

Spontana sinhronizacija dva zvučna izvora – cevi orgulja i zvučnika

Sinhronizacija je pojava izjednačavanja faza i frekvencija oscilovanja dva ili više oscilatora pod uticajem međusobne interakcije. Sinhronizacija svetlosnih impulsa svitaca, respiratornog sistema sa radom srca ili aplauza publike, su samo neki od velikog broja primera pojave sinhronizacije sa kojima se susrećemo u svakodnevnom životu. Još u 19. veku uočena je pojava sinhronizacije dve cevi orgulja bliskih frekvencija oscilovanja. U ovom radu se eksperimentalna postavka sastoji od jednog zvučnika i jedne cevi orgulja. Frekvencija zvučnika je menjana, dok je sopstvena frekvencija cevi orgulja određena njenim fizičkim karakteristikama (dužinom, širinom, oblikom). Cilj rada je bio da se odrede minimalna i maksimalna frekvencija zvučnika pri kojima se cev orgulja sinhronizuje sa zvučnikom. Merenje je vršeno za različite razlike jačine tona emitovanog sa zvučnika i cevi orgulja. Dobijeni rezultati ukazuju da se pri većim razlikama jačine tona dobija širi frekventni opseg u kojem dolazi do sinhronizacije.

Uvod

U našem okruženju postoje brojni objekti koji osciluju – violine u orkestru, svici koji periodično emituju svetlosni impuls, mišići koji se kontrakuju kada nam je hladno i slično. Ovi objekti nisu izolovani, već naprotiv, oni interaguju sa drugim objektima iz svog okruženja. Kao rezultat toga violinista u orkestru čuje druge članove orkestra i svira u skladu sa njima, učestanost svetlosnog impulsa jednog svica u skladu je sa svetlosnim impulsima ostatka svitaca u roju, isto tako pod uticajem nervnih impulsa iz kičmene moždine mišići se grče i opuštaju. Rečju, sinhronizacija je pojava izjednačavanja faza i frekvencija oscilovanja dva ili više oscilatora pod uticajem njihove međusobne interakcije.

Jednostavan model sinhronizacije

Ovde ćemo prikazati najjednostavniji model koji objašnjava pojavu sinhronizacije dva oscilatora (Strogatz 1994). Razmotrićemo slučaj u kom samo prvi oscilator ima sposobnost da promeni svoju fazu φ i frekvenciju

Ivana Burmazović (1998), Loznica, Vlade Zečevića 6, učenica 4. razreda Gimnazije „Vuk Karadžić” u Loznici

Katarina Vukosavljević (1999), Banja Koviljača, Borisa Kidriča 2, učenica 3. razreda Matematičke gimnazije u Beogradu

MENTORI:

Luka Ribar, Departmant za inženjerstvo, Univerzitet u Kembridžu, Ujedinjeno Kraljevstvo

Marko Kuzmanović, Fizički fakultet Univerziteta u Beogradu

oscilovanja v. Neka je ugaona frekvencija jednog oscilatora ω_1 , a drugog oscilatora ω_2 . Njihove faze oscilovanja su onda definisane kao:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_1 &= \omega_1 \\ \dot{\varphi}_2 &= \omega_2\end{aligned}$$

Sada možemo da zamislamo da će pod uticajem međusobne interakcije ova dva oscilatora doći do promene faze oscilovanja prvog oscilatora, i to tako da ukoliko „kasni” za drugim on će povećati svoju ugaonu frekvenciju oscilovanja kako bi se faze oscilovanja izjednačile. Takođe će smanjiti svoju ugaonu frekvenciju ukoliko napreduje u odnosu na drugi oscilator. Jednačina kojom se može opisati ovakvo ponašanje oscilatora je:

$$\dot{\varphi}_1 = \omega_1 + A \sin(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Gde je koeficijent $A > 0$ i predstavlja sposobnost oscilatora da promeni svoju sopstvenu ugaonu frekvenciju. Uočava se da što je koeficijent A veći, veća je i promena faze oscilovanja prvog oscilatora. Kako je razlika u fazi ova dva oscilatora ϕ određena kao $\phi = \varphi_2 - \varphi_1$ sledi:

$$\dot{\phi} = \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1 = \omega_2 - \omega_1 - A \sin \phi \quad (1)$$

Uvođenjem zamene:

$$\tau = At, \quad \mu = \frac{\omega_2 - \omega_1}{A}$$

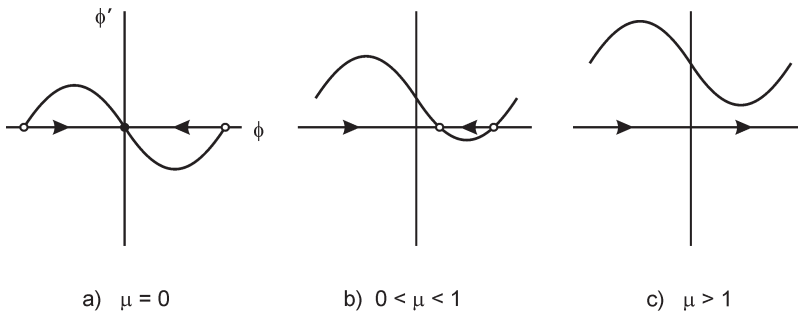
prethodna jednačina se može svesti na oblik:

$$\phi' = \mu - \sin \phi \quad (2)$$

gde je:

$$\phi' = \frac{d\phi}{d\tau}$$

a μ mera razlike frekvencija dva oscilatora. Ukoliko je $|\mu|$ malo, sopstvene frekvencije oscilatora su bliske i očekuje se da dođe do uspostavljanja sinhronizacije. Ovo se vidi na graficima (slika 1), koji prikazuju zavisnost (2) za različite vrednosti $\mu \geq 0$ (slično je i za $\mu < 0$). Tačka $\phi' = 0$ odgovara uspostavljanju konstantne fazne razlike dva oscilatora ($\phi = \text{const}$).



Slika 1.

Zavisnosti prvog izvoda fazne razlike po vremenu od fazne razlike za različite vrednosti koeficijenta μ

Figure 1.
Dependencies of the time derivatives of phase differences and phase differences for varied values of coefficient μ

Na grafiku 1a $\mu = 0$ odgovara $\omega_2 = \omega_1$, a tačka $\phi' = 0$ odgovara $\phi = 0$. Dakle, kada su sopstvene frekvencije dva oscilatora jednake, nakon nekog vremena dolazi do uspostavljanja sinhronizacije ($\phi = 0$). Grafik 1b pokazuje da za $0 < \mu < 1$ tačka $\phi' = 0$ odgovara vrednosti $\phi > 0$. Frekvencije oscilovanja su se izjednačile, dok je razlika faza oscilovanja konstantna, ali različita od nule. Ova pojava se još naziva i fazno praćenje. Na grafiku 1c uočava se da za $\mu > 1$ grafik ne preseca x osu, tj. ne postoji ϕ takvo da je $\phi' = 0$.

Iz ovoga sledi da za $\phi' = 0$ na osnovu jednačine (1) važi:

$$0 = \omega_2 - \omega_1 - A \sin \phi$$

$$\sin \phi = \frac{\omega_2 - \omega_1}{A}$$

a kako je $-1 \leq \sin \phi \leq 1$ onda je:

$$-1 \leq \frac{\omega_2 - \omega_1}{A} \leq 1$$

to jest:

$$|A| \geq \omega_2 - \omega_1$$

Dakle, da bi došlo do uspostavljanja sinhronizacije dva oscilatora (ili fazno praćenja), potrebno je da A bude veće od razlike njihovih frekvencija. Da bi došlo do sinhronizacije pri različitim frekvencijama dva oscilatora, A mora biti mnogo veće od razlike njihovih frekvencija i tada $\mu \rightarrow 0$ (Strogatz 1994). Stoga možemo zaključiti da sa povećanjem koeficijenta A , tj. sa jačom međusobnom interakcijom dva oscilatora, sinhronizacija se može uspostaviti i pri većim razlikama njihovih frekvencija.

Sinhronizacija dve cevi orgulja

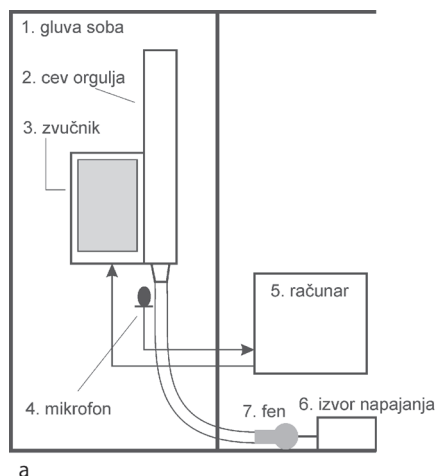
U 19. veku opisana je pojava da kada se dve cevi orgulja bliskih sopstvenih frekvencija nađu jedna pored druge nakon nekog vremena počnu da proizvode zvukove jednakih frekvencija. Neka novija istraživanja eksperimentalno su potvrdila da se ovaj fenomen dešava samo pri određenim razlikama sopstvenih frekvencija dve cevi (Angster i Miklos 1993), što se može objasniti savremenom teorijom sinhronizacije čije smo osnovne koncepte naveli u uvodnom delu. Takođe je primećeno da se sinhronizacija može uspostaviti i između jedne cevi orgulja i zvučnika (Abel *et al.* 2006). Ovaj primer sinhronizacije odgovara modelu koji smo prethodno opisali, tj. sinhronizacija se dešava između oscilatora koji ima sposobnost da promeni svoju sopstvenu frekvenciju oscilovanja (cev orgulja), dok se sopstvena frekvencija oscilovanja drugog oscilatora (zvučnika) ne može menjati pod uticajima iz spoljašnje sredine. Za detaljnije ispitivanje ove pojave, u našem radu je umesto druge cevi orgulje korišćen zvučnik.

Cilj našeg rada jeste da ispita kako se pri promeni jačine tona zvučnika menja razlika sopstvenih frekvencija cevi orgulje i zvučnika pri kojima se sinhronizacija uspostavlja. Očekivano je da se pri većim jačinama tona zvučnika sinhronizacija uspostavlja za veće razlike sopstvenih frekvencija

zvučnika i cevi orgulja. Postavku eksperimenta čine cev orgulja i zvučnik smešteni u zvučno izolovanoj prostoriji. Frekvencija i jačina tona zvučnika je varirana, dok je sopstvena frekvencija cevi orgulja konstantna. Mikrofonom je sniman zvuk. Obradom tih audio snimaka u Matlabu, dobijeni su grafici na osnovu kojih je bilo moguće odrediti vrednosti frekvencija zvučnika pri kojima se uspostavi sinhronizacija.

Aparatura i postupak

Eksperiment je izveden u zvučno izolovanoj prostoriji. Korišćena aparatura prikazana je na slici 2. Pored cevi orgulja postavljen je zvučnik. U cev orgulja je kroz gumenu cev uduvavan vazduh pomoću fena koji se, zajedno sa izvorom napajanja, nalazio u susednoj prostoriji kako bi se izbegao nepoželjni šum. Napon izvora napajanja je održavan konstantnim kako bi i pritisak u cevi tokom merenja bio konstantan. Zvučnik je povezan sa računarom smeštenim u susednoj prostoriji. Pomoću programa napisanog u Matlabu, preko zvučnika je puštan ton kontrolisane frekvencije i jačine. Mikrofon kojim je sniman zvuk postavljen je između cevi orgulja i zvučnika na jednakom rastojanju od njih. Audio snimci merenja obrađeni su u Matlabu.



Slika 2.
Slika celokupne aparature i aparature u gluvoj sobi

Figure 2.
Design of the appliance and picture of the apparatus in the soundproof room:
1. soundproof room
2. organ pipe
3. soundspeaker
4. microphone
5. computer
6. AC source
7. blow-dryer

Drvena cev orgulja koja je korišćena napravljena je od borovine i njene dimenzije su sledeće:

Telo cevi orgulja

celokupna dužina bez noge: 432 mm

dužina cevi: 380 mm

debljina zida: 5 mm

Poprečni presek

oblik: pravougaoni

širina: 36 mm

dubina: 49 mm

Usta

visina izreza: 8 mm

širina izreza: 36 mm

visina proreza: 0.4 mm

Noga

dužina: 39 mm

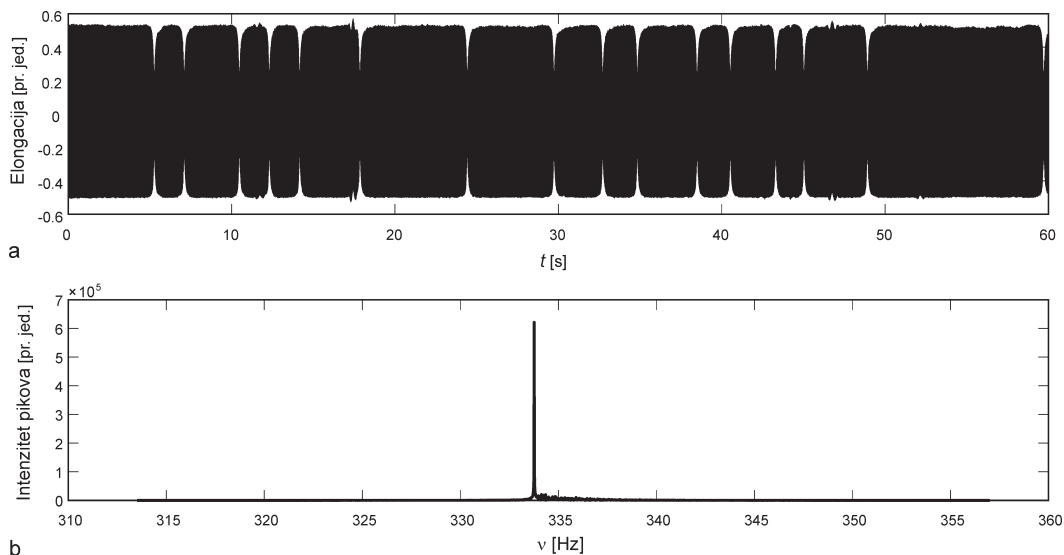
prečnik otvora: 15 mm

Sopstvena frekvencija cevi je $f_1 = (335.2997 \pm 0.0001)$ Hz, a jačina zvuka $L_F = (75.0 \pm 0.5)$ dB. Vrednosti tih veličina nisu menjane.

Merenja su vršena za pet različitih vrednosti jačine tona zvučnika, koja je menjana u opsegu od 75 dB do 83 dB sa korakom od 2 dB. Jačina tonova merena je u programu Audacity. Za svako od ovih merenja frekvencija tona zvučnika je menjana u opsegu od 330 do 340 Hz sa korakom od 0.05 Hz, dok je svako merenje trajalo 60 sekundi.

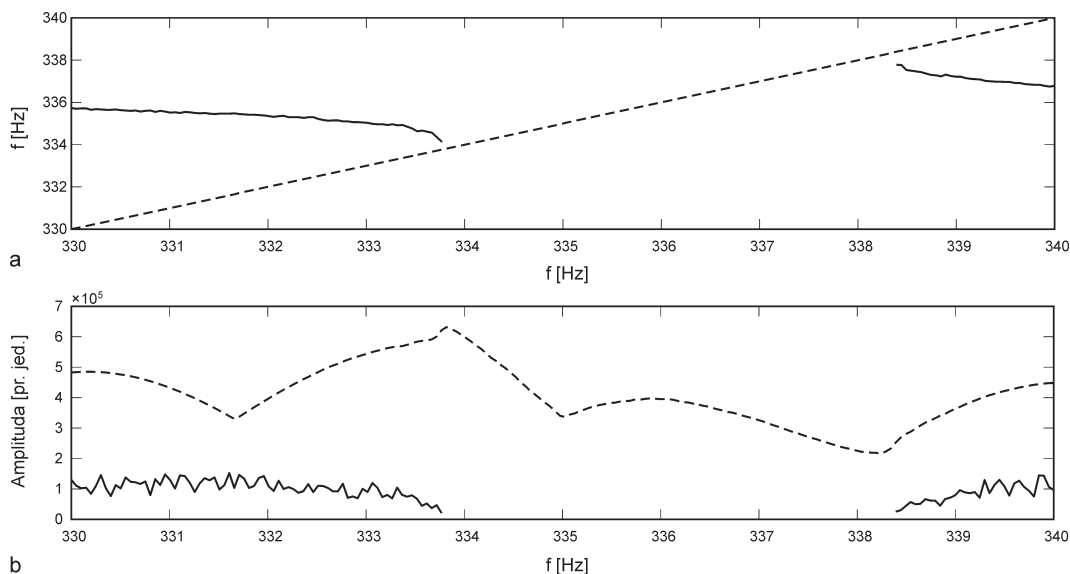
Rezultati i diskusija

Primeri grafika dobijenih obradom audio snimaka prikazani su na slici 3. Na grafiku 3a prikazan je zvučni signal u vremenskom domenu, a na grafiku 3b isti signal prikazan je u frekventnom domenu, dobijen iz pret-hodnog Furijeovom transformacijom. Na grafiku 3a uočava se karakteristična envelope koja predstavlja „izbijanje”, pojavu karakterističnu za slaganje oscilacija čije su frekvencije bliske. Ovo ukazuje na to da je razlika frekvencija oscilovanja cevi orgulja i zvučnika mnogo manja od 2 Hz ko-



Slika 3. Signal u vremenskom (a) i frekventnom (b) domenu pri tonu zvučnika frekvencije 333.7786 Hz i jačine 81 dB kada je došlo do „izbijanja”

Figure 3. Signal in time (a) and frequency (b) domain at the speaker sound frequency of 333.7786 Hz and intensity of 81 dB, when the beat phenomenon occurred

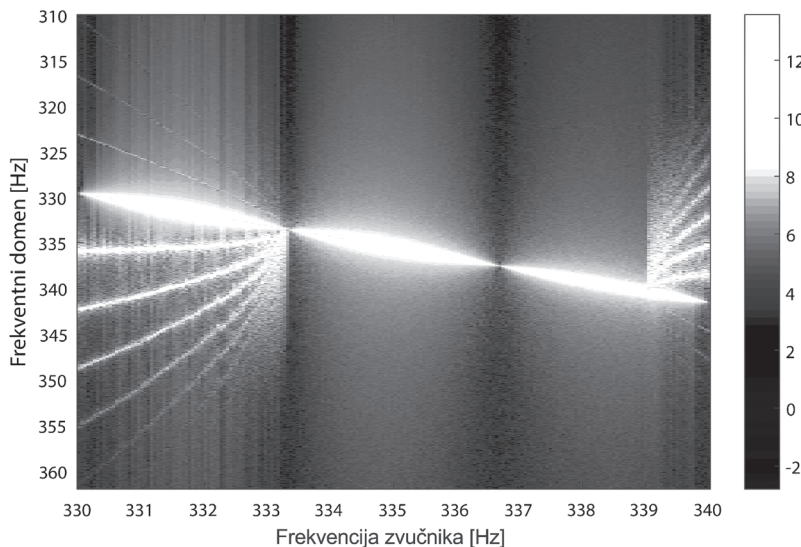


Slika 4. Zavisnosti frekvencija i amplituda detektovanih pikova na zvučnom signalu od frekvencije zvučnika za merenje pri jačini tona zvučnika 81 dB (isprekidana linija – zvučnik, puna linija – cev orgulja)

Figure 4. Dependencies of frequencies and amplitudes of detected peaks at the sound signal of the tested speaker frequency, with the sound intensity of 81 dB (dashed line – speaker, solid line – organ pipe)

liko je prvobitno bilo zadato u programu, pa ovo predstavlja početak uspostavljanja sinhronizacije. Na grafiku sa slike 3b uočava se samo jedan pik, što je jasan pokazatelj da je za ovu vrednost frekvencije zvučnika došlo do uspostavljanja sinhronizacije. U slučaju kada sinhronizacija nije uspostavljena, u frekventnom domenu signala detektuju se dva pika, jedan koji odgovara cevi orgulja, a drugi zvučniku.

Na slici 4 prikazane su zavisnosti frekvencija i amplituda detektovanih pikova od frekvencije zvučnika. Frekvencije i amplitude pikova očitavane su iz frekventnog domena signala svakog intervala od 60 s. U slučaju da u frekventnom domenu signala postoji samo jedan pik, kao na slici 3a, koji odgovara trenutnoj frekvenciji zvučnika, na grafiku koji odgovara cevi orgulja pojaviće se prekid. Na slici 4 frekventni opseg na kom se prekida linija koja odgovara cevi orgulja je opseg frekvencija zvučnika pri kojima se uspostavlja sinhronizacija. Na grafiku zavisnosti amplituda detektovanih pikova od frekvencije zvučnika utvrđeno je da prilikom sinhronizacije dolazi do naglog utišavanja celog sistema. Isti fenomen se pominje i u referentnom radu (Abel *et al.* 2006). Ova pojava nije detaljnije analizirana u našem radu, mada se pretpostavlja da do nje dolazi usled destruktivne interferencije dva zvučna talasa (*ibid.*). Zavisnost amplituda detektovanih pikova od frekvencija zvučnika ne poklapa se u potpunosti sa rezultatima iz ovog referentnog rada, jer kod nas amplitude detektovanih pikova tokom sinhronizacije nigde ne padaju na nulu.



Slika 5.
Spektrogram merenja
pri jačini tona
zvučnika 83 dB

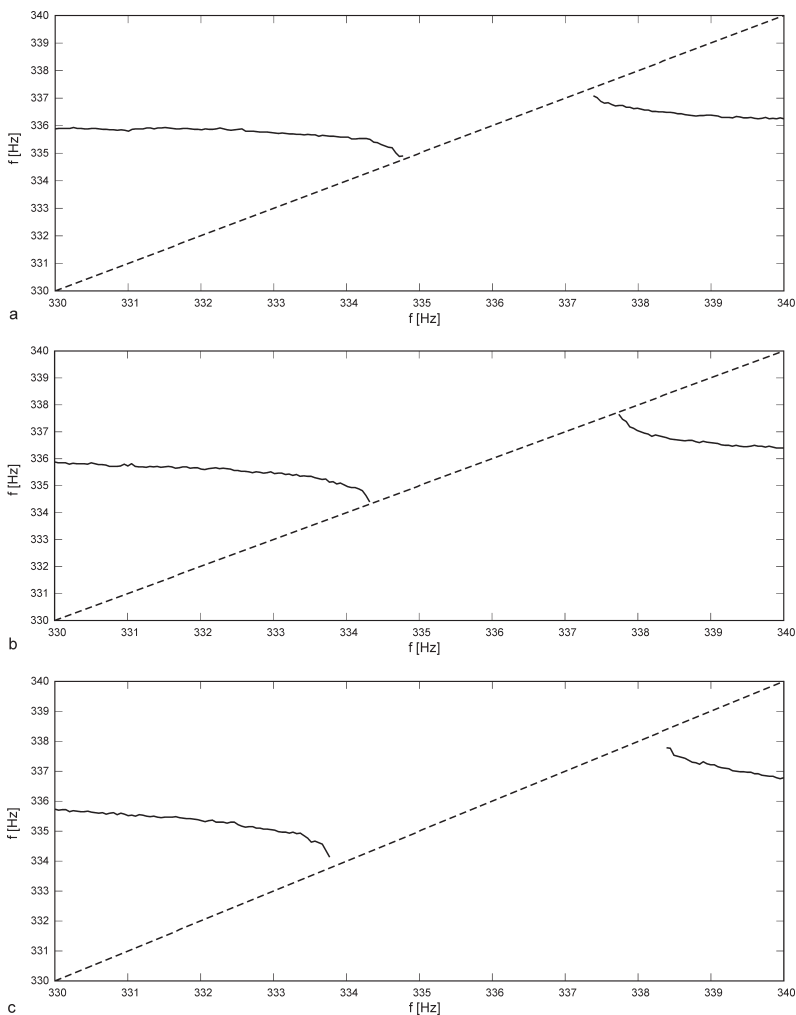
Figure 5.
Spectrogram of
measurements at a
speaker sound
intensity of 83 dB

Spektrogram na slici 5 daje kompletan prikaz frekventnog domena merenja izvedenog pri jačini tona zvučnika od 83 dB. Dobijen je vertikalnim slaganjem svih signala u frekventnom domenu. Boja svakog kvadratića na grafiku odgovara intenzitetu pika te frekvencije u frekventnom domenu signala (primer slika 3b): što je boja tamnija, to je manji intenzitet pika, i obrnuto. Prava bela linija na grafiku predstavlja frekvenciju zvuka koji emituje zvučnik, koja se ravnomerno menja sa vremenom.

Deo spektrograma između 333 i 339 Hz odgovara intervalu frekvencija zvučnika za koje je uspostavljena sinhronizacija. Svetli lukovi koji se uočavaju van tog intervala odgovaraju harmonicima složenog tona cevi orgulja. Naime, složen muzički ton se matematički može prikazati kao zbir više sinusnih funkcija različitih frekvencija i amplituda. Kada se složen zvuk razloži, zvuk najniže frekvencije predstavlja njegov osnovni harmonik, dok su ostali zvukovi viši harmonici i predstavljaju celobrojan umnožak osnovnog harmonika. Na slici 5 uočava se da se viši harmonici u ovom slučaju razlikuju za celobrojan umnožak razlike frekvencije zvučnika i osnovnog harmonika cevi orgulja. Još uvek ne postoji objašnjenje za takvo ponašanje viših harmonika tona cevi orgulja, pa bi to mogao biti predmet daljeg istraživanja ove pojave.

Na grafikonima na slici 6 (a, b i c) prikazane su zavisnosti frekvencija detektovanih pikova od frekvencije zvučnika pri jačini tona zvučnika od 75 dB, 77 dB i 81 dB. Uočava se da se interval frekvencija zvučnika pri kojima se uspostavlja sinhronizacija povećava sa povećanjem jačine tona zvučnika.

Na slici 7 prikazane su vrednosti frekventnih intervala zvučnika pri kojima je uspostavljena sinhronizacija, u zavisnosti od jačine emitovanog tona zvučnika. Uočava se da se sa povećanjem jačine tona zvučnika sinhronizacija uspostavlja pri sve većim razlikama u frekvenciji. Vrednosti graničnih frekvencija ovih intervala prikazane su u tabeli 1.

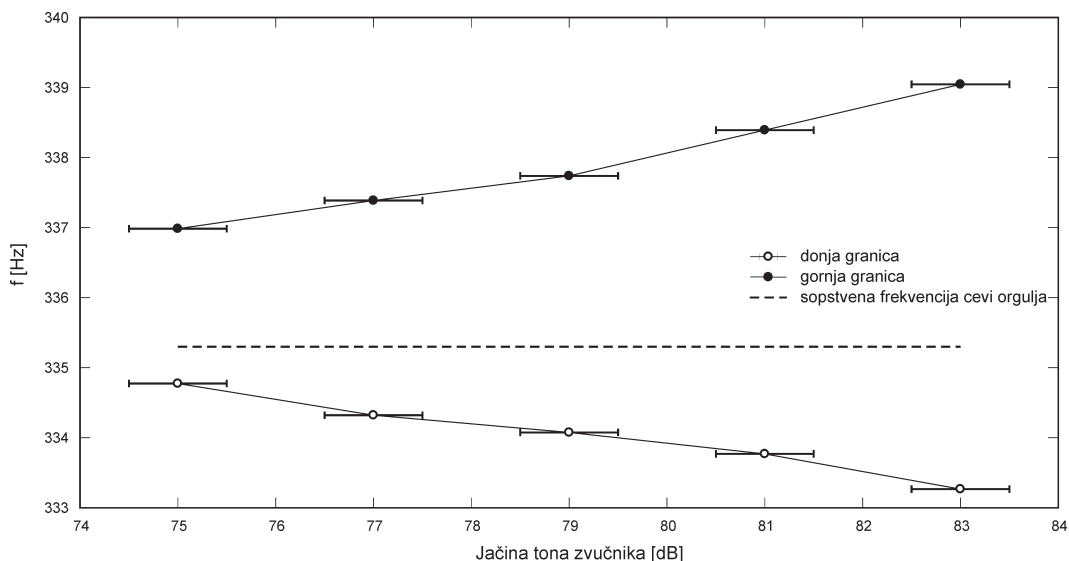


Slika 6.
Zavisnost frekvencija detektovanih pikova od frekvencije zvučnika za jačinu tona zvučnika od: 75 dB (a), 77 dB (b) i 81 dB (c); isprekidana linija – zvučnik, puna linija – cev orgulja.

Figure 6.
Dependency of frequencies of detected peaks on speaker frequency for a sound intensity of: 75 dB (a), 77 dB (b) and 81 dB (c); dashed line – speaker, solid line – organ pipe.

Tabela 1. Granične vrednosti frekvencija zvučnika pri kojima se uspostavlja sinhronizacija

Jačina tona zvučnika [dB]	Minimalna vrednost frekvencije [Hz]	Maksimalna vrednost frekvencije [Hz]
75	334.7739	336.9849
77	334.3216	337.3869
79	334.0754	337.7387
81	333.7688	338.3920
83	333.2663	339.0452



Slika 7. Zavisnost graničnih vrednosti frekvencija sinhronizacije od jačine zvuka na zvučniku. Za grešku pri određivanju jačine tona zvuka uzet je najmanji podeok očitavanja jačine zvuka.

Figure 7. Dependency of limit frequency values of synchronization on the sound intensity of the speaker. The smallest marking in the reading of sound intensity was taken as an error in the measurement of sound intensity. White circle – lower limit; black circle – upper limit; dashed line – organ pipe frequency.

Ovaj rezultat se slaže sa konceptima jednostavnog modela sinhronizacije iz uvoda. Naime, i ovde primećujemo da se sa pojačanom interakcijom dva oscilatora povećava frekventni interval u kojem dolazi do sinhronizacije. Intervali pri kojima dolazi do sinhronizacije nalaze se u opsegu od 1% frekvencije zvuka cevi orgulja, što se ne slaže sa referentnim radom (Abel *et al.* 2006), gde ovaj opseg iznosi 4%. Moguće objašnjenje za ovo odstupanje može biti sopstvena frekvencija cevi koju smo mi koristili, koja je bila skoro dvostruko manja od frekvencije korišćene u referentnom radu.

Zaključak

Demonstrirana je pojava sinhronizacije koja se dešava kada se dva zvučna izvora, u ovom slučaju cev orgulja i zvučnik, malih razlika sopstvenih frekvencija nađu jedan pored drugog. Dobijeni rezultati su u saglasnosti sa jednostavnim modelom sinhronizacije, odnosno sa povećanjem jačine tona zvučnika sinhronizacija se uspostavlja pri većim razlikama sopstvenih frekvencija između zvučnika i cevi orgulja. Tako je, na primer, razlika sopstvenih frekvencija pri kojima se sinhronizacija uspostavlja pri zadatoj jačini tona zvučnika od 83 dB gotovo četiri puta veća od one pri najmanjoj zadatoj jačini od 75 dB. Širina frekventnog intervala zvučnika u kojem je sinhronizacija uspostavljena pri jačini tona zvučnika 83 dB je oko tri puta veća od one pri jačini 75 dB. Ovo se može objasniti većom jačinom

interakcije zvučnika i cevi orgulja. Interakcija zvučnika i cevi orgulja ostvaruje se putem zvučnih talasa koje zvučnik emituje. Većoj jačini zvuka odgovara veći intenzitet talasa, što znači da se tada prenese veća količina energije. Ta energija troši se na promenu frekvencije oscilovanja cevi orgulja, pa što je količina energije koja se prenese veća, to je i promena sopstvene frekvencije cevi orgulja veća.

Zahvalnost. Zahvaljujemo se svojim mentorima Marku Kuzmanoviću i Luki Ribaru na pruženoj podršci, brojnim korisnim savetima, sugestijama i pomoći u toku realizacije ovog rada. Takođe se zahvaljujemo orguljarskoj radionici Apra Tibora na pomoći pri izradi aparature, zatim, Danilu Đokiću, Danielu Siladžiju i Miroslavu Bogdanoviću, saradnicima na seminaru fizike, na pomoći prilikom realizacije eksperimenta.

Literatura

- Abel M., Begweiler S., Gerhard-Mulhaupt R. 2006. Synchronization of organ pipes by means of air flow coupling: experimental observations and modeling. *Journal of the Acoustical Society of America*, **119** (4): 2467.
- Angster J., Miklos A. 1993. Coupling between simultaneously sounded organ pipes. *AES Preprint*, 3534 (F1-2).
- Čaluković N. 2007. *Fizika za treći razred Matematičke gimnazije*. Beograd: Krug
- Pikovskiy A., Rosenblum M., Kurths J. 2001. *Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences*. New York: Cambridge University Press
- Strogatz S. H. 1994. *Nonlinear dynamics and chaos*. Massachusetts: Perseus Books

Ivana Burmazović and Katarina Vukosavljević

Spontaneous Synchronisation of Two Sound Sources – Organ Pipe and Sound Speaker

In this project we presented the synchronization phenomenon which occurs when two audio sources, whose natural frequencies slightly differ, are put next to each other – in this case, an organ pipe and a speaker. The wooden organ pipe was made out of pine wood. The natural frequency of the pipe is $f_1 = 335.2997 \pm 0.0001$ Hz, whereas the sound intensity is $L_F = 75.0 \pm 0.5$ dB. The values of these quantities were not altered during the experiment, which was carried out in a soundproof room. The measure-

ments were taken for five different values of the speaker sound intensity, which was altered in the range from 75 to 83 dB and a step of 2 dB. Sound intensity was measured in the Audacity software. For each of the measurements the sound frequency was altered in a range from 330 to 340 Hz and a step of 0.05 Hz. Each measurement was 60 seconds long. The sound was recorded by a microphone. The recordings were processed in Matlab and the taken graphs enabled the calculation of the speaker frequency values which induce synchronization. Figure 7 shows the values of limiting frequencies which led to synchronization, depending on the emitted sound intensity of the speaker. It can be concluded that the increase of the speaker sound intensity leads to the occurrence of synchronization, with bigger differences between natural frequencies of the organ pipe and the speaker. The difference between natural frequencies, when the synchronization occurs at the speaker sound intensity of 83 dB, is almost four times bigger than the difference at the lowest set intensity of 75 dB. The range of frequency interval of the speaker in which synchronization develops at the sound intensity of 83 dB is approximately three times bigger than the one at the sound intensity of 75 dB. The obtained results are consistent with a simple model of synchronization.

