
Milan Radović

Uticaj gravitacionog mikrosočiva na Rositer–Meklaflinov efekat

U ovom radu ispitan je uticaj gravitacionog mikrosočiva na Rositer–Meklaflinov (R-M) efekat prilikom tranzita ekstrasolarne planete. Usled rotacije zvezde javljaju se plavi pomak na strani koja rotira ka posmatraču i crveni pomak na strani koja rotira od posmatrača. Tokom tranzita planeta će blokirati određeni deo svetlosti i tako izazvati anomaliju u krivi radijalnih brzina. Pošto planeta gravitaciono deluje na svetlost koja napušta površinu zvezde, ona će fokusirati deo svetlosti ka posmatraču i smanjiti R-M efekat. Uticaj gravitacionog mikrosočiva je ispitan za različite vrednosti mase planete i različite udaljenosti od zvezde i nađeno je da uticaj gravitacionog mikrosočiva menja R-M efekat za 5% za planetu koja ima masu 30 masa Jupitera i nalazi se na 5.2 AU od matične zvezde.

Uvod

Zbog velikog broja detekcija u proteklih nekoliko decenija, ekstrasolarne planete postaju sve aktuelnija tema istraživanja. Postoji nekoliko različitih načina detekcije i interpretacije informacija o ekstrasolarnim planetama, ali u ovom radu ćemo se fokusirati samo na efekte koji nastaju usled tranzita planete preko površine zvezde. Tokom tog tranzita određeni deo svetlosti će biti blokirani što će dovesti do pada merene luminoznosti. Merenjem promene sjaja s vremenom, možemo konstruisati krivu sjaja, a na osnovu nje mogu se odrediti parametri planete koja tranzitira.

Jedan od efekata koji nastaje tranzitiom planete je i Rositer–Meklaflinov (Rossiter–McLaughlin) efekat, skraćeno R-M efekat. Prilikom rotacije zvezde, svetlost koja napušta površinu dela zvezde koji se kreće ka posmatraču će imati plavi pomak, a deo zvezde koji se kreće od posmatrača će imati crveni pomak. Uzimajući u obzir da je zvezda sferno simetrična, radijalna brzina će biti ista po apsolutnoj vrednosti u oba slučaja. Tokom tranzita, planeta najpre blokira deo zvezde koji se kreće ka nama, što dovodi do toga da zvezda prividno bude crvenija, a nakon toga blokira deo zvezde koji se kreće od nas, što dovodi do toga da zvezda prividno bude plavija. Na osnovu plavog i crvenog pomaka može se konstruisati kriva promene radijalnih brzina tokom vremena.

Planeta svojim gravitacionim poljem utiče na putanju svetlosti koja napušta površinu zvezde. Deo te svetlosti biva fokusiran ka posmatraču i prividno menja detektovanu luminoznost zvezde. Ova pojava se zove efekat gravitacionog mikrosočiva. Količina svetlosti koja će biti fokusirana ka posmatraču zavisi od mase planete i njene udaljenosti od zvezde. Zbog svog malog uticaja, ovaj efekat se uglavnom zanemaruje prilikom analize krivih sjaja i radijalnih brzina, ali kod sistema sa planetama dovoljno velikih masa i udaljenosti od zvezde, efekat će imati dovoljno uticaja da se može meriti.

U radu je ispitan R-M efekat za slučaj tranzita ekstrasolarne planete, sa i bez uračunatog efekta gravitacionog mikrosočiva, koji u ovom slučaju predstavlja planeta.

Milan Radović (1998), Valjevo, Majke Jevrosime 6A, učenik 3. razreda Valjevske gimnazije

MENTORI:

Stanislav Milošević, student master studija astrofizike na Matematičkom fakultetu Univerziteta u Beogradu

Boris Majić, student Elektrotehničkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Aleksandra Arsovski, studentkinja Tehničkog univerziteta u Beču

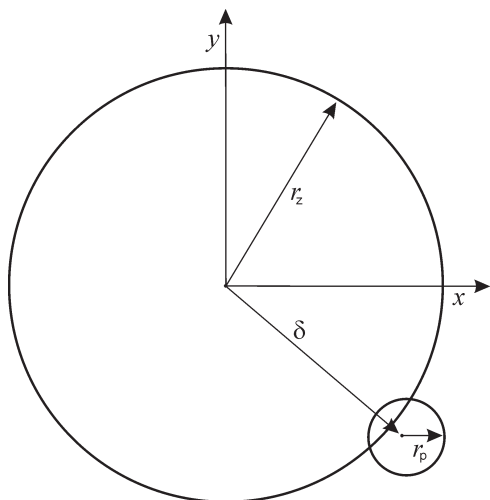
Model

Kriva sjaja

Zvezda i planeta su u modelu predstavljene kao dva kružna diska koji se kreću jedan preko drugog. Za opisivanje položaja planete tokom trajanja tranzita koristi se faza θ , koja predstavlja ugaonu udaljenost planete od pravca vizure (ka centru zvezde) u referentnom sistemu vezanom za zvezdu, tako da je faza jednaka nuli pri poklapanju centara diskova planete i zvezde prilikom tranzita. Geometrijski uslov za tranzit se uvodi preko prividne udaljenosti centara diska zvezde i planete δ (slika 1), koja je data izrazom (Giménez 2006a):

$$\delta^2 = \left[\frac{(1-e^2)}{1-e \sin(\theta-\omega)} \right] \cdot (1 - \cos^2 \theta \sin^2 i)$$

gde je ω ugao periastrona, e ekscentricitet, a i inklinacija orbite planete.



Slika 1. Geometrija i parametri planetarnog tranzita iz perspektive posmatrača: r_p je prečnik planete koja vrši tranzit, r_z prečnik zvezde, a δ prividna udaljenost centara planete i zvezde

Figure 1. Geometry and parameters of planetary transit from the observer's perspective: r_p is the radius of the transiting planet, r_z is host star radius and δ is star-planet separation from the observer's perspective

Ukupna luminoznost sistema zvezde i planete u trenutku kada se planeta prividno celom svojom površinom nalazi na zvezdi može se izraziti kao

$$l(t) = L_z(t) + L_p(t) - \alpha(t)L_z \quad (1)$$

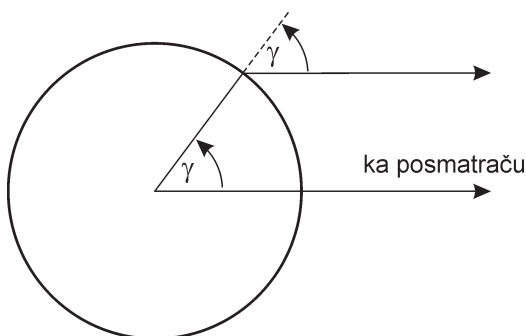
gde je $l(t)$ detektovana luminoznost zvezde, $L_z(t)$ i $L_p(t)$ sopstvene luminoznosti zvezde i planete, a $\alpha(t)$ relativni gubitak svetlosti usled tranzita planete. Pošto je luminoznost planete daleko manja od luminoznosti zvezde, možemo je zanemariti i pretpostaviti da je $L_p(t) = 0$, pa izraz (1) postaje:

$$l(t) = L_z(t) - \alpha(t)L_z$$

Dalje se problem svodi na nalaženje funkcije $\alpha(t)$. Za određivanje ove funkcije potrebno je znati zakon distribucije svetlosti po površini zvezde. Ona se može opisati zakonom potamnjenja ka rubu, čiji je opšti oblik (Giménez 2006a):

$$I(\mu) = I(1) \cdot \left[1 - \sum_{n=1}^N u_n (1 - \mu^n) \right]$$

gde je $I(1)$ intezitet svetlosti koja normalno izlazi na površinu zvezde, $\mu = \cos \gamma$, γ je ugao između pravca vizure i normale na površinu zvezde (slika 2), a u je koeficijent potamnjenja ka rubu. U



Slika 2. Geometrija potamnjenja ruba: intezitet svetlosti koja stiže do posmatrača zavisi od ugla između pravca vizure i normale na deo površine sa koje se emituje svetlost

Figure 2. Geometry of limb darkening: the intensity of light coming to the observer depends on the angle between viewing direction and the perpendicular of the elemental area emitting light

ovom radu koristiće se kvadratni zakon ($N = 2$). Za vrednosti koeficijenata u_1 i u_2 uzete su $u_1 = 0.3$ i $u_2 = 0.35$ (Heyrovsky 2006).

Uzimajući u obzir zakon distribucije svetlosti po površini, možemo funkciju $\alpha(t)$ predstaviti kao proizvod dve funkcije, od kojih jedna zavisi od parametara zračenja, a druga od geometrije tranzita (Giménez 2006a):

$$\alpha^{(m)} = \sum_{n=0}^N C_n \alpha_n^{(m)} \quad (2)$$

pri čemu je C_n koeficijent potamnjenja ka rubu, a $\alpha_n^{(m)}$ koeficijent relativnog gubitka svetlosti. Vrednost indeksa m , u daljem tekstu, označava koeficijente krive sjaja za $m = 0$ i koeficijente krive radijalnih brzina za $m = 1$. Izraz je numerički računat do trećeg člana niza. Koeficijent C_n se dobija iz opšteg zakona potamnjenja ka rubu pri $N = 2$ (Giménez 2006a):

$$C_n = \frac{u_n}{1 - \sum_{n=1}^N \frac{nu_n}{n+2}}$$

Za određivanje člana $\alpha_n^{(0)}$ korišćen je izraz (Kopal 1977):

$$\alpha_n^{(0)}(b, c) = \frac{b^2(1-c^2)^{v+1}}{v\Gamma(v+1)} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j (2j+v+2) \times \\ \times \frac{\Gamma(v+j+1)}{\Gamma(j+2)} [G_j(v+2, v+1, 1-b)]^2 \times \\ \times G_j(v+2, 1, c^2) \quad (3)$$

gde su koeficijenti $v = (n+2)/2$, $b = r_p/(r_z + r_p)$ i $c = \delta/(r_z + r_p)$, r_z i r_p su prečnici zvezde i planete, respektivno, a G_j je Jakobijev polinom. Vrednost izraza (3) je numerički računata do dvadesetog člana niza.

Kriva radijalnih brzina

Modifikacijom modela promene luminoznosti tokom tranzita planete, promena radijalne brzine usled R-M efekta se može odrediti preko (Giménez 2006b):

$$\Delta V = \frac{V^*}{\delta} \cdot \frac{\alpha^1}{1-\alpha^0}$$

gde je V^* dato izrazom (Giménez 2006b):

$$V^* = V \sin I (\sin \beta \cos i \cos \theta - \cos \beta \sin \theta)$$

U poslednjem izrazu V predstavlja linijsku brzinu rotacije na ekvatoru zvezde, β ugao između ose rotacije zvezde i pravca posmatranja, a I inklinaciju u odnosu na pravac posmatranja. Član $\alpha_n^{(m)}$ u formuli (2) je određen pomoću izraza (Kopal 1977, prema Giménez 2006b):

$$\alpha_n^1(b, c) = \frac{cb^2(1-b)\Gamma(v)(1-c^2)^{v+1}}{\Gamma(v+2)\Gamma(v+2)} \times \\ \times \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j (2j+v+3) \frac{\Gamma(v+j+3)}{\Gamma(j+1)} \times \\ \times [G_j(v+3, v+2, 1-b)]^2 G_j(v+3, 2, c^2) \quad (4)$$

Vrednost izraza (4) je numerički računata do dvadesetog člana niza.

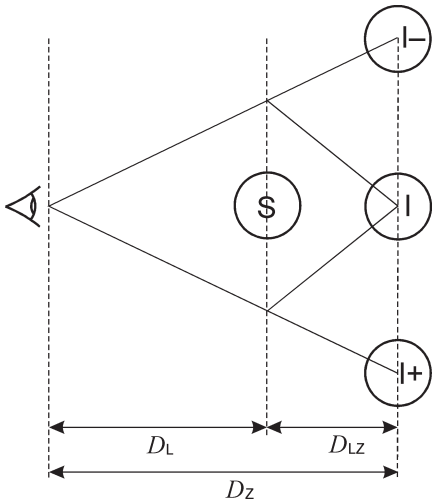
Gravitaciono mikrosočivo

Prilikom tranzita planete, deo blokirane svetlosti će biti fokusiran na posmatrača uticajem gravitacije planete, menjajući krivu radijalnih brzina i sjaja. Ova pojava predstavlja efekat gravitacionog mikrosočiva. Svetlost koja se nađe na putu nekog veoma masivnog objekta biće zakrivljena oko tog objekta stvarajući prividno prstenast oblik koji se naziva Ajnštajnov prsten (Carrol i Ostlie 2007). Gravitaciono mikrosočivo će dovesti više svetlosti ka posmatraču, čime će smanjiti uticaj R-M efekta, pošto će stizati deo svetlost sa dela zvezde koji je prividno pomračen planetom. Ovaj fenomen se može modelovati efektivnim smanjivanjem radijusa planete. U zavisnosti od mase i udaljenosti planete od zvezde, efektivni radijus planete je smanjen za određenu vrednost, tako da svetlost koja dolazi do posmatrača bude jednaka svetlosti koja bi dolazila pod uticajem gravitacionog mikrosočiva. Korišćen je metod koji su predložili Oshagh i saradnici (2013). Efektivni radijus planete će biti:

$$r'_p = r_p - \frac{R_E^2}{r_p}$$

gde je R_E radijus Ajnštajnovog prstena dat izrazom (Oshagh *et al.* 2013):

$$R_E = \sqrt{\frac{4GMD}{c^2}}, \quad D = \frac{D_{LZ} \cdot D_L}{D_Z}$$



Slika 3. Geometrija gravitacionog sočiva: I je izvor svetlosti, S je gravitaciono sočivo, I+ i I- su prividni likovi izvora za posmatrača

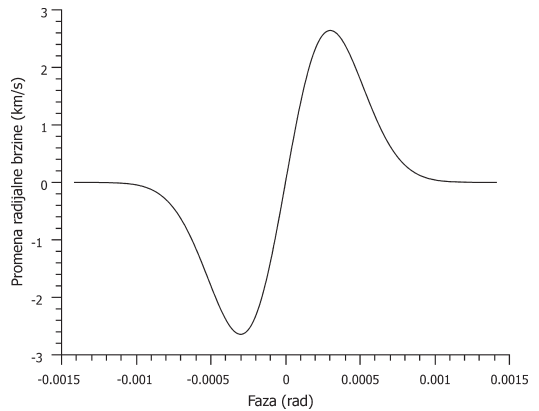
Figure 3. Geometry of gravitational lensing: I is the source of light, S is the gravitational lens, I+ and I- are apparent images of the source

gde je G gravitaciona konstanta, M masa planete, c brzina svetlosti, dok su D_{LZ} , D_L i D_Z udaljenosti posmatrača, planete i zvezde, respektivno (slika 3).

Rezultati

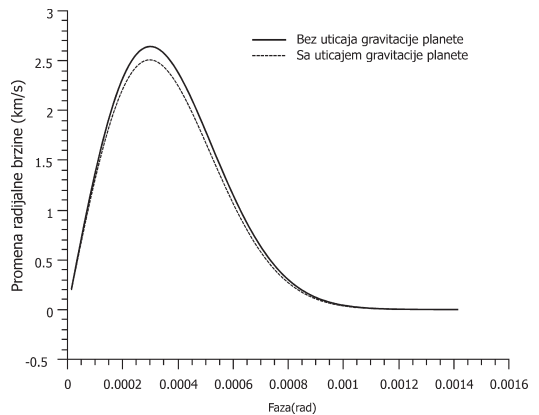
Za parametre orbite planete uzet je najjednostavniji slučaj kada je $e = 0$, $i = 90^\circ$, a uglovi u odnosu na posmatrača su $I = i$ i $\beta = 0$, što odgovara planeti koja se kreće po ekvatoru zvezde u kružnoj orbiti. Za brzinu rotacije zvezde na ekvatoru uzeto je 2 km/s. Za radijus planete uzet je radijus Jupitera. Parametri planete i zvezde su birani tako da budu približni parametrima Sunca i planeta Sunčevog sistema. Ispitana su tri slučaja udaljenosti planete – 5.2 AU (što odgovara velikoj poluosi Jupitera), 50 AU (što je približno velikoj poluosi Plutona) i 650 AU (što odgovara najudaljenijoj ekstrasolarnoj planeti dosad pronađenoj (Bailey *et al.* 2014)). Ispitana su i dva različita slučaja mase planete – od jedne mase Jupitera i 30 masa Jupitera.

Za planetu čiji je prečnik 0.12 prečnika matične zvezde a udaljenost od matične zvezde 5.2



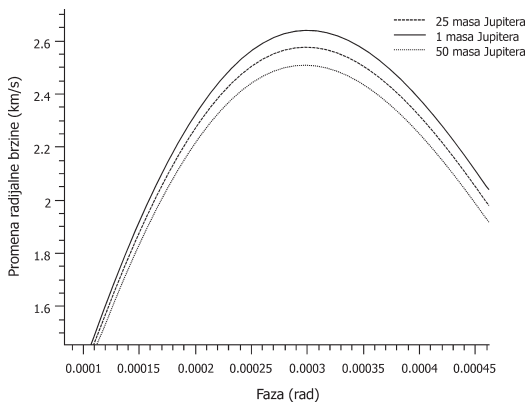
Slika 4. Kriva radijalnih brzina bez efekta gravitacionog mikrosočiva pri prečniku planete od 0.12 prečnika matične zvezde i udaljenosti 5.2 AU od matične zvezde

Figure 4. Radial velocity curve without the effect of gravitational microlensing in the case of a planet with a radius of 0.12 radii of the star and at a distance of 5.2 AU from the star



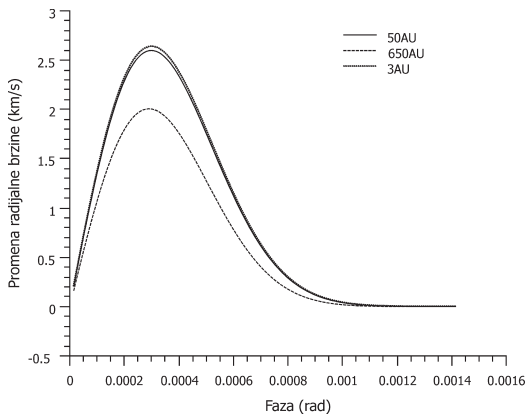
Slika 5. Poređenje kriva radijalnih brzina sa i bez uticaja gravitacionog mikrosočiva. Planeta je 30 puta masivnija od Jupitera, ima prečnik jednak 0.12 prečnika zvezde i nalazi se na 5.2 AU.

Figure 5. Comparison of radial velocity curves with and without the effect of gravitational microlensing. The planet is 30 times more massive than Jupiter and at a distance of 5.2 AU from the star.



Slika 6. Krive radijalnih brzina pri različitim masama planete. U sva tri slučaja planeta se nalazi na 5.2 AU.

Figure 6. Radial velocity curves for different planet masses. In all three cases the planet is at a distance of 5.2 AU from the star.



Slika 7. Krive radijalnih brzina pri različitim velikim poluosama. U sva tri slučaja je uzeta masa planete od 1 mase Jupitera.

Figure 7. Radial velocity curves for different distances between the planet and the star. In all three cases the mass of the planet is 1 Jupiter mass.

AU dobija se da R-M efekat menja radijalnu brzinu po apsolutnoj vrednosti za 2.643 km/s (slika 4). Kada u model unesemo korekciju za gravitacioni efekat planete koja vrši tranzit, R-M efe-

kat je slabiji. Pri izboru istih parametara kao u prethodnom slučaju i masi planete jednakoj 30 masa Jupitera, upoređena su dva slučaja, sa i bez uticaja gravitacionog mikrosočiva (slika 5) i dobijena je razlika od 0.139 km/s u maksimumu.

Efekat je takođe ispitan pri različitim masama i različitim udaljenostima planete i matične zvezde, što je prikazano na slikama 6 i 7.

Zaključak

U ovom radu je analiziran uticaj efekta gravitacionog mikrosočiva na krivu radijalnih brzina tokom tranzita planete. Ispitana su dva različita modela, jedan bez i jedan sa uračunatim efektom gravitacionog mikrosočiva, nakon čega su međusobno upoređeni. Korišćene su analitičke formule za geometriju kružnih objekata koji vrše tranzit (Kopal 1977, prema Giménez 2006b) i ispravke za R-M efekat (Giménez 2006b). Pored datih efekata, uračunat je i efekat potamnjenja karubu. Na osnovu dobijenih rezultata možemo da vidimo da efekat gravitacionog mikrosočiva može da ima značajan uticaj na krive radijalnih brzina kod zvezda sa ekstrasolarnim planetama velikih masa i udaljenosti od zvezde. U dati model nije još uvek uračunato nekoliko bitnih efekata, kao što su diferencijalna rotacija, koja bi mogla da utiče na krive radijalnih brzina kod zvezda gde ekstrasolarne planete vrše tranzit na većoj udaljenosti od ekvatora.

Literatura

Bailey V., Meshkat T., Reiter M., Morzinski K., Males J., Su K. Y. L., et al. 2014. HD 106906 b: A planetary-mass companion outside a massive debris disk. *The Astrophysical Journal Letters*, **780** (1): L4

Carrol B., Ostlie D. 2007. *An Introduction to Modern Astrophysics*. Pearson Addison-Wesley

Giménez A. 2006a. Equations for the analysis of the light curves of extra-solar planetary transits. *Astronomy and Astrophysics*, **450** (3): 1231.

Giménez A. 2006b. Equations for the analysis of the Rossiter-McLaughlin effect on extrasolar

planetary transits. *The Astrophysical Journal*, **650** (1): 408.

Heyrovsky D. 2006. Computing limb-darkening coefficients from stellar atmosphere models. *The Astrophysical Journal*, **656**: 483.

Kopal Ž. 1977. *Mathematical theory of stellar eclipses*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers

Oshagh M., Boué G., Figueira P., Santos N. C., Haghhighipour N. 2013. Probing the effect of gravitational microlensing on the measurements of the Rossiter-McLaughlin effect. *Astronomy and Astrophysics*, **558**: A65

Milan Radović

Influence of Gravitational Microlensing on the Rossiter-McLaughlin Effect

This paper analyses the influence of gravitational microlensing on the Rossiter-McLaughlin (R-M) effect during planetary transits. Due to stellar rotation, the light coming from the side of the star rotating towards the observer is blue-shifted, whilst the light from the side moving away from the observer gets redshifted. During a transit, the planet blocks a certain amount of light coming from the surface of the star, and creates an anomaly in the star's radial velocity curve. Since the gravitational field of the planet curves the light coming from the star, it will focus a certain amount of light back to the observer, reducing the R-M effect. The impact of gravitational microlensing was tested for various values of planetary mass and major axis. It was found that microlensing could influence the value of the R-M effect by 5% in the case of a planet 30 times more massive than Jupiter, located 5.2 astronomical units from its host star. 