

## Kontrola kriostata

---

*Kriostat je uređaj koji je vrlo značajan kod eksperimenata u kojima je neophodno održavanje veoma niskih temperatura. Zbog uticaja okoline u vidu zagrevanja, održavanje temperature se postiže pomoću vakuum pumpe koja izvlači paru helijuma iz kriostata i time smanjuje temperaturu u njemu i pomoću ventila na osnovu čije otvorenosti se brže ili sporije smanjuje temperatura. Na osnovu formulisano modela koji detaljno opisuje fizičke zakone koji se pojavljuju u kriostatu urađena je simulacija sistema. Utvrđena je i validnost usled preklapanja teorijskih predviđanja i rezultata simulacije. Kontrolom otvorenosti ventila postignuto je da se željena temperatura održava tokom vremena sve dok se ne potroši helijum iz kriostata, što je i bio cilj ovog rada.*

---

### Uvod

Kriostat je uređaj koji se koristi za održavanje veoma niskih temperatura određenog uzorka koji se nalazi unutar njega. Značajan je u eksperimentima sa superprovodnošću, gde se električna žica na niskim temperaturama nalazi u superprovodnom stanju tako da nema električni otpor i zbog toga se mogu održavati vrlo visoke struje sa niskom snagom. Takođe, koristi se i u medicini gde je sastavni deo instrumenata koji služe za sečenje ekstremno tankih delova materijala (najčešće tkiva) za ispitivanje pod mikroskopom (Pobell 2007). Pod dejstvom spoljašnje okoline dolazi do zagrevanja u kriostatu, pa da bi se održavala konstantna temperatura mora doći do hlađenja sistema. Postoji više metoda hlađenja,

gde je najčešća ona u kojoj se koristi kriofluid, kao što je na primer tečni helijum. Unutar kriostata dolazi do isparavanja tečnog helijuma i stvaranja helijumove pare. Hlađenje se postiže izvlačenjem pare helijuma pomoću vakuum pumpe koja je spojena sa kriostatom preko cevi na kojoj se nalazi ventil (slika 1). Izvlačenjem pare helijuma dolazi do smanjenja pritiska pare u kriostatu tako da se sa smanjenjem pritiska smanjuje i temperatura u kriostatu (slika 2). Sud u kojem se nalazi tečni helijum je okružen tečnim azotom koji predstavlja izolaciju jer višestruko umanjuje snagu zagrevanja i zbog toga se sistem dosta brže hladi nego što se zagreva (Ekin 2006).

Veoma je teško ručno održavati temperature u kriostatu, zato što se sistem vrlo brzo hladi, a dosta sporo zagreva. Zbog toga je automatska kontrola temperature od velike važnosti. Automatsko održavanje temperature u kriostatu se postiže pomoću kontrolera koji na osnovu početne temperature i temperature koju želimo da održavamo vrši kontrolu nad ventilom tako što reguliše širinu njegovog otvora.

Cilj ovog rada je simulacija fizičkog sistema u kriostatu i konstrukcija kontrolera koji će automatski održavati temperaturu regulisanjem širine otvora ventila.

---

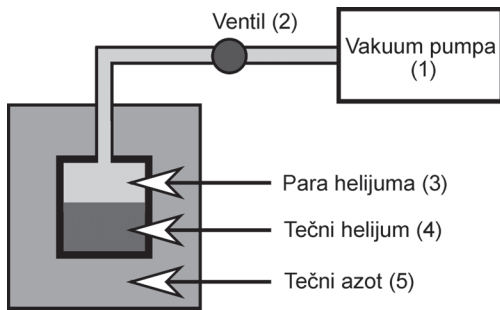
*Dimitrije Pavlov (2000), Loznica, Georgija Jakšića 9/29, učenik 2. razreda gimnazije Vuk Karadžić u Loznici*

*David Đukić (1999), Lešnica, Vladimira Mičića 4, učenik 3. razreda gimnazije Vuk Karadžić u Loznici*

**MENTORI:**

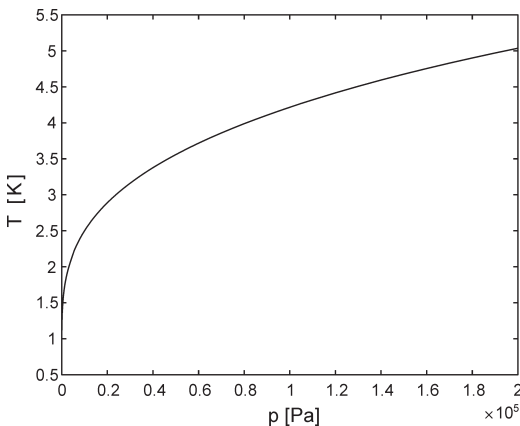
*Marko Kuzmanović, Universite Paris-Sud, Francuska*

*Miroslav Bogdanović, Max Planck Institute for Intelligent Systems, Nemačka*



Slika 1. Skica kriostata

Figure 1. Sketch of a cryostat: 1 – vacuum pump, 2 – valve, 3 – helium vapor, 4 – liquid helium, 5 – liquid nitrogen.



Slika 2. Grafik zavisnosti pritiska pare od temperature

Figure 2. Graph of vapor pressure versus temperature

## Metod

### Simuliranje fizičkog sistema u kriostatu

Promena toplote u jedinici vremena je jednaka zbiru snage zagrevanja ( $P_{in}$ ) i snage koja se oslobađa isparavanjem helijuma ( $P_{evap}$ ):

$$\frac{dQ}{dt} = P_{in} + P_{evap}$$

Takođe važi:

$$\frac{1}{n} \frac{dQ}{dt} = C_{exp} + C_{He}$$

gde je  $C_{exp}$  – toplotni kapacitet eksperimentalne postavke, a  $C_{He}$  – toplotni kapacitet helijuma.

Kako je  $C_{He} \gg C_{exp}$ , sledi:

$$C_{He} + C_{exp} \approx C_{He} \equiv C, \text{ tj. } \frac{dQ}{dt} = nC.$$

Snaga isparavanja je:

$$P_{evap} = \lambda_v \frac{dV_{liquid}}{dt}$$

gde je  $V_{liquid}$  – zapremina tečnog helijuma u kriostatu, a  $\lambda_v$  – zapreminska latentna toplota.

Uspostavili smo analogiju između našeg sistema i električnog kola, tako da je razlika pritiska u vakuum pumpi ( $p_{pump}$ ) i kriostatu ( $p_{cryo}$ ) ekvivalentna naponu, otpor koji delimično zatvoren ventil pruža pri proticanju pare je ekvivalentan impedansi ( $Z$ ), dok je protok (odnosno promena zapremine pare helijuma u jedinici vremena,  $\frac{dV_{gasa}}{dt}$ ) ekvivalentan struji. Dakle, prema

Omovom zakonu, možemo napisati:

$$\frac{dV_{gasa}}{dt} = \frac{p_{pump} - p_{cryo}}{Z}$$

U vakuum pumpi pritisak je jednak nuli, onda uz zamenu da je  $p_{cryo} = p$  imamo relaciju:

$$\frac{dV_{gasa}}{dt} = -\frac{p}{Z}$$

Takođe, jedinica mase tečnosti koja ispari u jedinici vremena je jednaka jedinici mase gasa koji se odvede u jedinici vremena iz suda, tako da sledi:

$$\rho_{liquid} \frac{dV_{liquid}}{dt} = \rho_{gasa} \frac{dV_{gasa}}{dt}$$

gde je  $\rho_{liquid}$  – gustina tečnog helijuma,  $\rho_{gasa}$  – gustina gasovitog helijuma.

Cilj je da odredimo kako evoluira sistem sa vremenom za različite vrednosti  $Z$ . Iz prethodnih jednačina i uz korišćenje relacija  $\rho = \frac{m}{V}$  i  $n = \frac{m}{M}$ , dobija se:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{P_{in} M}{\rho_{liquid} V_{liquid} C} - \frac{p \lambda_n \rho_{gasa}}{\rho_{liquid} V_{liquid} CZ},$$

$$\frac{dV_{liquid}}{dt} = -\frac{\rho_{gasa}}{\rho_{liquid}} \frac{p}{Z},$$

pri čemu je:

$T$  – temperatura

$t$  – vreme

$V_{liquid}$  – zapremina tečnog helijuma u kriostatu

$P_{in}$  – snaga zagrevanja;  $P_{in} = 0.3148 \text{ W}$

(Pobell 2007)

$C$  – toplotni kapacitet sistema

$\lambda_n$  – molarna latentna toplota

$\rho$  – gustina helijuma

$M$  – molarna masa helijuma

( $M = 4.0026 \text{ g/mol}$ )

$Z$  – impedansa sistema

$p$  – pritisak u kriostatu

Pored ovih jednačina, neophodni su nam bili podaci o tome kako se menjaju za različite temperature pritisak helijumove pare, gustina helijuma, gustina zasićene pare, molarna latentna toplota i molarni toplotni kapacitet. Nismo pronašli analitičku funkciju koja nam govori kako se prethodno navedeni parametri menjaju sa promenom temperature, ali smo pronašli tabelarne podatke koji su dobijeni eksperimentalno. Zbog toga primenjujemo interpolaciju – postupak u kojem se, u našem slučaju, na osnovu tabelarnih podataka dobija vrednost određenog parametra na bilo kojoj temperaturi.

Postavljanjem jednačina koje opisuju naš sistem urađena je simulacija u programskom jeziku Matlab. Simulacijom dobijamo grafike na kojima se vidi kako se tokom vremena menjaju važni parametri sistema, kao što su zapremina helijuma, temperatura i pritisak helijumove pare u kriostatu za različite vrednosti impedanse  $Z$ .

## Kontrola otvorenosti ventila – PD kontroler

PD kontroler se često koristi u sistemima u kojima je potrebno automatski održavati sistem u nekom stanju. Ukoliko imamo neki parametar sistema  $A$ , kontroler definiše grešku kao razliku trenutne ( $A$ ) i željene vrednosti parametra ( $A^*$ ), to jest:

$$E(t) = A(t) - A^*.$$

Ukoliko u sistemu postoji neki parametar  $O$  koji možemo da kontrolišemo i koji utiče na vrednost parametra  $A$ , PD tada definiše  $O$  kao:

$$O = K_p E(t) + K_d \frac{dE(t)}{dt},$$

gde je  $K_p$  koeficijent koji se podešava tako da kontrola bude odgovarajuća.

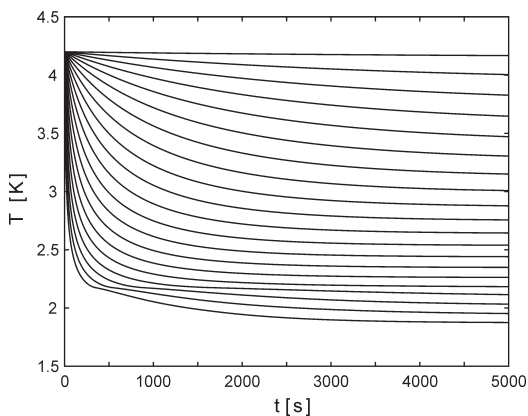
U našem slučaju,  $A^*$  je temperatura koju želimo da postignemo dok je  $O$  širina otvora ventila koja je definisana preko impedanse kao:

$$O = \frac{1}{Z}.$$

## Rezultati i diskusija

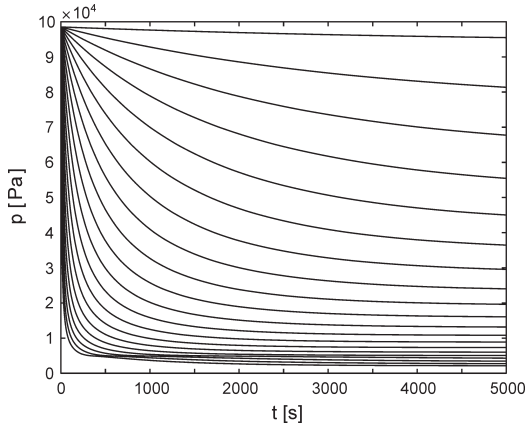
### Rezultati simulacije

Pošto nismo znali koju vrednost da uzmemo za impedansu  $Z$ , uzeli smo 20 vrednosti u intervalu  $Z \in [10^8, 10^{11}]$  koje su logaritamski raspoređene. Za gustinu helijumove pare smo imali tabelarne podatke samo do 2 K, pa smo morali da ekstrapoliramo funkciju da bismo dobili vrednosti i za niže temperature. Takođe, potrebno je relativno veliko vreme da bi se temperatura ustalila. Ovo nije nerealno, zato što se u realnosti



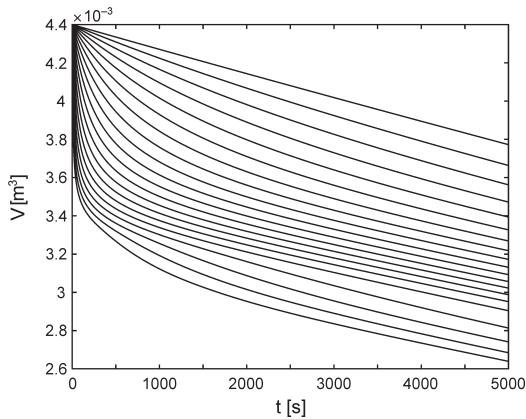
Slika 3. Grafik zavisnosti temperature od vremena. Različite krive su date za logaritamski raspoređene vrednosti  $Z$  iz intervala  $[10^8, 10^{11}]$ .

Figure 3. Graph of temperature versus time. Different curves are given for logarithmically spaced  $Z$  values from the interval  $[10^8, 10^{11}]$ .



Slika 4. Grafik zavisnosti pritiska helijumove pare od vremena. Različite krive su date za logaritamski raspoređene vrednosti  $Z$  iz intervala  $[10^8, 10^{11}]$ .

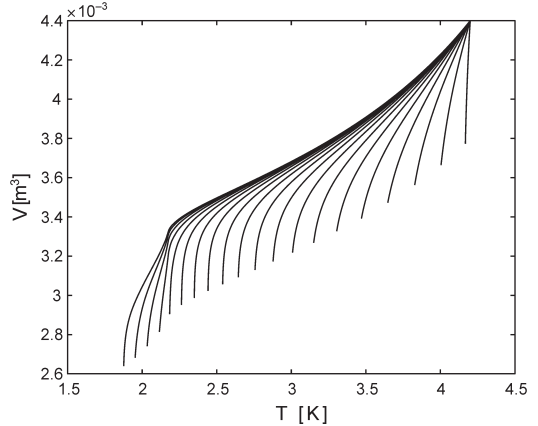
Figure 4. Graph of helium vapor pressure versus time. Different curves are given for logarithmically spaced  $Z$  values from the interval  $[10^8, 10^{11}]$ .



Slika 5. Grafik zavisnosti zapremine helijuma od vremena. Različite krive su date za logaritamski raspoređene vrednosti  $Z$  iz intervala  $[10^8, 10^{11}]$ .

Figure 5. Graph of helium volume versus time. Different curves are given for logarithmically spaced  $Z$  values from the interval  $[10^8, 10^{11}]$ .

ventil drži prvo na nižim impedansama zbog bržeg hlađenja, a nakon približavanja željenoj temperaturi, impedansa se povećava. Sa grafika zavisnosti zapremine helijuma od vremena (slika



Slika 6. Grafik zavisnosti zapremine helijuma od temperature. Različite krive su date za logaritamski raspoređene vrednosti  $Z$  iz intervala  $[10^8, 10^{11}]$ .

Figure 6. Graph of helium volume versus temperature. Different curves are given for logarithmically spaced  $Z$  values from the interval  $[10^8, 10^{11}]$ .

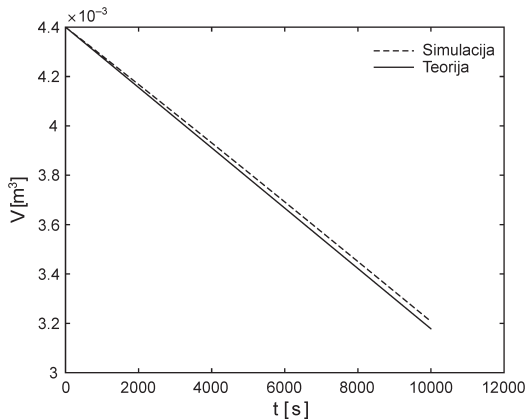
5) vidi se da se zapremina helijuma tokom vremena smanjuje, što je i očekivano s obzirom da se helijum konstantno troši na hlađenje sistema. Sa slike 4 vidimo da se pritisak helijumove pare smanjuje sa vremenom i to je pretpostavljeno, jer se temperatura tokom vremena smanjuje (slika 3), a sa smanjenjem temperature dolazi i do smanjenja pritiska.

## Validacija simulacije

Da bismo bili sigurni da simulacija daje dobre rezultate, morali smo na neki način da izvršimo proveru, tj. da vidimo da li se teorijski rezultati poklapaju sa rezultatima simulacije. Modelovali smo sistem u slučaju kada je sud potpuno otvoren, a po teoriji znamo da nam se u tom slučaju zapremina tečnog helijuma od vremena menja na sledeći način:

$$V(t) = V(0) - \frac{P_{in} t}{\lambda}.$$

Iskoristili smo činjenicu da se temperatura tokom vremena ne menja, tj.  $dT/dt = 0$  (jer u teoriji kada je sud otvoren pritisak je konstantan i jednak je atmosferskom, a samim tim i temperatura je konstantna) i zatim smo procenili impe-



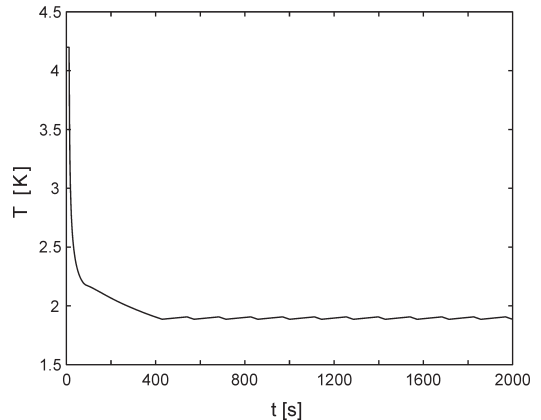
Slika 7. Grafik zavisnosti zapremine helijuma od vremena – validacija. Isprekidana linija predstavlja rešenje dobijeno pomoću modela električnog kola, a puna linija predstavlja egzaktno teorijsko rešenje.

Figure 7. Graph of helium volume versus time – validation. The dashed line represents the solution obtained by the circuit model, and the solid line is the exact theoretical solution.

dansu za  $T = 4.23$  K (temperatura koja odgovara atmosferskom pritisku). Nakon toga pokrenuli smo simulaciju, odakle vidimo da se na grafiku zavisnosti zapremine tečnog helijuma od vremena rezultati simulacije i teorije dobro poklapaju u relevantnom opsegu vremena (slika 7).

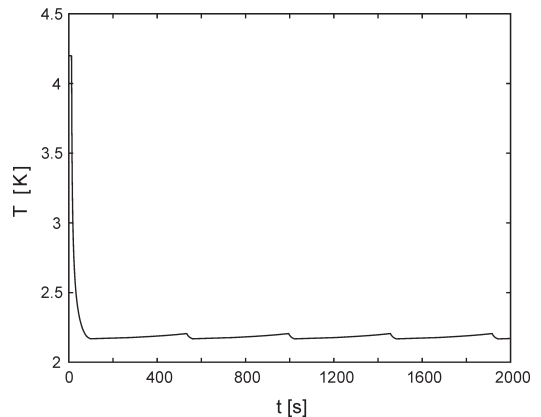
## Rezultati kontrole

Za početnu temperaturu je uzeta vrednost  $T_{\text{poč}} = 4.2$  K (temperatura ključanja helijuma). Zatim smo odredili maksimalnu i minimalnu impedansu i to su impedanse koje odgovaraju temperaturama 4.2 K i 1.6 K. Pomoću maksimalne i minimalne impedanse izračunata je najveća vrednost za koju možemo da promenimo širinu otvora ventila u jednom trenutku. Sa slike 8 i slike 9 se vidi da temperatura postaje konstantna nakon nekoliko minuta i ona će se održavati sve dok se ne istroši sav helijum u sudu. Tokom održavanja temperature, javljaju se i neznatne oscilacije koje nastaju kao posledica sporigeg zagrevanja i bržeg hlađenja. Ovakva



Slika 8. PD kontrola – održavanje temperature 1.9 K. Na slici je prikazan grafik zavisnosti temperature od vremena.

Figure 8. PD control – maintaining the temperature of 1.9 K. The figure shows the graph of temperature versus time.



Slika 9. PD kontrola – održavanje temperature 2.2 K. Na slici je prikazan grafik zavisnosti temperature od vremena.

Figure 9. PD control – maintaining the temperature of 2.2 K. The figure shows the graph of temperature versus time.

kontrola se može unaprediti tako što će uračunati i nepreciznost ventila, i na taj način biti bliža realnom sistemu. Nepreciznost ventila se ispoljava kada nakon hlađenja, gde se povećava otvorenost

ventila, želimo da zagrijemo sistem zavrtanjem ventila. Pri promeni smera doći će do slobodnog hoda, tj. smanjenje protoka helijuma neće nastupiti odmah, pa će se temperatura pre nego što dođe do željene spustiti ispod nje.

## Zaključak

Na osnovu formulisanog modela koji opisuje fizičke zakone koji se pojavljuju u kriostatu urađena je simulacija fizičkog sistema u kriostatu. Rezultati simulacije su uspešno validirani na osnovu poklapanja sa teorijskim predviđanjima. Pomoću PD kontrolera, postignuto je da temperatura u kriostatu postane konstantna tokom vremena, čime se stvara mogućnost stvaranja uređaja koji će biti koristan u eksperimentima gde je neophodno održavanje veoma niskih temperatura.

**Zahvalnost.** Veliku zahvalnost dugujemo Marku Kuzmanoviću i Miroslavu Bogdanoviću, saradnicima na seminaru fizike, na nesebičnoj pomoći prilikom rešavanja svih problema na koje smo nailazili. Takođe se zahvaljujemo Vuku Radoviću na vrlo korisnim savetima koje smo dobili tokom realizacije projekta.

---

## Literatura

- Ekin J. 2006. *Experimental Techniques for Low-Temperature Measurements*. Oxford University Press
- Pobell F. 2007. *Matter and Methods at Low Temperatures*. Springer

---

*Dimitrije Pavlov and David Đukić*

## Cryostat Control

A cryostat is a device that is used to create a low-temperature environment and is, therefore, critical to experiments involving low temperatures. The most common method for maintaining a low temperature inside the cryostat is using liquid helium and a vacuum pump. Liquid helium boils at a temperature of approximately 4.2 K un-

der atmospheric pressure. The boiling point decreases as the vapor pressure decreases (Figure 2), which means that it is necessary to create a low-pressure environment in order to achieve lower temperatures. This is accomplished by using a vacuum pump, which pumps out the excessive amount of helium vapor, consequently reducing the pressure and the temperature. The amount of vapor that is pumped out per unit time is controlled by a valve placed on the tube connecting the cryostat and the vacuum pump. The purpose of this paper is to create a controlling system that would automatically regulate the width of the valve opening in order to achieve and maintain a desired temperature, and, at the same time, minimize the used amount of liquid helium.

The paper is divided in two major sections:

- Simulating the behavior of the cryostat parameters for an arbitrary width of the valve opening;
- Designing a controlling system as described above.

An analogy between a cryostat and an electrical circuit is established: the difference of the pressures in the cryostat and in the pump is analogous to voltage; the pumped out helium volume per unit time is analogous to electrical current; and the resistance provided by the valve (denoted by  $Z$ ) to the helium flow is analogous to impedance. It is then possible to use an equivalent of Ohm's law to relate the cryostat parameters to each other. Figures 3, 4, and 5 show graphs of temperature, pressure, and volume, respectively, versus time for different values of the valve resistance. Next, the established circuit model is tested against the exact theoretical model for the case when the cryostat is completely open. Figure 7 shows the difference between the two models. It can be seen from the graph that, in the relevant time range, the circuit model provides a good approximation to the theoretical model, and, therefore, can be considered valid.

The type of controller used for designing a controlling system is the PD controller (Proportional-Derivative controller). The PD controller defines the system error as the difference between the current value of a parameter and the target value of that parameter. An independent parameter is then adjusted through loops in order to minimize the system error. The controller also keeps track of the time derivative of the system

error in order to dampen the oscillations of the current parameter value around the target value. In the cryostat case, the controlled parameter is temperature, and the independent parameter is the valve resistance. By adjusting the coefficients in the PD controller, a functional controlling system is established. Figures 8 and 9 show the results of applying the controlling system to the circuit model. The target temperature is

achieved quickly and then maintained almost constant. Due to the inaccuracy of the PD controller, the temperature oscillates around the target value, but the changes are negligible for most purposes.

The conclusion is that controlling systems based on the PD controller can be used to efficiently achieve a desired temperature inside the cryostat.

