
Andrej Jakovljević

Primena Markovljevih procesa na problem širenja informacija u mrežama

Procesi širenja predstavljaju jedne od osnovnih procesa koji postoje u složenim mrežama. Od ovakvih procesa, najbitniji su oni koji opisuju širenje informacija ili zaraze kroz sistem blizak nekom prirodnom sistemu. Cilj ovog rada je modelovanje propagacije određene informacije u mreži koja predstavlja veze između ljudi kako u stvarnom, tako i u virtuelnom svetu, na društvenim mrežama. Predloženi su modeli koji opisuju različite načine širenja informacija. Prvi opisuje širenje informacije koju dobijaju svi ljudi u kontaktu sa osobom istovremeno (širenje informacije na društvenoj mreži poput Twittera, objavama). Drugi se bavi širenjem informacija u kontaktu jedan-na-jedan, što bolje simulira kontakte u stvarnom sistemu, poput škole ili kancelarije. Rezultati simulacija pokazuju da parametri posle određenog vremena postaju konstantni, nezavisno od topologije mreže, što je u skladu sa literaturom. Predlaže se nova metoda kojom je moguće odrediti stepen povezanosti mreže u zavisnosti od toga kako se data mreža ponaša u odnosu na model posmatrajući za koje vrednosti koeficijenta informacija izumire. Na kraju, ispitivano je kako na ponašanje sistema utiče promena više parametara koji opisuju interakciju između ljudi, i rezultati se poklapaju sa analitičkim predviđanjima.

Uvod

Širenje informacija i zaraza u kompleksnim sistemima su dva usko povezana procesa koja se vrlo često sreću u raznim granama nauke poput fizike, biologije, matematike i mnogih drugih nauka. Zbog ove činjenice, problem je bio pred-

met istraživanja dugi niz godina i sada smo u stanju da opišemo pojave poput širenja patogena u ekosistemima ili kompjuterskih virusa na internetu sa velikom preciznošću. Rani modeli koji su se bavili temama širenja informacija ili zaraze su pretpostavljali da je verovatnoća međusobnog interagovanja između individua, predstavljenih čvorovima, ista za svaki čvor mreže. Ispostavilo se da ovaj pristup suviše uprošćava problem, jer su ovakve mreže uglavnom vrlo heterogene (Allen i Burgin 2000).

Epidemiološki i procesi širenja informacija su slični u mnogim aspektima: sa određenom verovatnoćom informacija (bolest) se širi sa jedne osobe na osobu u kontaktu sa njom. U suprotnosti sa tim, način na koji se informacija ili bolest gube iz sistema su potpuno drugačiji. Kod epidemija, ljudi koji šire zarazu nestaju, jer se oporave od patogena, nezavisno od drugih članova mreže. U suprotnosti sa tim, u modelu širenja informacija, na to da jedna osoba zaboravi informaciju utiče stanje celog sistema. U ovom radu predlažemo ispitivanje oba ova procesa na mrežama zajedničkim modelom datim u referentnom radu (de Aruda *et al.* 2017). Model se ne fokusira samo na širenje informacija preko kontakta između dve osobe, već takođe uključuje naprednije mehanizme poput apatije, zaboravljanja, i ponovnog podsećanja na informaciju nakon određenog vremena. U ovom radu je proučavano kako se mreže određenih topologija ponašaju u odnosu na dati model. Konkretno, ispitavne su dve vrste mreža: ona sa homogenom raspodelom stepena čvorova (broj čvorova sa kojim je dati čvor povezan), i tzv. Scale-free mreža. Scale-free mreže predstavljaju mreže gde raspodela stepena čvorova mreže prati stepeni zakon, i ovakve mreže bolje opisuju realne sisteme jer sadrže mrali broj čvorova sa puno

Andrej Jakovljević (2000), Koste Abraševića 34, Subotica, učenik 4. razreda Matematičke gimnazije

MENTOR: Aleksandra Alorić, King's College, London

veza, i veliki broj onih koji imaju malo veza sa ostalim članovima sistema. Ovakvi grafovi se karakterizuju stepenom funkcijom koja čini njihovu raspodelu stepena čvorova (Clauset *et al.* 2009).

Model

Postoje tri osnovna modela širenja zaraze u nekom kompleksnom sistemu. Prvi je tzv. SI (susceptible-infected) model, koji modeluje neizlečivu bolest, bez mogućnosti da jednom zaražena osoba ozdravi i ponovo postane podložna bolesti. Takođe postoji i SIS (susceptible-infected-susceptible) model, gde individua podložna bolesti može da se oporavi, i nakon toga je ponovo podložna bolesti. Treći model je SIR (susceptible-infected-recovered), gde osoba nakon ozdravljenja stiče imunitet do kraja života (Allen i Burgin 2000).

Model korišćen u ovom radu, objedinjuje ranije modele i primenljiv je na širenje zaraze, kao i informacija. Predstavimo populaciju od N jedinki preko grafa, gde su čvorovi jedinke, a veza između njih je predstavljeno da mogu da interaguju. Svakom čvoru ovakve mreže pridružujemo trojku brojeva $(x(t), y(t), z(t))$ koja predstavlja njihovo stanje u datom trenutku. U ovakvom modelu, $x(t)$ predstavlja stanje da osoba ne zna informaciju, $y(t)$ da zna i širi je, dok $z(t)$ predstavlja stanje u kom osoba zna informaciju, a ne širi je. Iz ovoga prirodno sledi:

$$\begin{aligned} x(t), y(t), z(t) &\in \{0, 1\}, \\ x(t) + y(t) + z(t) &= 1. \end{aligned}$$

U problemu širenja zaraze, $x(t)$ predstavlja nezaraženu, $y(t)$ zaraženu, a $z(t)$ uklonjenu osobu. U daljem tekstu opisivaćemo čvorove čija je trojka $(1, 0, 0)$ kao čvor u stanju X , čvor sa trojkom $(0, 1, 0)$ kao čvor u stanju Y i čvor sa trojkom $(0, 0, 1)$ kao čvor sa stanjem Z . Celom sistemu pridružujemo verovatoće $\alpha, \beta, \gamma, \delta_1, \delta_2, \eta, \lambda$ koji opisuju šansu da dođe do određenih događaja nakon interakcije između dve ili više jedinki u mreži. Ovi koeficijenti utiču na mrežu na sledeći način:

- (i) Jedinka u stanju Y prelazi u stanje X sa verovatnoćom δ_1 . Kod širenja informacija, ovo se odnosi na događaj kada osoba zaboravi informaciju. U epidemiologiji, ovo prestavlja osobu koja je ozdravila, i ponovo postala susceptibilna za bolest.

- (ii) Jedinka u stanju Y prelazi u stanje Z sa verovatnoćom δ_2 . Za širenje informacija ovo označava događaj kada osoba koja širi informaciju izgubi interesovanje za nju i prekine njeno širenje. U epidemiološkom modelu, ovo označava jedinku koja je ozdravila, ali nije ponovo podložna bolesti.

- (iii) Ako jedinka u stanju Y ne prođe kroz nijedan od procesa (i) i (ii), ulazi u interakciju sa ostalim jedinkama sistema. Ako je došla u kontakt sa svojim susedom u stanju X , može se desiti jedan od dva događaja. Prvi je da jednika u stanju X prima informaciju (bolest) i nastavlja da je širi, to jest prelazi u stanje Y , što se dešava sa verovatnoćom $\lambda\eta$. Drugi moguć događaj je da ovakva jedinka direktno prelazi u stanje Z , što znači da nikad ni ne počne da širi informaciju. Ovakav događaj se dešava sa verovatnoćom $\lambda(1 - \eta)$. S druge strane, ako je sused jedinke u stanju Y jedinka u stanju Z , onda prva jedinka prelazi u stanje Z sa verovatnoćom α . Ova tranzicija iz stanja u kome se širi informacija u ono u kome se ne širi je karakteristično za modeliranje širenja informacija, i ne postoji njen analog za širenje epidemije.

- (iv) Ako je jedinka u stanju Z ona, za razliku od tradicionalnih modela, može spontano da zaboravi informaciju sa verovatnoćom γ (ovo odgovara prelasku iz stanja Z u stanje X). Analog ovog procesa u modelu širenja zaraze bi bilo gubljenje imuniteta osobe nakon određenog vremena.

- (v) Ako se događaj (iv) ne desi, onda jedinka u stanju Z interaguje sa susednim čvorovima. Ako je susedni čvor u stanju X , čvor u stanju Z dobija ponovo želju da širi informaciju (prelazi u stanje Y) sa verovatnoćom β . Ovaj događaj opisuje situaciju u kojoj se individua ponovo zainteresuje za širenje informacije, nakon što je postala svesna da postoji ljudi u mreži koji tu informaciju ne znaju.

Da bi ovakav model bilo moguće implementirati, uvodimo set čvorova $[N] = \{1, 2, \dots, N\}$. Za ovakav set, uvodimo niz slučajnih promenljivih za svako $i \in [N]$ koje obeležavamo sa $I_i^x(t), I_i^y(t), I_i^z(t)$ i koje predstavljaju Bernulijeve slučajne promenljive sa parametrima $\gamma, \alpha, \beta, \eta$,

redom. Takođe, za svaki par $(i, j) \in [N]$ definišemo $I_{i,j}^\lambda(t)$ kao Bernulijevu slučajnu promenljivu sa parametrom λ . Za svaki čvor uvodimo čvor $U_i(t)$ koji predstavlja slučajnog suseda iz skupa čvorova sa kojim je čvor i povezan. Na osnovu ovih parametara i date mreže čvorova možemo definisati stohaistički proces čija je evolucija određena vrednošću navedenih slučajnih promenljivih. Za takav stohaistički proces, koristeći uslove (i)-(v) možemo zapisati jednačine tranzicije na sledeći način:

$$\begin{aligned} X_i(t+1) &= X_i(t)A_i + Y_i(t)1_{\{v_i' < \delta_1\}} + Z_i(t)I_i^\eta(t), \\ Y_i(t+1) &= X_i(1-A_i(t)) + Y_i(t)1_{\{v_i' \geq \delta_1 + \delta_2\}} B_i(t) + \\ &\quad + Z_i(t)(1-I_i^\eta(t))(1-C_i(t)), \\ Z_i(t+1) &= X_i(1-A_i(t))(1-I_i^\eta(t)) + \\ &\quad + Y_i(t)\left(1_{\{v_i' \geq \delta_1 + \delta_2\}}(1-B_i(t)) + 1_{\{\delta_1 \leq v_i' < \delta_1 + \delta_2\}}\right) + \\ &\quad + Z_i(t)(1-I_i^\eta(t))(1-C_i(t)), \end{aligned}$$

gde $A_i(t)$, $B_i(t)$, $C_i(t)$ predstavljaju Bernulijeve slučajne promenljive koje označavaju da li će čvor i , kao posledicu kontakata sa svojim susedima, preći u stanje $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, redom. Bernulijeva slučajna promenljiva predstavlja vrednost iz skupa $\{0, 1\}$, gde se jedan od ta dva člana skupa bira sa određenom verovatnoćom. U ovom modelu možemo posmatrati dva procesa, koja se razlikuju u načinu na koji se ovi koeficijenti definišu.

U prvom slučaju, posmatramo slučaj u kome u jednom vremenskom trenutku, jedinka dolazi u kontakt sa samo jednim svojim susedom (CP – contact process). Ovo simulira kontakte između ljudi u stvarnom svetu, na primer na radnom mestu. Tada su koeficijenti A_i , B_i , C_i dati na sledeći način:

$$\begin{aligned} A_i(t) &= \prod_{j=1}^N \left[1 - I_{ij}^\lambda(t) 1_{\{v_j^{nb}(t)=1\}} 1_{\{v_i^{nb}(t) \geq \delta_1 + \delta_2\}} Y_j(t) \right], \\ B_i(t) &= 1 - \sum_{j=1}^N \left[I_{ij}^\lambda(t) 1_{\{v_i^{nb}(t)=\beta\}} Y_j(t) + Z_j(t) \right], \\ C_i(t) &= 1 - \sum_{j=1}^N I_{ij}^\beta(t) 1_{\{v_i^{nb}(t)=\beta\}} X_j(t). \end{aligned}$$

Drugi slučaj modeluje jedinku koja u jednom vremenskom trenutku dolazi u kontakt sa svim svojim susedima (RP – reactive process). Ovo se dešava na primeru društvenih mreža poput Twitera. Tada se Bernulijeve slučajne promenljive definišu na sledeći način:

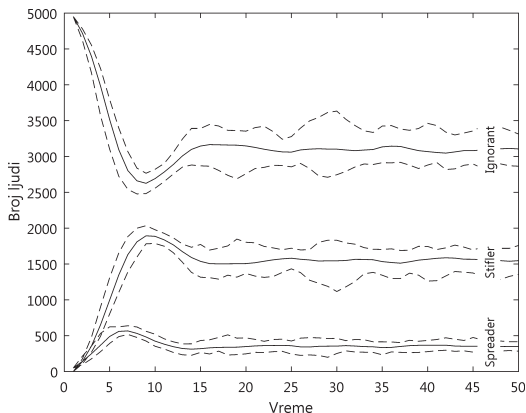
$$\begin{aligned} A_i(t) &= \prod_{j=1}^N \left[1 - I_i^\lambda(t) A_{ji} 1_{\{v_j' \geq \delta_1 + \delta_2\}} Y_j(t) \right], \\ B_i(t) &= \prod_{j=1}^N \left[1 - I_i^\alpha(t) A_{ij}(Y_j(t) + Z_j(t)) \right], \\ C_i(t) &= \prod_{j=1}^N \left[1 - I_i^\beta(t) A_{ij}(X_j(t)) \right]. \end{aligned}$$

Rezultati i diskusija

Generisan je homogen graf (svaki čvor je povezan sa jednakim brojem čvorova mreže), sa 5000 čvorova, gde je svaki povezan sa 5 drugih, kao i scale-free graf, čiji je stepen jednak 2.1, a broj čvorova takođe 5000. Ovakvi parametri su uzeti da bi oba grafa imala jednak prosečan broj veza po jednom čvoru (0.01). Na ove grafove primenjen je opisani model i dobijeni su rezultati dati na slikama, usrednjeno na 20 iteracija sistema (slike 1 i 2).

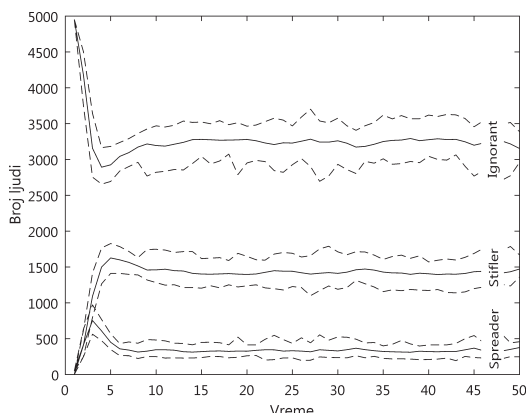
Sa slika 1 i 2 se vidi da stanje sistema konvergira posle određenog broja iteracija. Ovo se dešava jer brzina kojom se informacija širi u mreži dolazi u ravnotežu sa mehanizmima zaboravljanja. Takođe, uviđamo slično ponašanje sistema u oba slučaja. Iz ove opservacije prirodno sledi da treba ispitati ka kojim vrednostima broja ljudi će sistem da konvergira za različite parametre. Simulacija je puštena za homogene i scale-free grafove koji se sastoje od 1000 čvorova, gde je svaki čvor povezan u proseku sa 10 drugih. Posmatrano je kako krajnje stanje sistema zavisi od verovatnoće da čovek zapamti informaciju nakon što ju je čuo (u datom modelu, koeficijent η), kao i kako krajnje stanje sistema zavisi od verovatnoće da će čovek dalje širiti informaciju (slike 3 i 4).

Ponašanje sistema je u skladu sa očekivanim: za veću verovatnoću da osoba zapamti informaciju, broj neinformisanih opada. Sa slika 3 i 4 se vidi da će se u slučaju homogenog grafa informacija proširiti na više individua kada sistem dođe u stacionarno stanje. Takođe, uviđa se da je broj ljudi koji šire informaciju (spreaders) nezavistan od topologije mreže. Primećuje se da u slučaju homogenog grafa postoji određena granica za vrednost koeficijenta λ ispod koje informacija izumire u toku vremenske evolucije mreže. Postojanje ovakvih tzv. prevojnih tačaka se može uočiti kod ispitivanih homogenih grafova. One predstavljaju kritične vrednosti koefi-



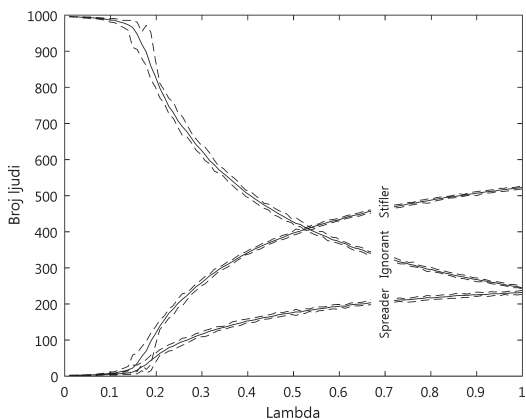
Slika 1. Zavisnost broja ljudi u određenom stanju od vremena, homogeni graf ($\delta_1 = 0.1, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \eta = 0.5, \alpha = 0.5, \beta = 0.1; \lambda = 0.75$)

Figure 1. Dependency of number of people in a certain state on time, homogenous graph ($\delta_1 = 0.1, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \eta = 0.5, \alpha = 0.5, \beta = 0.1; \lambda = 0.75$)



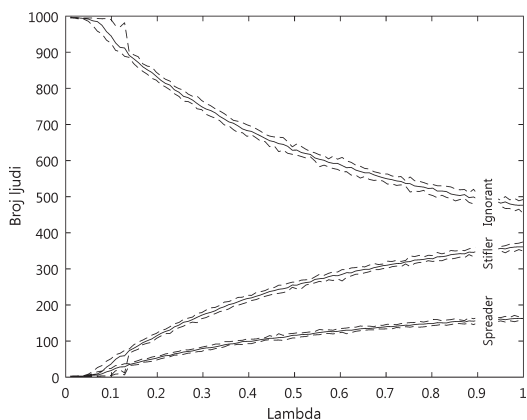
Slika 2. Zavisnost broja ljudi u određenom stanju od vremena, scale-free graf ($\delta_1 = 0.1, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \eta = 0.5, \alpha = 0.5, \beta = 0.1; \lambda = 0.75$)

Figure 2. Dependency of number of people in a certain state on time, scale-free graph ($\delta_1 = 0.1, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \eta = 0.5, \alpha = 0.5, \beta = 0.1; \lambda = 0.75$)



Slika 3. Zavisnost kranjeg stanja sistema od koeficijenta λ , homogeni graf ($\delta_1 = 0.25, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \eta = 0.5, \alpha = 0.1, \beta = 0.1$)

Figure 3. Dependency of the final state of the system on coefficient λ , homogenous graph ($\delta_1 = 0.25, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \eta = 0.5, \alpha = 0.1, \beta = 0.1$)

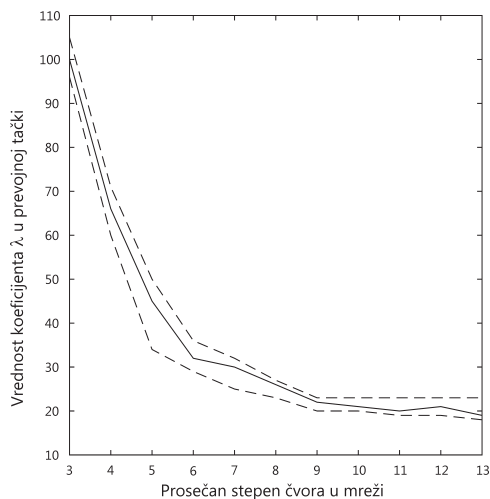


Slika 4. Zavisnost kranjeg stanja sistema od koeficijenta λ , scale-free graf ($\delta_1 = 0.25, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \eta = 0.5, \alpha = 0.1, \beta = 0.1$)

Figure 4. Dependency of the final state of the system on coefficient λ , scale-free graph ($\delta_1 = 0.25, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \eta = 0.5, \alpha = 0.1, \beta = 0.1$)

cijenta λ za koje se informacija održava u mreži. Ispitivana je vrednost te kritične tačke u zavisnosti od prosečnog stepena čvora na homogenoj mreži od 1000 čvorova sa prosečnim stepenom čvora jednakim 10 i dobijeni su rezultati prikazani na slici 5.

Sa slike 5 se primećuje da vrednost ove prvojnje tačke opada približno eksponencijalno sa vremenom, što se slaže sa ranijim istraživanjima (de Arruda *et al.* 2017), i prati funkciju oblika $y = \frac{a}{x}$, gde je x prosečan stepen čvora u mreži.



Slika 5. Zavisnost vrednosti λ prevojne tačke od prosečnog stepena čvora u homogenoj mreži ($\delta_1 = 0.1, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \lambda = 0.5, \alpha = 0.5, \beta = 0.1, \eta = 0.5$)

Figure 5. Dependency of the tipoff point on the average degree of a node in a homogenous graph ($\delta_1 = 0.1, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \lambda = 0.5, \alpha = 0.5, \beta = 0.1, \eta = 0.5$)

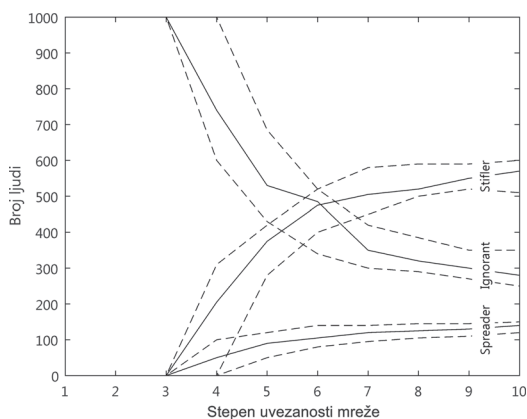
Konstanta a se ne poklapa sa onom dobijenom u radu, datom kao $a = \frac{\delta_1 + \delta_2}{\eta(1 - \delta_1 - \delta_2)}$. Pretpostavka je

da se ovo nepoklapanje dešava zbog male veličine mreže, te vrednosti slučajnih promenljivih suviše utiču na rezultat. Kod scale-free mreža ne postoje ovakve prevojne tačke (de Arruda *et al.* 2017).

Sa ovih grafika se može zaključiti da kod homogenih mreža konačno stanje sistema u mnogome zavisi od stepena umreženosti. Stoga je u nastavku ispitivano kako prosečan broj veza jednog čvora sa ostatkom sistema utiče na krajnje stanje sistema.

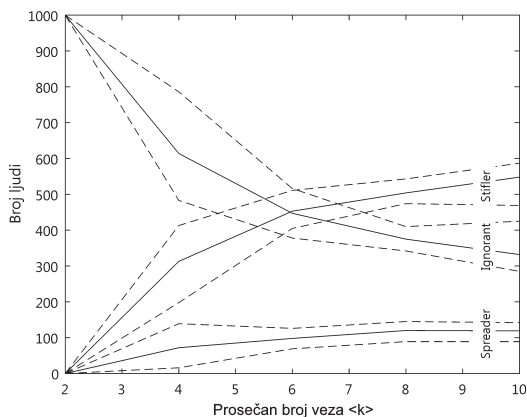
Sa slika 6 i 7 vidimo da se homogene i scale-free mreže slično ponašaju u odnosu na prosečan stepen čvorova u mreži. Ponovo se uviđa da čak i kada je prosečan stepen čvora jednak 1, kod scale-free mreža informacija će se održati u mreži. Kod homogenih ovo nije slučaj, i informacija kreće da se širi tek kada je prosečan stepen uvezanosti čvorova mreže veći ili jednak 4.

Kao poslednji rezultat ovog rada, ispitivani su grafici koji prikazuju promene sistema u zavisnosti od dva parametra. Zbog njihove direktne



Slika 6. Zavisnost krajnjeg stanja sistema od stepena uvezanosti mreže, homogen graf ($\delta_1 = 0.1, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \lambda = 0.9, \alpha = 0.5, \beta = 0.1, \eta = 0.5$)

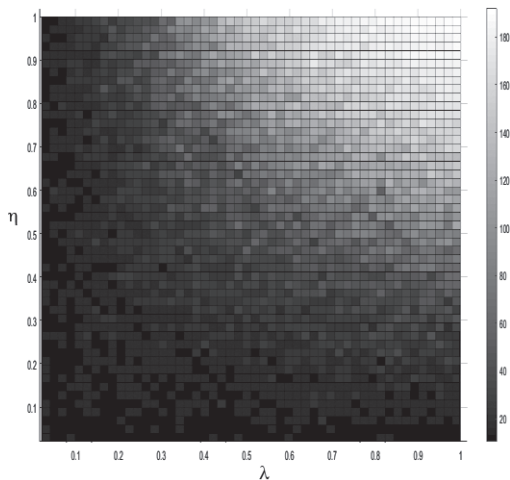
Figure 6. Dependency of the final state of the system on the degree of binding between the nodes, homogenous graph ($\delta_1 = 0.1, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \lambda = 0.9, \alpha = 0.5, \beta = 0.1, \eta = 0.5$)



Slika 7. Zavisnost krajnjeg stanja sistema od stepena uvezanosti mreže, scale-free graf ($\delta_1 = 0.1, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \lambda = 0.9, \alpha = 0.5, \beta = 0.1, \eta = 0.5$)

Figure 7. Dependency of the final state of the system on the degree of binding between the nodes, scale-free graph ($\delta_1 = 0.1, \delta_2 = 0.1, \gamma = 0.25, \lambda = 0.9, \alpha = 0.5, \beta = 0.1, \eta = 0.5$)

korelacije sa brojem spreadera u modelu, ispitivani su parametri λ i η na homogenom grafu od 1000 čvorova, sa prosečnim stepenom uvezanosti jednakim 10, kao i na scale-free grafu od



Slika 8. Zavisnost krajnjeg broja spreadera u mreži od koeficijenta λ i η , homogen graf ($\delta_1 = 0.1$, $\delta_2 = 0.1$, $\gamma = 0.25$, $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.1$)

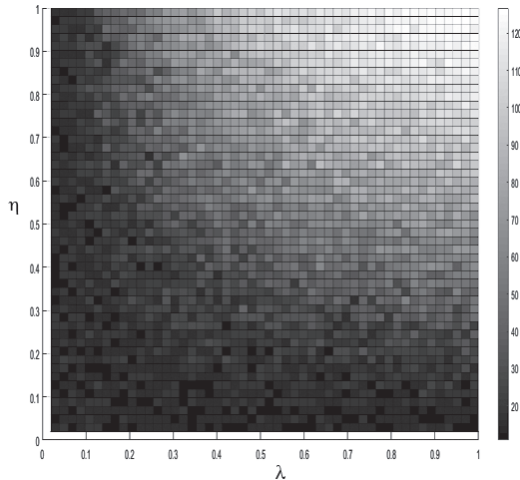
Figure 8. Dependency of the final number of spreaders in the network on coefficients λ and η , homogenous graph ($\delta_1 = 0.1$, $\delta_2 = 0.1$, $\gamma = 0.25$, $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.1$)

1000 čvorova, čiji je stepen jednak 3. Iscrtna je zavisnost konačnog broja spreader-a u mreži od ova dva parametra (slike 8 i 9).

Sa slika 8 i 9 se primećuje se da se za visoke vrednosti samo jednog parametra, ako je drugi nizak, informacija u mreži se neće širiti. Ovo se dešava jer za veliku vrednost parametra η u mreži postoji veliki broj stiflera, i informacija ne može da se širi, dok za malu vrednost parametra λ , ljudi neće pamtit i informaciju nakon što je čuju, pa informacija i dalje neće moći da se širi.

Zaključak

Ispitivan je model naveden u literaturi (de Arruda *et al.* 2017) na dva tipa mreža: na scale-free, koje nam daju naprecizniji opis realnih sistema, kao i homogenim mrežama, kako bi bilo moguće upoređivanje. Dati model se poklapa sa predviđanjima za širenje i informacija i zaraza (Allen i Burgin 2000), kao i sve ranije modele, i potvrđena je njegova validnost na primerima scale-free i homogenih grafova. Upoređivano je



Slika 9. Zavisnost krajnjeg broja spreadera u mreži od koeficijenta λ i η , scale-free graf ($\delta_1 = 0.1$, $\delta_2 = 0.1$, $\gamma = 0.25$, $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.1$)

Figure 9. Dependency of the final number of spreaders in the network on coefficients λ and η , scale-free graph ($\delta_1 = 0.1$, $\delta_2 = 0.1$, $\gamma = 0.25$, $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.1$)

kako na krajnje stanje sistema utiču različite topologije mreže. Dobijeni rezultati pokazuju bolje širenje informacija kod homogenih mreža nego kod scale-free mreža. Pretpostavka je da se ovo dešava zbog velikog broja čvorišta koji se nalaze u scale-free mreži, koji kada u njima informacija zamre, sprečavaju njeno dalje širenje. Takođe je ispitivano kako relevantni parametri utiču na stacionarno stanje modela. Rezultati se poklapaju sa predikcijama iz referentnih radova (de Arruda *et al.* 2017), što potvrđuje validnost modela. Dobijeni su grafici koji prikazuju kako krajnje stanje modela zavisi od prosečnog stepena uvezanosti mreže. Iz ovih grafika se zaključuje da za veće stepene uvezanosti nema promene u broju informisanih ljudi, što povlači da uvezanija mreža ne znači veće širenje informacije kroz mrežu. Ispitivano je za koje vrednosti parametra sistema informacija u mreži izumire. Na kraju su ispitivani grafici kada se menja više parametara, radi boljeg razumevanja modela. Predlaže se dalje ispitivanje modela na realnim mrežama, kako bi se teorijska predviđanja uporedila sa realnim rezultatima.

Literatura

Allen L., Burgin A. 2000. Comparison of deterministic and stochastic SIS and SIR models in discrete time. *Mathematical Biosciences*, **163**: 1.

de Arruda G. F., Rodrigues F. A., Rodriguez P. M., Cozzo E., Moreno Y. 2017. Unifying Markov chain approach for disease and rumor spreading in complex networks. *Journal of Complex Networks*, **6** (2): 215.

Clauset A., Shalizi C., Newman M. 2009. Power-Law Distributions in Empirical Data. *SIAM Review*, **51** (4): 661.

Andrej Jakovljević

Usage of Markov Processes in the Problem of Information Spreading in Networks

Spreading processes are one of the basic processes that exist in complex networks. The most important ones are the spreading of disease or information through a system. The purpose of this project was modeling the propagation of information through a network, which represents human interactions in real life, as well as on social media. We recommend two models. The first one represents an information spreading process similar to propagation on Twitter. The second one represents information spreading based on one-on-one contact between two persons, which is used for simulating real-life systems, such as a working environment. The results of the simulation show that the parameters of the system become independent of time after a certain number of iterations. We recommend a new method for determining the degree of the graph based on how it responds to the given models. In the end, we tested how the power-law graph responds to changing the two parameters at once, and the results match analytical predictions. 