

---

Mila Martinović

# Analiza procesa bacanja pikado strelice robotskom rukom i određivanje tačnosti i ponovljivosti pogotka mete

---

*U radu je analiziran proces bacanja pikado strelice korišćenjem robotske ruke. Za način bacanja odabrana je tehnika čvrstog zgloba (eng. The Stiff-Wrist Dart Throwing Technique). Ruka korišćena u radu je pozicioni servo mehanizam, što znači da se njenom dinamikom ne može upravljati, već se sa njom možemo samo upoznati. Dinamika ruke dobijena je modelovanjem u modu maksimalne brzine. Znajući dinamiku ruke u ovom modu osmišljen je algoritam za računanje trenutka izbačaja strelice. Algoritam za modelovanje ruke kao i algoritam za računanje trenutka izbačaja strelice implementirani su u programskom jeziku MATLAB i primenjeni na robotsku ruku. Određivana je tačnost i ponovljivost pogotka mete. Merenja su dobijena testiranjem u realnim uslovima i testiranjem u simulaciji.*

---

## Uvod

Robotska ruka je programabilni mehanizam sastavljen od poluga spojenim zglobovima koji omogućavaju njihovu rotaciju i translaciju. Veoma je slična ljudskoj ruci. Na donjem kraju robotske ruke pričvršćen je završni mehanizam – šaka robota ili prihvatinica. Prihvatinicom robot prihvata predmete ili alat kojima obavlja zadatke kao što su pomeranje objekata sa jednog na drugo mesto, varenje u industrijskim postrojenjima, ili čak deaktivacija bombe. U ovom radu je predmet analize proces bacanja pikado strelice robotskom rukom kao i određivanje tačnosti i preciznosti pogotka mete.

U praksi postoji više pristupa rešavanju problema bacanja strelice. Inspiraciju nalazimo u tehnikama koje koriste profesionalni pikado igrači, a odabrana je tehnika čvrstog zgloba (eng. The Stiff-Wrist Dart Throwing Technique).

Tehnika čvrstog zgloba je karakteristična po tome što se prilikom bacanja strelice koristi samo jedan zglob. Pokazaće se da ovo za posledicu ima da trenutak izbačaja strelice mora biti maksimalno precizan.

---

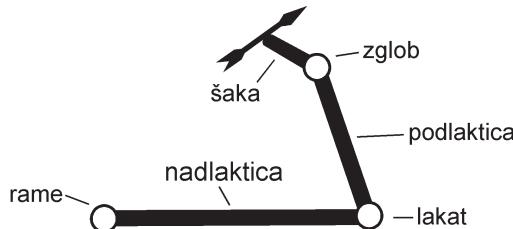
Mila Martinović (1994),  
Kragujevac, Josifa  
Šnersona 2/3, učenica  
4. razreda Prve  
kragujevačke gimnazije

MENTOR:  
Ivan Razumenić,  
Microsoft Development  
Center, Beograd

Kontrolisanje manje zglobova je prednost metode jer smanjuje broj izvora grešaka, dok određivanje preciznog trenutka izbačaja predstavlja moguć izvor grešaka.

## Teorijske osnove

Zamislimo ruku kojom bacamo pikado strelicu kao „mašinu” sastavljenu od tri poluge međusobno povezane zglobovima (slika 1).



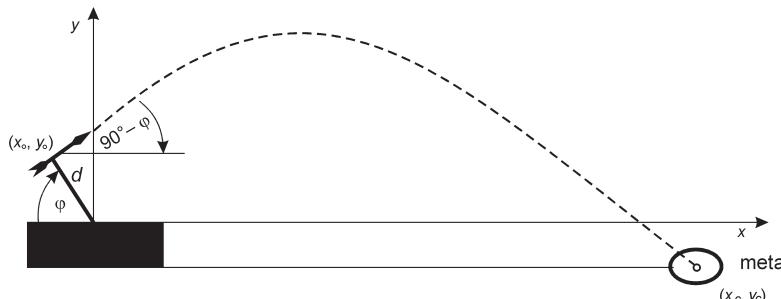
Slika 1. Model robotske ruke

Figure 1. Robotic arm model

Usvojimo za koordinatni početak osu rotacije ramena ruke. Dužina od ose rotacije do strelice je  $d$ . Posmatrajmo strelicu od trenutka kada je prihvativica oslobađa (slika 2). Neka je ugao pod kojim se ruka nalazi u odnosu na horizontalnu ravan  $\varphi$ . Strelica je postavljena normalno u odnosu na ruku, pa je njen ugao u odnosu na horizontalu jednak  $\frac{\pi}{2} - \varphi$ . Neka su u trenutku puštanja strelice, koordinate pri kojoj se ispušta strelica  $(x_0, y_0)$ , a brzina u tom trenutku jednaka je  $v$ . Sa slike 2 se uočava da se u trenutku izbačaja strelice ona nalazi na poziciji:

$$x_0 = -d \cos \varphi$$

$$y_0 = d \sin \varphi$$



Slika 2.  
Putanja strelice nakon izbačaja

Figure 2.  
Dart path after release

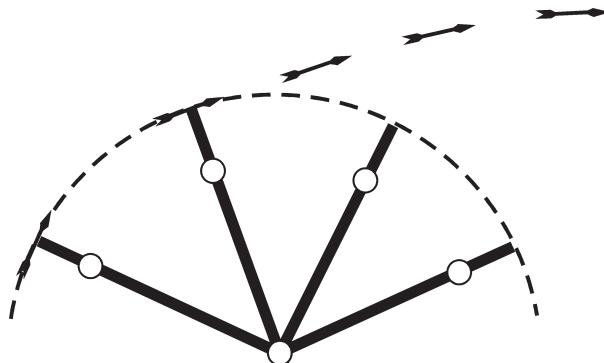
Strelica nastavlja da se kreće po paraboli po principu kosog hica, izbačena je početnom brzinom  $v$  i na nju deluje samo sila zemljine teže, tako da je u nekom trenutku  $t$  nakon izbačaja njena pozicija:

$$x = vt \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + x_0$$

$$y = vt \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) - \frac{1}{2} g t^2 + y_0.$$

Ukoliko ugao pod kojim se telo strelice nalazi u odnosu na vertikalnu i ugao pri kom se strelica ispušta nisu jednaki, dolazi do oscilacija strelice oko centra mase. Ovaj efekat predstavlja jedan od izvora greški. Umesto uračunavanja ove greške ona se probala eliminisati automatizovanim uzmajem strelice sa fiksne platforme.

Kod tehnike čvrstog zgloba, poluge i zglobovi funkcionišu tako da se sve vreme kreću čvrsto po kružnom luku (slika 3).



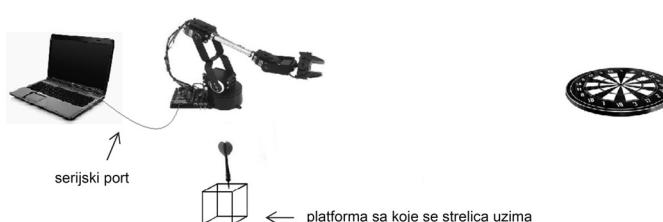
Slika 3. Izbačaj strelice tehnikom čvrstog zgloba

Figure 3. Stiff-wrist technique dart release

Primetimo da nakon ispuštanja strelice ruka nastavlja da se kreće po kružnom luku što se može videti na slici 3, dok strelica nastavlja da se kreće kao na slici 2, tj. po paraboličnoj putanji. Strelica se može ispustiti u bilo kom trenutku kretanja ruke, pa zaključujemo da postoji beskonačno mnogo putanja po kojima se strelica može kretati. Sa slike 2 vidimo da samo jedna uređena trojka vodi do cilja, zbog toga trenutak izbačaja kod ove tehnike mora biti precizan.

## Opis sistema

Robotska ruka korišćena u radu je pozicioni servo mehanizam. Kao posledica toga, sa velikom tačnošću se može upravljati njenom pozicijom, ali ne i dinamikom kako se do te pozicije dolazi. Zato smo za tehniku čvrstog zgloba ruku postavili u mod postizanja maksimalne brzine, i prepostavljajući ponovljivost ovog prirodnog limita robotske ruke, a modelovanjem kretanja u tom modu, vršili proračun za trenutak puštanja strelice. Pre svega, bilo je potrebno modelovati dinamiku ruke u modu maksimalne brzine, i to je postignuto analizom snimka sa velikom frekvencijom odabiranja.



Slika 4.  
Veza između  
komponenata sistema

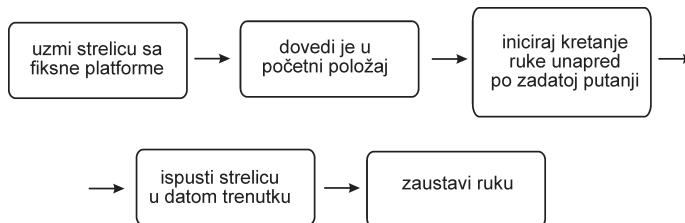
Figure 4.  
Experimental setup

Veza između komponenata sistema prikazana je na slici 4, a kako oni funkcionišu zarad ostvarenja cilja, tj. bacanja strelice u centar prikazana je na slici 5. Veza uspostavljanja veze između računara i robotske ruke prikazana je na slici 6.



Slika 5. Blok šema sistema upravljanja ruke

Figure 5. System block diagram



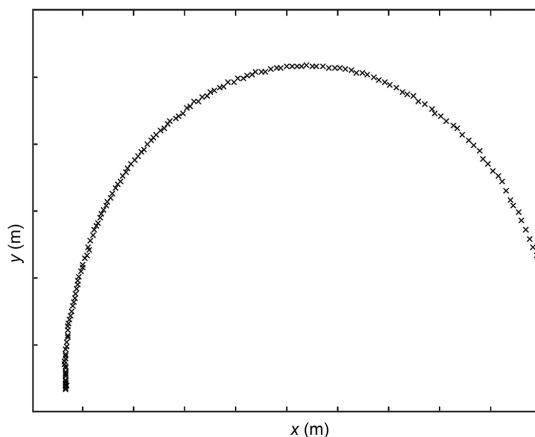
Slika 6. Dijagram procesa bacanja strelice

Figure 6. Dart throwing diagram

## Metod rada

### Modelovanje dinamike ruke u modu maksimalne brzine

Za upoznavanje sa dinamikom ruke korišćena je kamera visoke rezolucije. Da bi se pratilo pomeranje ruke određena je fiksna tačka na koju je postavljen marker radi lakšeg praćenja te tačke na snimku. Ovim postupkom dobijene su koordinate  $x$ ,  $y$  koje predstavljaju položaj ruke u nekom vremenskom trenutku (slika 7).

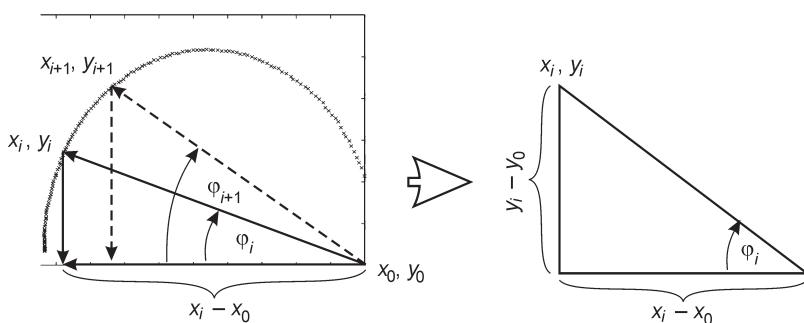


Slika 7. Položaj prihvavnice ruke kroz vreme

Figure 7. Robotic arm end-effector position through time

Iz koordinata pozicije dobijamo profil ugla kroz vreme (slika 9), tako što za svaku tačku pomeraja posmatramo pravougli trougao čija su temena:

koordinate pozicije vrha ruke u posmatranom trenutku ( $x_i, y_i$ ), projekcija tih koordinata na horizontalu, i fiksne kordinate ( $x_0, y_0$ ) koje predstavljaju početak ruke (slika 8).

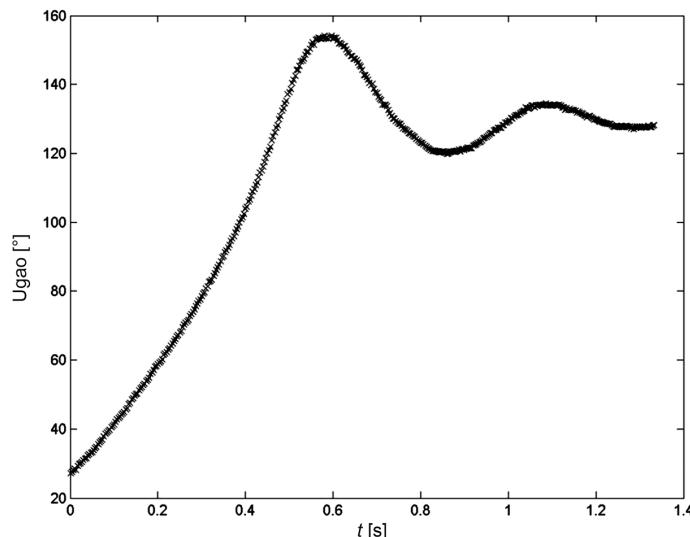


Slika 8.  
Određivanje ugla zgloba na osnovu pozicije prihvavnice ruke

Figure 8.  
Determining robotic arm joint angle from end-effector position

Vidmo da je ugao  $\varphi$  koji ruka pređe od pozicije ( $x_0, y_0$ ) do ( $x_i, y_i$ ) jednak:

$$\varphi = \arctan \frac{y_i - y_0}{x_i - x_0}.$$

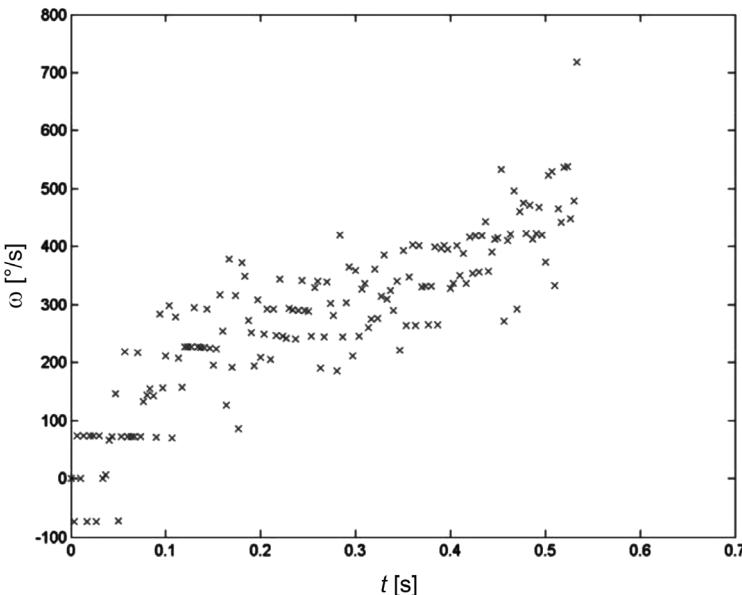


Slika 9.  
Određen ugao zgloba kroz vreme

Figure 9.  
Measured joint angle through time

Zato što je ruka korišćena u modu maksimalne brzine, odziv na zadati ugao iz stanja mirovanja ima veliki preskok i vreme smirenja, što je prikazano na slici 9. U posmatranom problemu oscilovanje nije važno, zato što će strelica biti izbačena pre zaustavljanja ruke. Zbog toga je modelovanje vršeno na delu od početne zadate pozicije do prvog preseka sa krajnjom zadatom pozicijom.

Numeričkim diferenciranjem ugla dobijamo profil brzine kroz vreme prikazan na slici 10.



Slika 10.  
Određena trenutna  
ugaona brzina zgloba

Figure 10.  
Measured joint  
angular velocity  
through time

Variranje mernih tačaka potiče od greške pri estimacije pozicije markera. Zato treba aproksimirati krivu koja će što bolje opisivati kretanje ruke. Za aproksimaciju krive odabранo je fitovanje krive.

Kako među našim mernim tačkama nije poznata zavisnost, prepostavlja se polinomalna zavisnost  $n$ -tog reda između ugla i vremena.

$$\varphi = \theta_0 + \theta_1 t + \theta_2 t^2 + \theta_3 t^3 + \dots + \theta_n t^n$$

Ako je prepostavljena zavisnost  $n$ -tog reda, to znači da imamo hipotezu od  $n+1$  parametara. Ukoliko se izabere veliki broj  $n$ , fitovana kriva će dobro aproksimirati merne tačke ali će loše generalizovati kretanje ruke. Problem uzimanja prevelikog broja parametara u literaturi se zove preobučavanje (eng. overfitting). Ako se, pak, broj izabere previše mali, on neće dobro aproksimirati merne tačke. Problem uzimanja malo parametara u literaturi se zove podobučavanje (eng. underfitting).

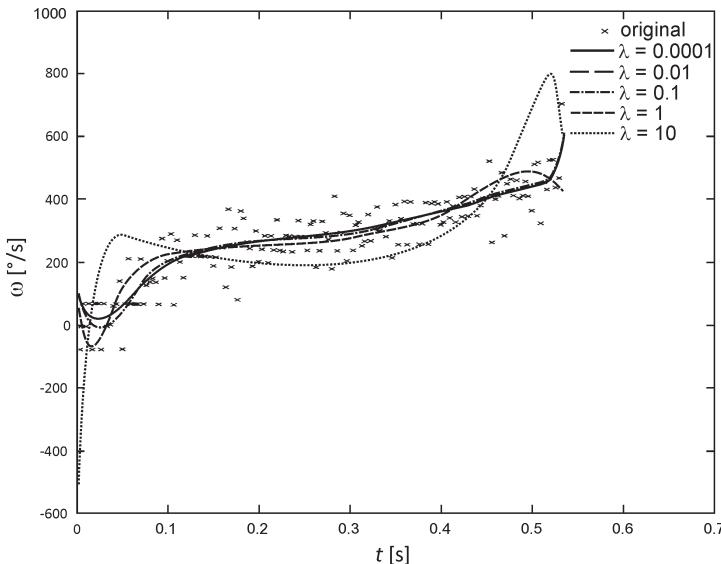
Da bi se izbeglo preobučavanje i podobučavanje, i našla odgovarajuća aproksimacija koristi se princip regularizacije. Fitovanje krive korišćenjem regulizacije predstavlja postupak kada se usvoji veći broj parametara nego što je potrebno, ali se zato penalizuju velike vrednosti parametara. Parametar regularizacije se označava lambda ( $\lambda$ ).

Za određivanje parametra fitovane krive koji će da odredi najbolju aproksimaciju za dobijene rezultate (konkretno najbolju estimaciju brzine kroz vreme), koristi se normalna jednačina.

$$\theta = \left( X^T X + \lambda \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} X^T \cdot y$$

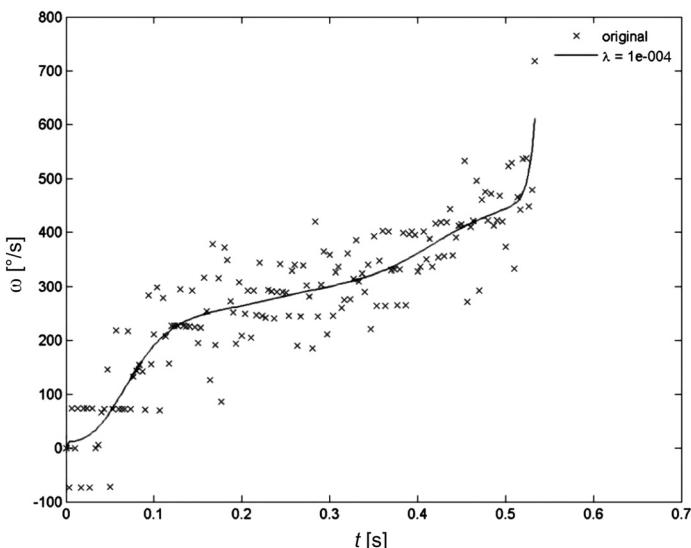
Matrica uz parametar  $\lambda$  je matrica dimenzija  $(n+1) \times (n+1)$  gde je broj parametara. Ona na dijagonali ima sve jedinice osim na prvom mestu, i ostatak matrice je popunjena nulama. Matrica  $X$  i vektor  $y$  su definisani sledećim izrazima:

$$y = \begin{bmatrix} y^{(1)} \\ y^{(2)} \\ \vdots \\ y^{(n)} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} (x^{(1)})^T \\ (x^{(2)})^T \\ \vdots \\ (x^{(n)})^T \end{bmatrix}$$



Slika 11.  
Aproksimacija  
dobijenih rezultata u  
zavisnosti od različitih  
vrednosti parametra  
regularizacije

Figure 11.  
Fitting results for  
different regularization  
parameter values



Slika 12.  
Ugaona brzina kroz  
vreme (tacke – merena  
ugaona brzina, linija –  
izvod ugla nakon  
fitovanja)

Figure 12.  
Angular velocity over  
time (dots – measured  
angular velocity, line –  
fitted angle time  
derivative)

U našem primeru  $y$  će biti vektor koja predstavlja ugao, a  $x$  će biti vektor vremena koje je proteklo od početka kretanja do trenutka kada je ruka dostigla taj ugao. Matricu  $X$  ćemo dobiti po formuli iznad.

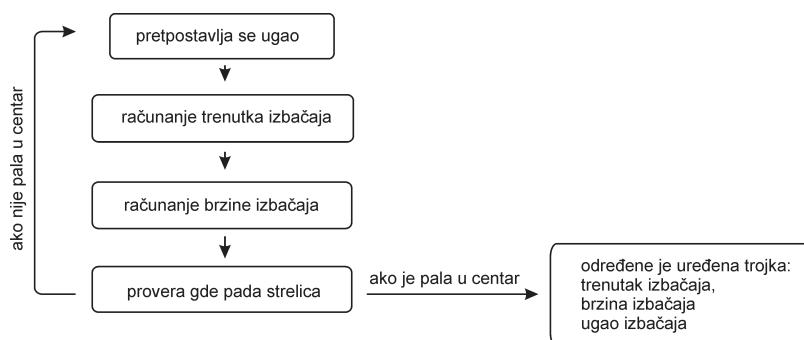
Ugaona brzina je dobijena diferenciranjem dobijene jednačine za ugao:

$$\omega = \theta_1 + 2\theta_2 t + 3\theta_3 t^2 + \dots + n\theta_n t^{n-1}$$

Ispitivane su različite vrednosti parametra regularizacije, i u skladu sa njim dobijane su različite aproksimacije, što je prikazano na slici 11. Od dobijenih vrednosti parametara regularizacije, izabran je onaj parametar za koje kriva dobro generalizuje merne tačke (slika 12).

## Računanje trenutka izbačaja

Sa slike 3 i slike 2 se zaključuje da postoji beskonačno putanja strelice što je prikazano na slici 14, dakle postoji i beskonačno trenutaka ispuštanja strelice. Ideja algoritma za računanje trenutka izbačaja zasniva se na tome da se proveri da li za prepostavljenu uređenu trojku ( $\phi, v, t$ ), strelica pogađa u centar. Proveravanje se vrši tako što se najpre prepostavi ugao pod kojim se nalazi ruka. Prepostavljeni uglovi se kreću od 1 do  $90^\circ$  sa korakom od  $1^\circ$ . Za prepostavljeni ugao izbačaja estimira se koliko je vremena prošlo dok se ruka nije našla u tom položaju. To vreme je vreme ispuštanja strelice. Kako smo upoznati sa dinamikom ruke, za dobijeno vreme izbačaja estimira se brzina strelice. Ta brzina predstavlja početnu brzinu za kretanje koje strelica vrši nakon što je ruka ispusti, kao na slici 2. Na kraju se provrava da li ta putanja vodi u centar. Proveravanje se vrši korišćenjem obrazaca za koordinate strelice navedene u odeljku Teorijske osnove. Algoritam je prikazan na slici 13.



Slika 13.

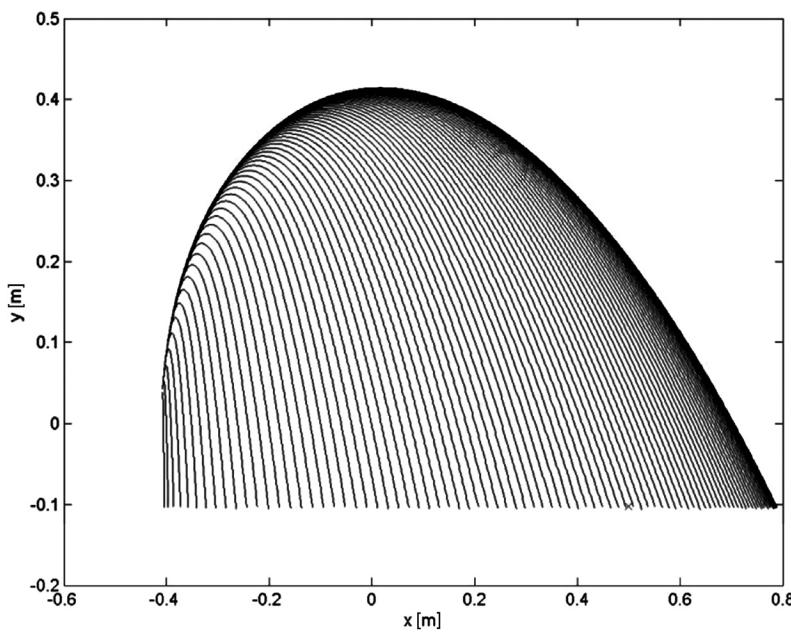
Blok šema algoritma za računanje trenutka izbačaja

Figure 13.

Block diagram for calculating release moment

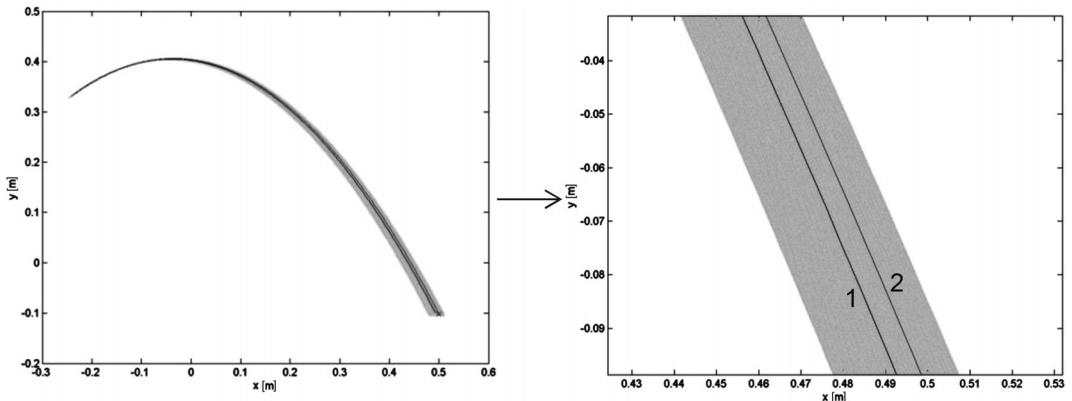
Izlaz iz algoritma predstavljen je na slici 15 tamnom linijom.

Zbog konačno velikog koraka koji smo izabrali ( $1^\circ$ ) može se desiti da trajektorija strelice ne pogađa cilj. Zbog toga, u okolini trajektorije koja je najbliža cilju, na isti način nalazimo nove trajektorije ali sa većom rezolucijom u uglu izbačaja.



Slika 14.  
Moguće putanje  
strelice

Figure 14.  
Possible dart  
trajectories



Slika 15. Određena putanja pogađanja strelice pre povećanja preciznosti (kriva 1), nakon povećanja preciznosti (kriva 2), trajektorije koje su određene optimizacijom (sive krive)

Figure 15. Initial trajectory for the dart (curve 1), improved trajectory after optimization (curve 2) and intermediate optimization trajectories (gray)

Na slici broj 15, prikazana je najbliža putanja cilju nakon prve iteracije (kriva 1), i trajektorije koje su određene nakon druge iteracije (siva oblast). Od svih trajektorija nakon druge iteracije, određena je ona koja je najbliža cilju (kriva 2) i ugao puštanja strelice koji odgovara njoj, tj. trenutak u kom se puštanje dešava je proglašen za izlaz algoritma.

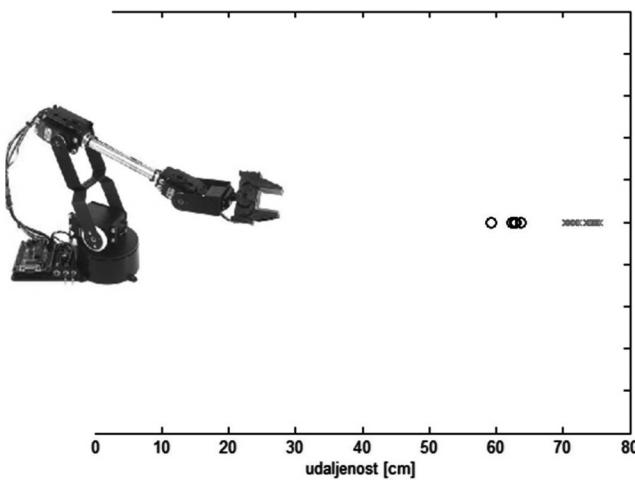
## Rezultati

Ruka je postavljana na utvrđeno mesto a meta je pomerana. Za različite udaljenosti mete određivan je trenutak izbačaja i merena je preciznost i tačnost pogotka mete. Merenja su prikazana na slici 16, a izračunata preciznost metode u realnim uslovima je 0.017 m, a tačnost 0.025 m.

Izračunato vreme u simulaciji bi trebalo da dovede do tačnog pogotka, međutim to nije slučaj jer ruka svojom greškom utiče na grešku metode.

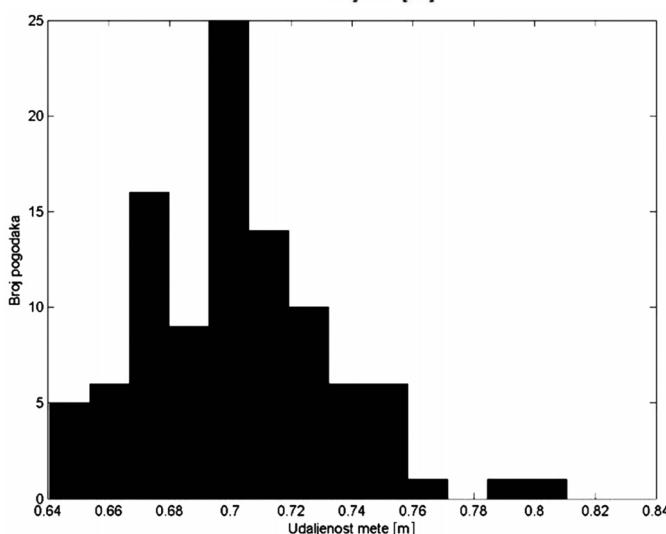
Ako dodamo na izračunato vreme u simulaciji jednu slučajnu promenljivu  $\Delta t$  sa odgovarajućom Gausovom raspodelom (standardno odstupanje) u simulaciji se dobijaju različiti pogoci.

Do standardnog odstupanja dolazimo na sledeći način. Ako su realna varijansa pogotka mete na nekom rastojanju i varijansa pogotka u simulaciji približno jednake, izbor za  $\Delta t$  je dobar. Ako ove dve vrednosti nisu pri-



Slika 16.  
2D ravan sa pozicijama pogodaka za različite udaljenosti mete (primer za 60 i 70 cm)

Figure 16.  
2D plane with the positions of hits for different target distances (example for 60 and 70 cm)



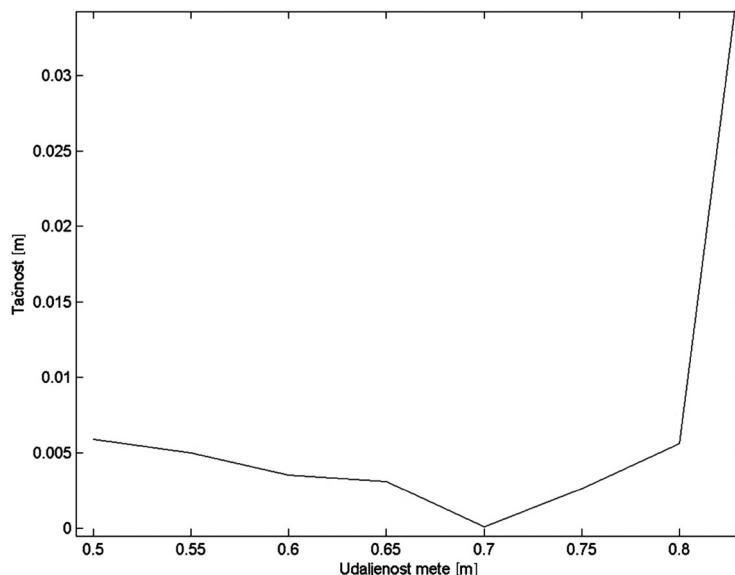
Slika 17.  
Histogram pogotka mete

Figure 17.  
Histogram of target hits

bližno jednake bira se druga standardna devijacija za  $\Delta t$ , postupak se ponavlja dok ove dve vrednosti ne postanu približno jednake. Ovo je rađeno da bi se uračunala greška koja nastaje usled oscilacija ruke.

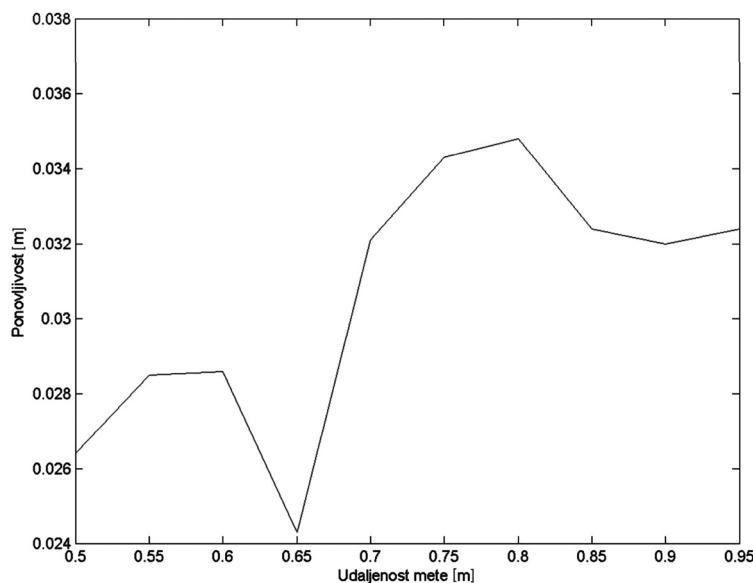
Dobijeni rezultati prikazani na slikama 18 (tačnost, izražena srednjom apsolutnom greškom) i 19 (ponovljivost, izražena standardnim odstupanjem). Rezultati predstavljaju kako greška ruke utiče na analiziranu tehniku bacanja, za različite udaljenosti mete.

Na slici 17 prikazan je histogram rezultata za udaljenost mete  $x_c = 0.7$  m.



Slika 18.  
Tačnost, izražena srednjom apsolutnom greškom, za različite udaljenosti mete

Figure 18.  
Accuracy, expressed by absolute error, for different target distances



Slika 19.  
Ponovljivost, izražena standardnim odstupanjem, za različite udaljenosti mete

Figure 19.  
Repeatability, expressed by standard deviation, for different target distances

Vreme  $\Delta t$  je slučajna promenljiva sa odgovarajućom Gausovom raspodelom, pa se i očekivalo da se rezultati raspoređuju približno simetrično u odnosu na centralnu vrednost, tj. centar mete.

## Diskusija rezultata i zaključak

Već je napomenuto da je robotska ruka korišćena u radu pozicioni servo mehanizam. Kao posledica toga, sa velikom tačnošću se može upravljati njenom pozicijom, ali ne i dinamikom kako se do te pozicije dolazi. Radi računanja trenutka izbačaja strelice mi se upoznajemo sa njenom dinamikom polazeći od pretpostavke da se ona ne menja. Tokom rada utvrđeno je da je pretpostavka o njenoj nepromenljivosti pogrešna. Dinamika ruke se menjala kroz vreme i merenja u realnim uslovima se mogu vršiti samo ako se neposredno pre testiranja odredi dinamika ruke. Zbog toga je odraden mali broj merenja u realnim uslovima.

Kako ruka nije namenjenjena za obavljanje radnji pri velikoj brzini ili koje zahtevaju poznavanje i korišćenje njene dinamike, ona unosi neku grešku prilikom merenja. Ta greška se u ovom projektu izražajno javlja prilikom kretanja ruke maksimalnom brzinom, tako što ruka pri kretanju po kružnom luku (slika 3) osciluje i deformiše (zglobovi ne funkcionišu kao „štap” već se istežu).

Analizirajući rezultate dobijene testiranjem u realnim uslovima i testiranjem simulacije, zaključujemo da greška ruke utiče na smanjenje ponovljivosti i tačnosti, kao i da je ruke osetljivija na dalje mete. Analiziranjem rezultata sa grafika prikazanog na slici 18, vidimo da su za udaljenosti preko 0.85m tačnost i ponovljivost smanjene. Razlog velike greške je to što je domet ruke premašen.

## Preporuka za dalji rad

Ako ugao pod kojim ruka hvata strelicu nije prav doći ce do oscilovanja strelice oko centra mase. Napomenuto je da ovaj efekat pravi grešku koju mi ne uračunavamo već pokušavamo da eliminišemo automatizovanim uzimanjem strelice sa fiksne platforme. Međutim, čak i sa fiksnom postavkom odakle se uzima strelica ne garantuje se da će ovaj efekat biti potpuno uklonjen. Jedna od preporuka za dalji rad bi bila da se ovaj efekat uračuna tako što bi se modeliralo oscilatorno kretanje strelice oko centra mase.

Druga preporuka za dalji rad jeste da se osim tehnike čvrstog zglobova, implementira i Tradicionalna tehnika bacanja (eng. traditional dart throwing technique). Ovu tehniku koriste profesionalci prilikom bacanja pikadostrelice. Ideja tradicionalne tehnike je da se ruka kreće po paraboličnoj putanji što kao posledicu ima da trenutak izbačaja strelice ne mora biti precizan. Poredila bi se tačnost i ponovljivost ove dve tehnike i istražilo bi se koja daje bolje rezultate.

## Literatura

- Abdallah C., Dawson D., Lewis F. 2004. *Robot Manipulator Control Theory and Practice*. New York: Marcel Dekker Publishing Company
- McComb G., Predko M. 2006. *Robot Builders's Bonanza*. McGraw-Hill
- Theodoridis S., Koutroumbas K. 2009. *Pattern recognition*. Academic Press

---

Mila Martinović

### Analysis of the Throwing Darts Process Using a Robotic Arm and Analyzing the Accuracy and Precision of Hits

The goal of this paper is the analysis of the dart throwing process with the use of a robotic arm. The stiff-wrist dart throwing technique was chosen to be implemented and evaluated. Figure 3 illustrates the process of throwing the dart. Stiff-wrist technique is characterized with the use of only one joint. This minimizes positioning errors. It is shown that this requires a precise release moment which is the other type of error that occurs. The used robotic arm was the positioning servo mechanism. This implies it was not possible to control the dynamics of the joints, but only to rely on its consistency in the maximum speed mode we have modeled. Assuming the repeatability of this natural limit of the robotic arm, and knowing the dynamics of the arm in this mode, an algorithm for computing the release moment was designed. Both dynamics modeling and the algorithm for computing the release moment were implemented in the MATLAB programming language and the results were applied to the robotic arm. The experiment was conducted in both simulation and real settings. For different target positions the accuracy and repeatability of target hits were measured. Real settings performance decreased over time which refuted the assumption for the dynamics consistency. Simulation showed the accuracy of the target hits is high as long as the range is not exceeded, and repeatability decreases with the increase of the target distance.

