

## Uticaj isparavanja na pojavu Mpemba efekta

---

*Mpemba efekat je pojava da se pri određenim uslovima i parametrima voda više početne temperature zaledi pre nego voda niže početne temperature. U ovom istraživanju merili smo promenu temperature vode tokom vremena, pri hlađenju u zamrzivaču u posudama različitih materijala, oblika i veličina, sa ciljem da ispitamo kako isparavanje utiče na pojavu Mpemba efekta. Takođe smo proveravali da li će do efekta doći ukoliko se voda nalazi u zatvorenim posudama. Dobijeni rezultat ide u prilog pretpostavci da isparavanje igra važnu ulogu u pojavi efekta, ali ne da je to i neophodan faktor za pojavu Mpemba efekta.*

---

### Uvod

Mpemba efekat je pojava kada se pri jednakim uslovima i pri određenim početnim parametrima (zapremina vode, hemijski sastav vode, oblik i materijal posude, temperatura zamrzivača) voda više početne temperature zaledi pre nego voda niže početne temperature (Jeng 2006). Efekat je dobio ime po srednjoškolcu iz Tanzanije koji je zapazio ovaj fenomen prilikom pravljenja sladoleda (Mpemba i Osborne 1969). Erasto Mpemba je zatim sa profesorom Osbornom izveo slične eksperimente sa vodom i dobio iste rezultate – toplija voda se ledila brže od hladnije. Mpemba i Osborn su 1969. godine objavili rezultate svog istraživanja. Međutim, ovaj fenomen je bio poznat od davnina – o njemu su pisali Aristotel, Rodžer Bekon, Frensis Bekon i Dekart.

Očekivano bi bilo da se prvo zaledi hladnija voda, jer bi toplijoj vodi trebalo neko vreme da se spusti do temperature hladnije vode, a dalje im je potrebno isto vreme da se zalede (Jeng 2006). Međutim, često se dešava da se prvo zaledi toplija voda, tačnije dolazi do pojave Mpemba efekta. Ovaj efekat nije u skladu sa Njutnovim zakonom hlađenja, po kome je brzina promene temperature proporcionalna razlici temperature tela koje se hladi i temperature ambijenta, što se može zapisati kao:

---

*Isidora Jakovljević (1993), Beograd, Gandijeva 146, učenica 4. razreda Devete gimnazije „Mihailo Petrović Alas” u Beogradu*

*Zoran Šukurma (1995), Brod, Mokranjčeva 8, učenik 2. razreda Srednje škole „Nikola Tesla” u Brodu*

*MENTOR:  
Branimir Acković,  
Institut za fiziku,  
Beograd*

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a)$$

gde je  $\frac{dT}{dt}$  – brzina promene temperature tela,  $k$  – koeficijent hlađenja,  $T$  – trenutna temperatura tela, a  $T_a$  – temperatura ambijenta (Thomas 2007).

Ipak, sve do danas nije pronađen jedinstven mehanizam koji objašnjava pojavu Mpemba efekta. Smatra se da ne postoji jedinstveno rešenje koje može objasniti pojavu efekta u svim slučajevima, već da pojava i objašnjenje efekta zavise od početnih parametara i uslova u kojima se ogleđ vrši. Problem pri izučavanju ovog fenomena je međusobna povezanost više faktora koje je često teško razdvojiti i zasebno posmatrati i koji utiču na pojavu efekta (Jeng 2006). Do danas su napisani mnogi radovi na ovu temu i različiti eksperimenti su doveli do zaključka da efekat nastaje ako se više faktora simultano podese tako da doprinose njegovoj pojavi.

Veliki deo ovih radova sakupio je, sistematizovao i analizirao Jeng (2006), navodeći ideje za dalja istraživanja. Pre svega, pri proučavanju efekta treba definisati zaleđenost. U nekim eksperimentima mereno je vreme koje je potrebno da se u vodi stvore prvi kristali leda, u drugim – vreme za koje se sva voda pretvori u led, a u nekima – vreme do kog se temperatura vode spusti na 0°C. Takođe, neophodno je definisati pojmove „toplije” i „hladnije” vode, jer u slučaju korišćenja vode temperature 1°C i vode temperature 100°C, neće doći do Mpemba efekta (Mpemba i Osborne 1969).

Do danas je pokazano da postoji više faktora koji dovode do pojave Mpemba efekta. Među njima su:

- isparavanje
- konvekcija
- promena hemijskog sastava vode
- uticaj okoline
- pothlađivanje
- isparavanje.

Najčešće korišćen faktor za teoretsko objašnjenje Mpemba efekta je promena mase vode usled isparavanja. Voda više početne temperature usled isparavanja izgubi veći procenat početne mase nego voda niže početne temperature. Stoga je toploj vodi potrebno kraće vreme da se zaledi, jer treba da emituje manju količinu energije. Međutim, neki eksperimenti su pokazali da masa vode koja se izgubi prilikom isparavanja ipak ne može u potpunosti da objasni efekat (Mpemba i Osborne 1969; Firth 1971; Freeman 1979). Eksperimenti su pokazali da se fenomen pojavljivao i kada je voda držana u zatvorenim posudama, to jest kada je isparavanje svedeno na minimum (Jeng 2006).

**Konvekcija.** Drugi faktor koji utiče na pojavu efekta je pojava konveccionih struja do kojih dolazi kada se voda greje ili hladi, što znači da temperatura vode nije svuda ista. Na temperaturama iznad 4°C, topla voda je ređa od hladne i zato će se naći na vrhu posude, dok će se hladna voda spustiti na dno. Ovakva temperaturno heterogena smeša vode dovodi do većeg isparavanja. Razlike u temperaturi vode na dnu i vrhu posude dovode i do toga da toplija voda nikada ne dođe u stanje u kom je hladna voda bila pre početka hlađenja. Mpemba i Osborne (1969) su zaključili da je konvekcija jako bitan faktor za pojavu efekta, a to je kasnije potvrdio i Deeson (1971). Međutim, detaljno proučavanje stvaranja konveccionih struja je matematički veoma komplikovano jer zahteva praćenje više parametara istovremeno.

**Promena hemijskog sastava vode.** Uzrok efekta se može pripisati promeni hemijskog sastava vode koja se dešava sa promenom temperature. Naime, kada temperatura vode raste, isparavaju rastvoreni gasovi, kao što je ugljen-dioksid. To znači da topla voda sadrži manje ugljen-dioksida od hladne vode. Frimen (Freeman 1979) je pokazao da se ovakva voda zaledi brže od one koja sadrži veću količinu rastvorenih gasova.

**Uticaj okoline.** Na smrzavanje vode može uticati i zamrzivač, tj. temperatura i hemijski sastav vazduha u njemu, njegova zapremina i oblik, kao i činjenica da li su vrata frižidera zatvorena ili otvorena (Firth 1971). Ove promene mogu izazvati različita strujanja vazduha unutar frižidera i uticati na zamrzavanje vode. Takođe, ako se posuda sa vrućom vodom nađe na sloju leda, ona može da istopi led oko posude i tako ostvari bolju termičku provodljivost u odnosu na posudu sa hladnom vodom (Osborne 1979). Da ne bi došlo do toga, u mnogim eksperimentima posude sa vodom stavljane su na izolator koji obezbeđuje istu termičku provodljivost za obe posude.

**Pothlađivanje.** Prilikom smrzavanja vode može doći do pothlađivanja (eng. undercooling, supercooling), pojave pri kojoj se temperatura vode spusti ispod 0°C dok je voda još uvek u tečnom stanju, a onda se voda naglo zaledi i temperatura se vrati na 0°C. Oerbah je zaključio da se početno toplija voda pothlađuje manje od početno hladnije vode (Jeng 2006), ali još uvek nije potpuno jasno kakav tačno uticaj pothlađivanje ima na Mpemba efekat (Thomas 2007).

**Cilj** našeg istraživanja je da utvrdimo da li, pri kojim uslovima i u kojoj meri isparavanje utiče na pojavu Mpemba efekta. Za razliku od većine eksperimenata (Mpemba i Osborne 1969; Firth 1971; Deeson 1971; Freeman 1979), odlučili smo da merimo vreme koje protekne do potpunog pretvaranja vode u led, a ne do prve pojave kristala leda i spuštanja temperature na 0°C.

## Eksperiment

Eksperiment je podrazumevao merenje temperature vode na svakih 60 sekundi tokom procesa hlađenja, sve do potpunog smrzavanja vode u zamrzivaču. Trenutak smrzavanja, osim opservacijom, precizno smo utvrdili po iznenadnom padu temperature vode ispod  $0^{\circ}\text{C}$  nakon dužeg vremenskog perioda, što se može uočiti na dobijenim graficima. Nakon potpunog smrzavanja vode, čekali smo da se voda otopi (pazeći da posude pritom budu zatvorene kako ne bi došlo do dodatnog isparavanja), a potom merili novonastalu zapreminu i poredili je sa početnom.

Tokom eksperimenta, varirali smo početnu temperaturu vode (voda sobne temperature i voda koju smo grejali do temperature između  $60^{\circ}\text{C}$  i  $90^{\circ}\text{C}$ ), posude u kojima se voda nalazila, odnosno njihov materijal, oblik i veličinu (plastična epruveta površine otvora  $5.75\text{ cm}^2$ , staklena čaša površine otvora  $23\text{ cm}^2$ , aluminijski tanjir površine otvora  $200\text{ cm}^2$ ) i zapreminu vode u posudama (epruveta – 30 mL, čaša – 25 mL i 50 mL, tanjir – 200 mL).

U slučajevima kada se efekat javljao, pristupali smo drugom delu eksperimenta i postupak ponavljali:

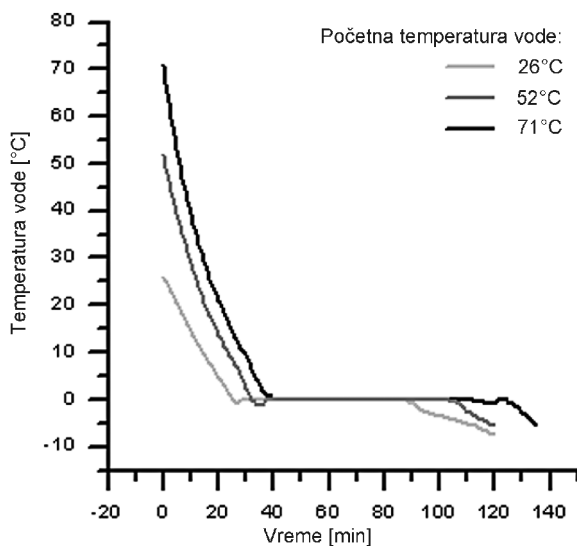
- 1) dodajući ulje preko sloja vode,
- 2) stavljajući selotejp, odnosno plastičnu foliju preko otvora posude; na taj način smo pokušali da smanjimo ili potpuno suzbijemo isparavanje vode i tako proverimo uticaj isparavanja na pojavu efekta, i
- 3) stvarajući uslove da vazduh u zamrzivaču bude zasićen vodenom parom, što je onemogućilo da voda iz posude isparava.

Kako bismo suzbili druge uticaje na pojavu efekta, kao što su promena hemijskog sastava vode i interakcija sa dnom zamrzivača, tokom celog eksperimenta isključivo smo koristili destilovanu vodu i izolator kao podlogu na kojoj su stajale posude. Koristili smo zamrzivač za hlađenje sladoleda temperature vazduha  $-25^{\circ}\text{C}$ , sa staklenim vratima kako u toku eksperimenta ne bismo otvaranjem i zatvaranjem vrata narušavali sistem.

Za merenje temperature vode tokom hlađenja koristili smo digitalni termometar koji smo napravili uz pomoć diode i voltmetra. Naime, pri promeni temperature diode za jedan stepen Celzijusove skale voltmetar detektuje promenu napona reda veličine milivolta. Konstruisani termometar kalibrisali smo pomoću digitalnog termometra (Philip Harris), a napon na diodama smo merili pomoću voltmetra osetljivosti 1 mV. Koristeći ovakvu aparaturu, mogli smo da detektujemo promenu temperature preciznije nego što bismo to postigli koristeći živin termometar. Kraj termometra, odnosno diode, postavili smo tako da se nalazi u centru posude sa vodom, kako bismo izmerili temperaturu vode koja će se poslednja pretvoriti u led.

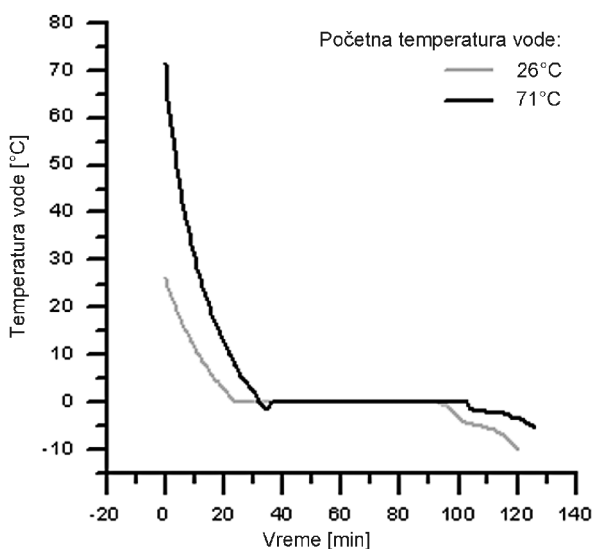
## Rezultati i diskusija

Na slikama 1, 2, 3 i 4 prikazana je promena temperature vode tokom procesa njenog hlađenja. Pri svakom merenju, temperatura vode je padala u skladu sa Njutnovim zakonom hlađenja, tako da je početno hladnija voda prva dostigla temperaturu od 0°C. Međutim, voda koja se prva potpuno zaledila, u nekim slučajevima je bila početno toplija, a u nekim početno hladnija voda. To znači da je u nekim slučajevima dolazilo do pojave Mpemba efekta, dok u drugim nije.



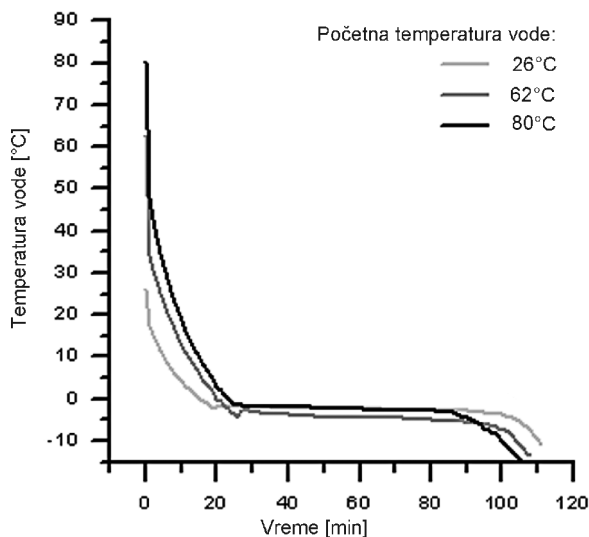
Slika 1.  
Promena temperature  
30 mL vode u epruveti  
tokom vremena

Figure 1.  
Temperature change  
for 30 mL of water in  
a test tube over time



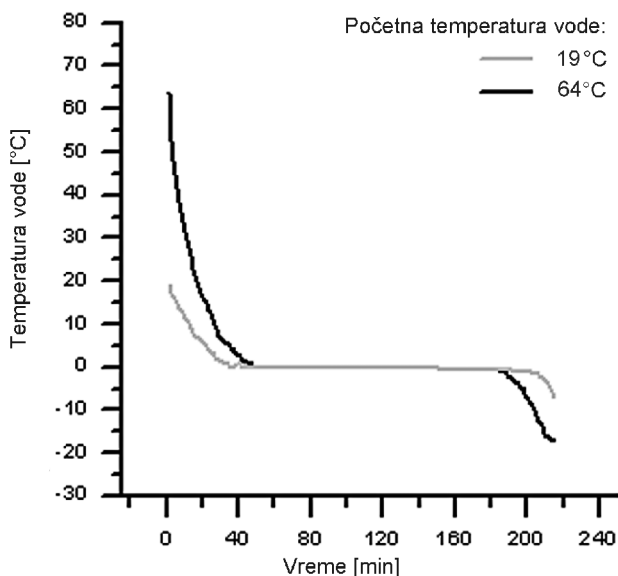
Slika 2.  
Promena temperature  
50 mL vode u čaši  
tokom vremena

Figure 2.  
Temperature change  
for 50 mL of water in  
a glass over time



Slika 3.  
Promena temperature  
25 mL vode u čaši  
tokom vremena

Figure 3.  
Temperature change  
for 25 mL of water in  
a glass over time



Slika 4.  
Promena temperature  
200 mL vode u tanjiru  
tokom vremena

Figure 4.  
Temperature change  
for 200 mL of water in  
a plate over time

Ustanovili smo da se Mpemba efekat nije pojavio kada smo koristili plastičnu epruvetu sa 30 mL i staklenu čašu sa 50 mL vode (slike 1 i 2). Međutim, do efekta je došlo u slučajevima korišćenja staklene čaše sa 25 mL i aluminijumskog tanjira sa 200 mL vode (slike 3 i 4). Kada smo potom izmerili zapreminu vode koja je isparila u procesu hlađenja, ustanovili smo da u slučajevima kada nije došlo do efekta, zapremina i tople i hladne vode koja je isparila bila je zanemarljivo mala. S druge strane, kada se efekat pojavljivao, isparavalo je i do 12% početne zapremine tople vode, a 5% početne zapremine hladne vode (tabela 1).

Tabela 1. Zapremina i procentni udeo vode koja je isparila tokom hlađenja

	25 mL vode u čaši		200 mL vode u tanjiru	
	Toplija voda	Hladnija voda	Toplija voda	Hladnija voda
Otvorena posuda	3 mL (12%)	1 mL (4%)	21 mL (10.5%)	10 mL (5%)
Posuda sa uljem	1 mL (4%)	zanemarljivo	9 mL (4.5%)	7 mL (3.5%)
Posuda zatvorena folijom	1 mL (4%)	zanemarljivo	15 mL (7.5%)	6 mL (3%)

Veliku količinu isparene vode u pojedinim slučajevima možemo pripisati velikom otvoru posude (velikoj slobodnoj površini) i maloj zapremini vode u njima. Što je isparavanje bilo veće, to je i efekat bio izraženiji. Kada je slobodna površina bila mala u odnosu na količinu vode u posudi, isparavanje je bilo zanemarljivo, a efekat se nije pojavljivao.

U drugom delu eksperimenta, pri proveravanju da li će do efekta doći i kada suzbijemo ili smanjimo isparavanje, došli smo do rezultata da se efekat ni u jednom slučaju nije javio. Zatvorenjem posude isparavanje vode je značajno smanjeno, naročito korišćenjem ulja (tabela 1). Tokom eksperimenta došlo je do pojave da se nekoliko dana nakon početka rada efekat nije pojavljivao iako su svi uslovi koje smo kontrolisali bili jednaki kao i u slučajevima kada se efekat pojavljivao. Smatramo da je uzrok ove pojave povećana koncentracija vodene pare u vazduhu unutar zamrzivača do koje je došlo usled njegovog stalnog korišćenja. Zbog prezasićenosti vazduha vodenom parom, na zidovima frižidera pojavili su se kristali leda, voda u posudama nije isparavala, pa nije dolazilo ni do efekta.

## Zaključak

U ovom radu ispitali smo uticaj isparavanja na pojavu Mpemba efekta. Dobijeni rezultati pokazuju da je do efekta došlo samo u slučaju kada se mala zapremina vode nalazila u širokim posudama. Kada je velika zapremina vode bila u posudama malog otvora, kada je voda bila prekrivena slojem ulja i kada su posude bile zatvorene, efekat se nije pojavio. Efekat se nije pojavio ni nekoliko dana nakon početka izvođenja eksperimenata kada je voda u zamrzivaču postala prezasićena vodenom parom. Ovi rezultati upućuju na činjenicu da isparavanje bitno utiče na pojavu efekta, jer se efekat nije javio nijednom kada je isparavanje smanjeno ili sprečeno, dok se u drugim slučajevima javljao.

Prilikom eksperimenata, ostale faktore koji pored isparavanja utiču na pojavu Mpemba efekta suzbili smo ili sveli na minimum. Međutim, u daljim istraživanjima može se varirati neki od navedenih faktora i ispitati njegov uticaj na pojavu efekta.

**Zahvalnost.** Zahvaljujemo se našem mentoru Branimiru Ackoviću na korisnim savetima za izvođenje eksperimenata i pomoći pri izradi termometara.

---

## Literatura

- Deeson E. 1971. Cooler – lower down. *Physics Education*, **6**: 42
- Firth I. 1971. Cooler?. *Physics Education*, **6**: 32.
- Freeman M. 1979. Cooler Still – An Answer?. *Physics Education*, **14**: 417.
- Jeng M. 2006. Hot water can freeze faster than cold?. *American Journal of Physics*, **74**: 514.
- Mpemba E., Osborne D. 1969. Cool? *Physics Education*, **4**: 172.
- Osborne D. 1979. Mind on Ice. *Physics Education*, **14**: 414.
- Thomas J. 2007. The Mpemba Effect: Studying the effects of initial temperature, evaporation and dissolved gasses on the freezing of water. Unpublished paper. Department of Physics, The College of Wooster, Wooster, Ohio 44691, USA. dostupno na [http://www3.wooster.edu/physics/jris/Files/Thomas\\_Web\\_article.pdf](http://www3.wooster.edu/physics/jris/Files/Thomas_Web_article.pdf) (1.11.2013.).

---

*Isidora Jakovljević and Zoran Šukurma*

## Impact of Vaporization on the Occurrence of the Mpemba Effect

Mpemba effect is an occurrence when, under certain conditions and parameters, water of a higher initial temperature freezes faster than water of a lower initial temperature. It is assumed that the occurrence of this effect is under simultaneous influence of multiple factors, one of them being evaporation. The goal of our research was to ascertain whether and how the evaporation influences the occurrence of the Mpemba effect. In our experiments, we measured the change in water temperature during a period of time, while water was cooling in a refrigerator in dishes of different materials, shapes and sizes, with the aim to determine how evaporation influences the occurrence of the Mpemba effect. The results we obtained suggest that the Mpemba effect occurs when the best part of the initial water volume evaporates – when a smaller volume of water is being frozen in dishes with larger openings (Figures 3 and 4), and that the Mpemba effect does not occur when the evaporated volume is negligible (Figures 1 and 2).

