili se iz njih mogu očitati, a odgovaraju rezonantnoj impedansi i statičkoj kapacitivnosti, dok se induktivnost preračunava na osnovu rezonantne frekvencije koja je takođe data u specifikacijama elementa.

Nakon određivanja opsega rezonantnih frekvencija moguće je izračunati i energiju praznog hoda motora (stanje u kome motor nije opterećen spoljašnjim opterećenjem). Kako su gustina i amplituda konstantne, iz formule (3) se dobija da energija talasa zavisi od promene zapremine, odnosno promene dve dimenzije šipke (treća je fiksna) i frekvencije. Međutim, kako je usvojeno da je sila pobude na osnovu koje je izračunata energija proporcionalna struji koja teče kroz RLC kolo, dobijene vrednosti nisu apsolutne, već samo relativni odnosi. Prilikom aproksimacije piezoelementa RLC kolom zavisnost sile pobude od frekvencije opisana je analogno zavisnosti struje od frekvencije, odnosno grafici ovih zavisnosti su isti, ali su vrednosti reda veličina koji odgovara strujama u RLC kolima.

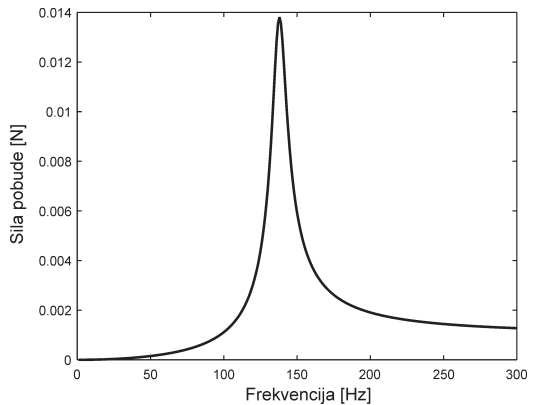
Rezultati

Piezoelementi koji su korišćeni za simuliranje rada piezo motora su od materijala SM311 (Uchino 2008), iz čijih specifikacija je usvojeno da rezonantna frekvencija kristala iznosi 400 KHz. Za takav motor analitički je određen opseg frekvencija, rešavanjem opisanog kola, koristeći

podatke iz specifikacija piezo elemenata. Simulacija piezo motora je rađena u matlabu (Bao i Bar-Cohen 2000). Dobijeni opseg frekvencija u okolini rezonantne koje se u računu mogu smatrati slične njoj iznosi:

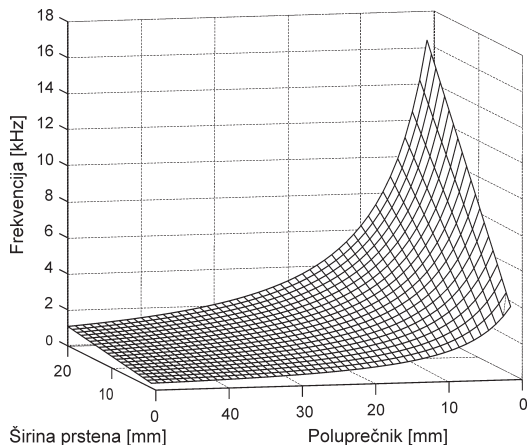
$$\Delta\omega = 21.2 \pm 0.9 \text{ Hz}$$

Nakon toga određen je Q faktor koji određuje kvalitet oscilatora, $Q = 1887 \pm 15$. Na osnovu toga određena je i zavisnost sile pobude od frekvencije (slika 7).



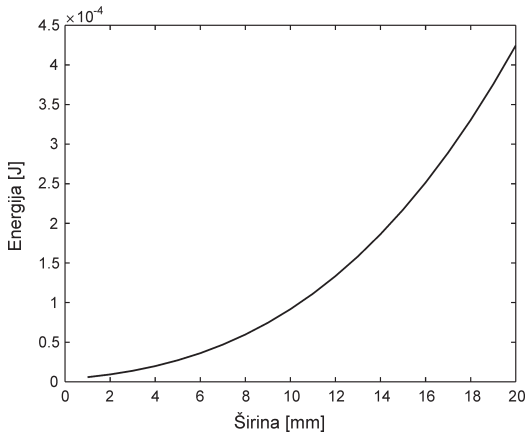
Slika 7. Zavisnost sile pobude od frekvencije

Figure 7. Dependence of the force of the initiative on the frequency



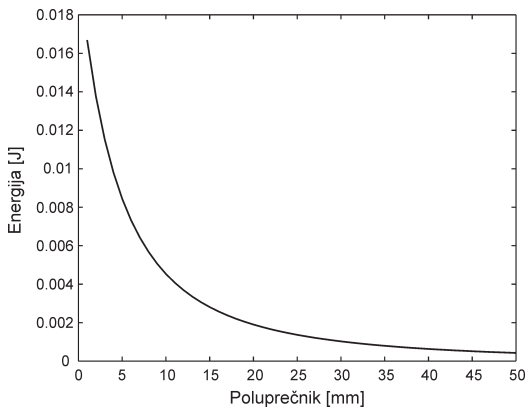
Slika 8. Zavisnost frekvencije od parametara prstena

Figure 8. Dependence of the frequency on the parameters of the ring



Slika 9. Zavisnost energije od širine prstena

Figure 9. Dependence of the energy on the width of the ring

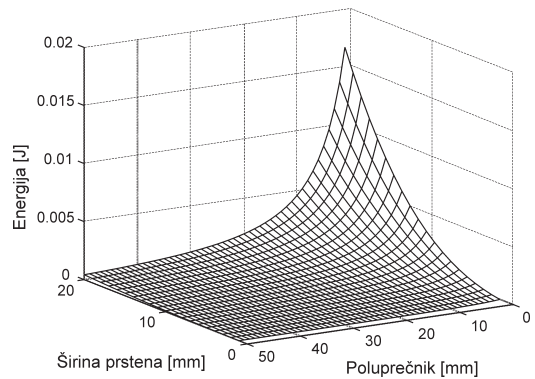


Slika 10. Zavisnost energije od poluprečnika prstena

Figure 10. Dependence of energy on the radius of the ring

Potom je određena zavisnost frekvencije talasa od poluprečnika prstena, pri čemu su debljina i širina prstena konstantne (slika 8). Sa ovog grafika vidi se da je frekvencija najveća za najmanji poluprečnik.

Na slici 8 dat je grafik zavisnosti frekvencije od variranih parametara prstena, širine i radijusa, odakle se može videti da frekvencija linearno raste sa porastom širine prstena. Takođe, ovaj



Slika 11. Zavisnost energije od dimenzija prstena

Figure 11. Dependence of energy on the dimensions of the ring

grafik pokazuje da se najveća frekvencija dobija za najmanji poluprečnik i najveću širinu prstena.

Grafik sa slike 10 prikazuje zavisnost energije od poluprečnika prstena pri konstantnoj širini i debljini prstena. Pri fiksiranom poluprečniku i debljini prstena, dobija se zavisnost energije od širine prstena data na slici 9. Nakon određivanja Q faktora i zavisnosti sile pobude, ti podaci su prosleđeni simulaciji stojećeg talasa na tankoj šipci, i tako je određena zavisnost energije od dimenzija prstena (slika 11). Maksimalna izlazna energija iznosi $16 \cdot 10^{-3}$ J i dobijena je za poluprečnik 10 mm i širinu 0.1 mm.

Zaključak

Simuliranjem rada piezoelektričnog motora zaključeno je da se najveća energija, odnosno efikasnost piezo motora, postiže za najmanji poluprečnik i najveću širinu prstena. Pri tome treba voditi računa o odnosu širine i poluprečnika. Dalji rad odnosio bi se na hardversku konstrukciju ovakvog motora i upoređivanje rezultata simulacije sa praktično dobijenim rezultatima.

Zahvalnost. Velika zahvalnost Pavlu Šoškiću i Bojanu Rojku za podršku i pomoć pri izradi projekta.

Literatura

Bao X., Bar-Cohen Y. 2000. Complete modeling of rotary ultrasonic motors actuated by traveling flexural waves. *Proceedings of SPIE'S 7th annual international symposium on smart structures and materials*. Newport, 1-5 March, 2000.

Finlayson B. A. 1972. *The method of weighted residuals and variational principles*. New York: Academic Press

Lap F. 2007. Piezoelektrični motorji. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, Oddelek za fiziko, Ljubljana. <http://www-fl.ijs.si/~ziherl/piezomotorji.pdf>

Kwon Y. W., Bang H. 1997. *The finite element method using MATLAB*. Boca Raton CRC Press

Legner D., Klinkel S., Wagner W. 2013. An advanced finite element formulation for piezoelectric shell structures. *Numerical methods in engineering*, **95** (11): 901.

Uchino K. 2008. Introducing to piezoelectric actuators and transducers, International Center for Actuators and Transducers, Penn State University. <http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a429659.pdf>

Anđela Bogdanović and Lenka Brestovački

Simulation of Piezo Motor Operation and Testing Its Performances Depending on Dimensions

The direct piezoelectric effect is the production of electrical charges on the surfaces of some materials as a consequence of applying mechanical stress. The converse piezoelectric effect is a phenomenon of some materials that have a geometric strain proportional to the applied electric field. The aim of this paper was to simulate the

work of the piezo motor and to examine its performance depending on the size of the motor.

The motor is made of radial distributed crystals that transfer energy. If the ring is thin enough, it can be approximated by a thin beam, which is done in this paper. The stator of piezoelectric motors consists of piezoelectric elements on which a mechanical wave caused by applying electrical voltage is propagated. These waves are passed through the elastic membrane to the motor's rotor by friction.

First, the energy of the wave is determined. Then, the dependence of the frequency and the energy of the wave on the radius and the width of the ring is determined.

In this paper a simulation of the piezo motor is created, in order to determine the energy dependence of the motor dimension and the frequency of the initiative. The simulation is done using a finite element method applied to the Euler Bernoulli equation.

Similar to the outlined assumption, from the results it can be concluded that the frequency is the highest for the smallest radius of the ring, while for the bigger radius it exponentially decreases, similar to energy. The ratio of the radius and the width of the ring must not be higher than 20% (Legner *et al.* 2013), because then it becomes a disk. The dependence of the frequency on the width of the ring represents linear growth, that is, it is the best for the maximum ring width, similar to energy. The assumption is that the motor has the highest efficiency for the resonant frequency, or the largest amplitude.

Still, it is necessary to determine the range of frequencies in the vicinity of the resonant frequencies of the piezoelectric element, which will give the corresponding amplitude, at the basis of the Q factor derived from the piezoelectric element specifications. This is done by approximating the piezoelectric elements with the corresponding circuit based on the specifications of the elements.

The obtained maximum energy of the piezo motor is 16 mJ and that is the value for a ring width of 0.1 mm and a radius of 10 mm. 