

Uspešnost rešavanja matematičkih zadataka u odnosu na način njihovog predstavljanja

Istraživanje je imalo za cilj da ispita postojanje razlike u uspešnosti rešavanja matematičkih zadataka iz oblasti geometrije u zavisnosti od načina njihovog predstavljanja kod desetogodišnjaka. U istraživanju je učestvovalo 100 učenika četvrtog razreda osnovne škole iz Kragujevca, koji su bili podeljeni u pet eksperimentalnih grupa od po 20 ispitanika. Grupe su bile ujednačene po prosečnoj oceni iz matematike na kraju prethodne školske godine. Pet načina predstavljanja zadataka dobijeno je kombinovanjem dva faktora (čulnog modaliteta i apstraktnosti zadataka). Takođe, pridodato je i ispitivanje grafičkim pristupom, tako su korišćeni vizuelno-formalni, vizuelno-kontekstualni, grafički, auditivno-formalni i auditivno-kontekstualni način predstavljanja zadataka. Utvrđeno je da čulni modalitet ima značajan uticaj na uspešnost u rešavanju zadataka. Desetogodišnjaci su bolje rešavali zadatke koji su bili izlagani auditivno u odnosu na one koji su bili izlagani vizuelno. Nije utvrđena razlika između uspešnosti rešavanja zadataka kada je pristup bio formalan i kada je korišćen kontekst realne situacije. Takođe, nije dobijena značajna razlika u odnosu na pol ispitanika ni u jednoj varijanti testa. Analizom je pokazano da je ocena iz matematike u pozitivnoj korelaciji sa uspešnošću na testu, te je sa većom ocenom iz matematike rasla i uspešnost rešavanja zadataka na testovima. Ovakvi rezultati mogu imati implikacije za dalja ispitivanja na relacijama razumevanja različitih nivoa apstraktnosti zadataka u oblastima kako geometrije, tako i drugih oblasti matematike.

Uvod

Matematička pismenost definiše se kao sposobnost razvijanja i primene matematičkog mišljenja u cilju rešavanja niza problema u svakodnevnim situacijama, odnosno sposobnost pojedinca da analizira, logički zaključuje i efikasno iznosi ideje prilikom postavljanja, rešavanja i interpretacije matematičkih problema u mnoštvu različitih situacija (Baucal i Pavlović Babić 2011). Korišćenjem termina „pismenost” ukazuje se da je reč o znanjima i veštinama koji obuhvataju prepoznavanje i razumevanje uloge koju matematika ima u svetu, donošenje dobro utemeljenih odluka i

Tijana Šušteršič
(1993), Kragujevac,
Kneza Mihaila 84,
učenica 4. razreda
Prve kragujevačke
gimnazije

primenu matematike na načine koji odgovaraju potrebama života tog pojedinca (Baucal 2012). Da bi se bolje definisala matematička pismenost, utvrđene su tri njene široke dimenzije: 1. matematički sadržaj koji se koristi da se reši problem, 2. kompetencija (sposobnost) koja mora da se dostigne da bi se povezao stvarni svet, u kome je problem generisan, sa matematikom pomoću koje se rešava problem, 3. situacija ili kontekst u koji je smešten problem (OECD 2009, PISA 2012).

1. Matematički sadržaji ili pojmovi daleko su apstraktniji od pojmova koje dete upoznaje u direktnom kontaktu sa sredinom. Specifičnost učenja matematičkih pojmova leži u apstraktnosti i uopštenosti, tako da se ne mogu formirati spontano (u susretu s realnošću), već samo indirektno, uz pomoć onih koji njima već vladaju, tj. najčešće nastavnika. Učenje matematičkih pojmova prolazi put od intuicije do apstrakcije, a nastavnik planira korake (nivoa, faze) kroz koje učenici prolaze u tom procesu (Zeljčić 2005).

2. Matematičke kompetencije podrazumevaju procese neophodne za rešavanje matematičkih zadataka različite težine. One obuhvataju korišćenje matematičkog jezika, modeliranje i veštine rešavanja problema. Međutim, cilj nije razdvojiti ove veštine u različitim pitanjima i zadacima, budući da se pretpostavlja da će za rešavanje bilo kojeg matematičkog zadatka biti potreban širok raspon kompetencija (OECD 2009).

3. Treća od dimenzija koja se smatraju značajnim za razumevanje matematičkih pojmova i problema je kontekst. On se definiše kao situacija u koju je problem smešten, gde se ističe njegova uloga da osobi pred kojom je predstavljeni problem obezbedi informacije koje olakšavaju razmatranje problema, pa i njegovo rešavanje (Borasi 1986). Postavljanje problema u kontekst takođe obuhvata sve pojedinosti i elemente korišćene u formulisanju problema i omogućava učenicima veću razumljivost koncepta i odnosa u zadatku, kao i uviđanje vrste znanja koje im je neophodno da bi rešili predstavljene probleme (Fraivillig *et al.* 1999).

Kada se govori o kontekstu matematičkih zadataka, treba naglasiti da postoje dve vrste: unutar matematički i izvan matematički konteksti. Ako je reč o zadatku vezanom samo za matematičke objekte, simbole, ili formule, koji ne izlaze iz „matematičkog sveta”, tada se kontekst zadatka smatra unutar matematičkim. S druge strane, postoje i matematički problemi koji nisu iskazani eksplicitnim matematičkim terminima i odnose se na stvarne objekte, tj. stavljeni su u kontekst realne situacije. Ti konteksti zadataka su izvan matematički, pa ih učenik treba prevesti u matematički oblik kako bi rešio problem (OECD 2009). Važan aspekt definisanja matematičke pismenosti jeste korišćenje i primena matematike u mnoštvu situacija, kao na primer život u školi, rad i slobodno vreme, lokalna zajednica i društvo. Neke situacije su učenicima bliskije, a stoga su i problemi u takvim kon-

tekstima razumljiviji i doživljavaju se lakšim za rešavanje. Situacija najbliža učeniku je situacija vezana za njegovu svakodnevicu i život u školi, posao i sport, iza čega slede lokalna zajednica i društvo, a najudaljeniji su naučni konteksti, te su stoga i najmanje razumljivi (OECD 2009).

Veliki broj istraživanja se upravo bavio značajem konteksta za tumačenje i shvatanje različitih problemskih situacija i zadataka (OECD 2009; Wiest 2001). Međunarodni program procene učeničkih postignuća PISA (Programme for International Student Assessment) u ovom trenutku jedno je od najrelevantnijih međunarodnih istraživanja u domenu obrazovnih nauka (Baucal 2012; Baucal i Pavlović Babić 2011). Osnovni cilj PISA studije je da se sistematski prati u kojoj meri su petnaestogodišnjaci razvili tri ključne kompetencije – čitalačku, naučnu i matematičku pismenost. Procena matematičke pismenosti u PISA istraživanju usmerena je na probleme iz stvarnog života, a ne na tipove situacija i probleme koji se obično susreću u školskim učionicama. Takva primena matematike zavisi od veština stečenih i izvežbanih na problemima koji se sreću u školskim udžbenicima i nastavi matematike. Dodatno, ona podrazumeva i sposobnost primene tih veština u situacijama u kojim uputstva nisu toliko jasna i u kojima učenici treba sami da donesu zaključke o tome koje znanje bi moglo biti relevantno za dati problem i kako ga primeniti. To znači da je osnovno matematičko znanje neophodno, ali da se akcenat stavlja na sposobnost postavljanja, formulisanja, rešavanja i interpretacije problema primenom matematike u različitim situacijama i kontekstima – od isključivo matematičkih konteksta do konteksta u kojima matematička struktura nije prisutna ili nije vidljiva na prvi pogled i u kojima je pojedinac taj koji je uvodi prilikom postavljanja ili rešavanja problema (OECD 2009).

Istraživanja koja su se bavila ispitivanjem koliko se različite situacije mogu zamisliti kao kontekst zadataka su pokazala da postoji visoka korelacija između konteksta situacije i brojnih drugih varijabli: zainteresovanosti učenika za rešavanje zadataka, percipiranje i strategije koje su koristili pri rešavanju zadataka (Wiest 2001). Majer (Meyer *et al.* 2001) je sa saradnicima ispitivao upotrebu konteksta u nastavnom programu matematike za srednje škole. Rezultati su ukazali da kontekst zadataka može da bude korišćen da motiviše učenike za rad, da im omogući da lakše zamisle problem i da poboljša uspešnost njegovog rešavanja. Tada su ispitanicima zadaci takođe bili razumljiviji u odnosu na čisto grafički (dijagramom ili grafikom) predstavljene zadatke, kao i apstraktno postavljene matematičke zadatke. Slični rezultati dobijeni su i u istraživanju koje je sproveo Svanson (Swanson 2011), koji je ispitivao povezanost radne memorije sa rešavanjem matematičkih zadataka. Utvrđeno je da su uspešniji bili učenici koji su imali kontekst realne situacije, u odnosu na one koji su ga rešavali na formalan način. Važnost ovakvih istraživanja

može se pronaći u praktičnoj primeni različitih pristupa rešavanju zadataka koji bi doprineli boljem razumevanju apstraktnih matematičkih zadataka i njihovom uspešnijem rešavanju.

Za ovo istraživanje važno je pomenuti vezu između specijalnih sposobnosti i rešavanja matematičkih zadataka iz oblasti geometrije, jer upravo matematički zadaci iz oblasti geometrije podrazumevaju matematičke probleme koji uključuju vizuelne stimulse, a naročito se tiču pitanja oblika, veličine, pozicije figura i shvatanja prostora. Važan aspekt je shvatanje odnosa između figura i prevođenje tih odnosa u matematički oblik, tj. formule, simbole i računске operacije.

Istaživanja koja su ispitivala polne razlike u rešavanju matematičkih zadataka pokazala su da su dečaci bili uspešniji na onim testovima gde su ispitivane specijalne sposobnosti, ali takvi nalazi nisu uvek bili konzistentni (Gallagher i Kaufman 2005). S druge strane, integrativna studija o polnim razlikama u različitim sferama matematike pokazala je da ne postoji statistički značajna razlika u odnosu na pol ispitanika, a tamo gde je i postojala, nastala je kao posledica razlika u reagovanju na samu testiranu situaciju ili razlike u iskustvu koje se odnose na sadržaj takvih testova (Becker 1990, prema Gallagher i Kaufman 2005). Takođe, rezultati istraživanja koja su se bavila razlikama u specijalnim sposobnostima u odnosu na pol ispitanika pokazala su da su dečaci bili uspešniji od devojčica. Dodatno, ukazano je da su te razlike bile izraženije u srednjoj školi, dok su manje bile izražene u osnovnoj školi (Gallagher i Kaufman 2005; Zhu 2007).

Kada je posmatrana razlika između pamćenja informacija koje se izlažu vizuelno i auditivno, neka istraživanja pokazala su da su razlike između svetlosti i zvuka, tj. vrste talasa koje primamo čulima, razlog različite količine zapamćenih informacija (Elezović 2011). Čitanje je usredsređen proces koji traži od čitaoca volju i razumevanje. I kod čitanja i kod slušanja mora da postoji volja, ili želja, i razumevanje teksta da bi došlo do njegovog uspešnog prepoznavanja i analize. Slušanje je proces vezan za čulo sluha, ali nije pasivna sposobnost primanja zvuka već zahteva neposrednu, aktivnu analizu zvuka koji se čuje. U skladu sa tim ono zahteva najmanje dve aktivnosti: slušanje i istovremeno razumevanje onoga što čujemo, pored kojih podrazumeva i mnoštvo drugih, manjih aktivnosti ili podveština. Slušanje govora se odvija u realnom vremenu i ta činjenica utiče na slušaoca. Govornik mora brzo konstruisati tekst i kontrolisati i organizovati informacije uz malo vremena za pripremu. Vreme za procesuiranje je kratko i mora biti mnogo brže nego kod čitanja. Dok čitate možete se vratiti na ranije pročitano, nasuprot slušanju gde nakon izlaganja nekog teksta jedino ostaje sećanje. To ostavlja malo vremena za razmišljanje o preciznom značenju svake reči ili strukturi

svake rečenice, pa se dešava da ispitanici počinju da propuštaju delove teksta ili se, i zbog drugih faktora, razumevanje potpuno prekida (Elezović 2011).

Ovakvi nalazi suprotni su sa rezultatima u istraživanju Šabu i saradnika (Shabu *et al.* 2007) u kome je ispitivano prisećanje informacija u zavisnosti od toga da li su stimulusi bili izloženi vizuelno (reči, slike) ili auditivno. Pokazano je da su se informacije koje su bile izložene auditivno bolje pamtile nego one koje su bile grafički izložene ili napisane (Shabu *et al.* 2007) i stoga su se predstavljeni problemi lakše rešavali kada su bili izloženi auditivno.

I u procesu slušanja i čitanja dešava se recepcija novog inputa – oba procesa uključuju pamćenje, razumevanje i izvođenje zaključaka, te možemo primetiti da ni jedan ni drugi nisu jednostavni procesi dekodiranja jezika već veoma aktivni procesi konstruisanja značenja, zaključivanja na osnovu već poznatog, predviđanja i stvaranja hipoteza (Elezović 2011). Ipak, prethodno predstavljeni protivrečni nalazi pokazuju da je još uvek nedovoljno istraženo da li postoji značajna razlika u uspešnosti rešavanja matematičkih zadataka kada se oni izlažu auditivno ili vizuelno, kao i kada se koristi grafička interpretacija zadatka.

Osnovni cilj ovog istraživanja bio je da se ispita da li modalitet izlaganja problema (auditivni ili vizuelni) kao i apstraktnost izlaganja (formalni ili kontekstualni) utiču na uspešnost njegovog rešavanja. Pored toga, cilj je bio da se utvrdi i da li se uspešnost rešavanja zadataka grafičkom metodom razlikuje od uspešnosti rešavanja zadataka sa formalnim pristupom ili sa kontekstom realne situacije. Takođe je bilo interesantno utvrditi postojanje razlike u uspešnosti rešavanja zadataka u odnosu na pol ispitanika.

Hipoteze:

H1: U klasičnom obrazovanju, podstiče se korišćenje određenih kognitivnih stilova, u osnovnoj školi vizuelno, a u srednjoj školi i kasnije auditorno, uglavnom kroz predavanje. Kako su uzorak u ovom istraživanju činili učenici četvrtog razreda osnovne škole, gde se preferira učenje vizuelnim putem, pretpostavlja se da će ispitanici uspešnije rešavati zadatke koji su bili izlagani vizuelno. Takođe, oni su pred sobom imali zadatke i mogli su da ih čitaju više puta prilagođavajući brzinu čitanja, za razliku od auditivnih gde je bio ograničen broj izlaganja (Elezović 2011).

H2: Postojaće razlike u uspešnosti rešavanja zadataka u odnosu na njihovu apstraktnost. Ispitanici će biti najuspešniji u rešavanju zadataka kada je korišćena realna situacija kao kontekst zadatka, potom kada je kontekst situacije bio grafički, dok će najmanje biti uspešni u zadacima koji su imali formalni pristup. Ovakva pretpostavka zasniva se na istra-

živanju Majera i saradnika (Meyer *et al.* 2001) koji su ispitivali uticaj konteksta na rešavanje matematičkih zadataka i pokazali da su ispitanici uspešnije rešavali zadatke kada je korišćena realna situacija kao kontekst zadatka.

H3: Postojeće razlike u skorovima u odnosu na pol ispitanika kada je varirana apstraktnost zadatka (formalni ili kontekstualni), kao i kada je način izlaganja bio grafički. Naime, pretpostavlja se da će dečaci imati veći skor od devojčica na ovakvim zadacima, a pretpostavka je zasnovana na rezultatima istraživanja koja su ispitivala razlike između uspešnosti dečaka i devojčica na matematičkim zadacima, posebno onim koji su uključivali specijalne sposobnosti, gde su se dečaci pokazali kao uspešniji (Gallagher i Kaufman 2005; Zhu 2007).

Metod

Uzorak

Uzorak je činilo 100 učenika Osnovne škole „Moma Stanojlović”, sa teritorije Kragujevca, koji su bili podeljeni u pet eksperimentalnih grupa od po 20 ispitanika. Grupe su bile ujednačene prema prosečnoj oceni iz matematike na kraju školske 2011/2012. godine. Takođe, grupe su bile ujednačene po uzrastu, a prosečan uzrast ispitanika bio je 10.5 godina (četvrti razred osnovne škole). Uzorak je bio balansiran po polu.

Stimulusi

Učenici su rešavali šest matematičkih zadataka preuzetih iz udžbenika za učenike četvrtog razreda (Sotirović *et al.* 2000). Svi zadaci su pripadali oblasti geometrije, a svaki zadatak bio je predstavljen na dva načina u odnosu na čulni modalitet kojim se doživljavao zadatak (vizuelni i auditivni) i apstraktno-konkretni (formalno i sa kontekstom realne situacije). Pored toga, postojao je i grafički pristup rešavanju zadatka. Na ovaj način je dobijeno ukupno pet načina predstavljanja zadatka (vizuelno-formalni, vizuelno-kontekstualni, grafički, auditivno-formalni i auditivno-kontekstualni način).

Varijable

Nezavisne varijable su način predstavljanja zadatka u odnosu na čulni modalitet izlaganja (dva nivoa: vizuelni i auditivni) i u odnosu na apstraktnost zadatka (dva nivoa: formalni i kontekstualni), kojima je dodata grafička interpretacija zadatka. Takođe, nezavisnu varijablu predstavljao je pol ispitanika sa dva nivoa (muški i ženski).

Zavisne varijable su skorovi (od 0 do 2 poena) na matematičkim zadacima koji su pripadali oblasti geometrije. Svaki zadatak bodovan je na sledeći način: dva poena za potpuno rešen zadatak, jedan poen za tačno postavljeno, ali ne i kompletno rešen zadatak, i nula poena za zadatak bez ikakve postavke.

Instrumenti i postupak

U istraživanju je postojalo pet eksperimentalnih grupa, tako da je svaka grupa rešavala matematičke zadatke sa različitim pristupom: vizuelno-formalni, vizuelno-kontekstualni, grafička interpretacija, auditivno-formalni i auditivno-kontekstualni. Svi zadaci pripadali su oblasti geometrije, kako bi se izbegao efekat mešanja različitih matematičkih oblasti, za koje je neophodno imati različite tipove znanja.

U konstruisanju i odabiru teksta zadataka pažnja je naročito bila usmerena na količinu teksta koji učenici treba da pročitaju, kao i znanja neophodna da bi se rešio zadatak, pri čemu je svaki zadatak izlagan dva puta. Takođe, vodilo se računa da pitanja budu što jednostavnije i kraće formulisana. Za potrebe auditivnog izlaganja snimljen je i robotizovan glas korišćenjem programa Audacity 2.0.1., kako pol osobe koja izlaže zadatak ne bi uticao na uspešnost njegovog rešavanja. U studiji koja se bavila pitanjem polnih razlika u uspešnosti pamćenja različitih informacija pokazano je da uspešnost zavisi od pola govornika tih informacija (Gallagher i Kaufman 2005), te se u ovom istraživanju robotizovanim glasom kontrolisalo. Po ugledu na PISA istraživanje, napravljeni su zadaci sa autentičnim kontekstima koji se mogu susresti u stvarnom životnom okruženju.

Redosled zadataka u okviru jednog načina rešavanja je randomiziran. Vreme za izradu zadataka nije bilo ograničeno.

Metrijske karakteristike testa

Metrijske karakteristike testa određene su u RTT10G (Knežević i Momirović 1996). Utvrđena je nulta varijabilnost prvog zadatka na testovima sa vizuelno-kontekstualnim i auditivno-formalnim zadacima. Kako je ovaj zadatak uključivao osnovno znanje iz geometrijske matematike i primenu samo osnovnih obrazaca za površinu pravougaonika, svi ispitanici su u potpunosti rešili zadatak. Zbog lakoće njegovog rešavanja i pouzdanosti testa ovaj zadatak je izbačen iz obrade podataka i nakon njegovog izbacivanja utvrđena je veća reprezentativnost testa.

Tabela 1. Metrijske karakteristike svih pet varijanti testa nakon izbacivanja prvog zadatka iz obrade podataka

Varijanta testa	Mere pouzdanosti pod klasičnim sumacionim modelom α	Mere pouzdanosti prve glavne komponente β	Mere reprezentativnosti testa Ψ	Mere homogenosti testa $h1$
vizuelno formalni	0.54	0.61	0.67	0.19
vizuelno kontekst grafički	0.76	0.77	0.83	0.39
auditivno formalni	0.645	0.66	0.597	0.266
auditivno kontekst	0.666	0.686	0.78	0.33
	0.36	0.53	0.286	0.10

Rezultati

Dvofaktorskom analizom varijanse utvrđena je statistički značajna razlika u uspešnosti rešavanja matematičkih zadataka u odnosu na čulni modalitet izlaganja zadataka (auditivni ili vizuelni). Nije utvrđena interakcija između dva tipa izlaganja zadataka: u odnosu na čulni modalitet (auditivni ili vizuelni) i apstraktnost zadatka (formalni ili kontekstualni) ($F = 0.370$, $p > 0.05$).

Tabela 2. Skor ostvaren na osnovu tačnih odgovora na svih pet testova

Način izlaganja zadatka	Srednja vrednost skorova	Standardna devijacija
vizuelno formalni	1.36	0.505
vizuelno kontekst grafički	1.18	0.597
auditivno formalni	1.18	0.510
auditivno kontekst	1.53	0.416
	1.48	0.357

Glavni nalazi su pokazali da su četvrtaci imali statistički značajno veći skor na testovima gde su korišćene varijante auditivnog izlaganja zadataka (auditivno-formalno $M = 1.53$ i auditivno-kontekstualno $M = 1.48$) u odnosu na to kada su zadaci bili izlagani vizuelno (vizuelno-formalni $M = 1.36$, $SE = 0.94$ i vizuelno-kontekstualni $M = 1.18$, $SE = 0.94$) ($F = 4.83$, $p < 0.05$ (tabele 2 i 3)). Isti rezultati dobijeni su posmatrajući grafički metod u poređenju sa obe varijante auditivnog (auditivno-formalni

i auditivno-kontekstualni), gde je utvrđena statistički značajna razlika u skorovima ispitanika kada su korišćena ova dva načina izlaganja zadataka ($p < 0.05$) (tabela 3).

Tabela 3. Razlike u skorovima na testovima u zavisnosti od načina izlaganja matematičkih zadataka

Način rešavanja zadatka		Razlika u srednjim vrednostima	Standardna greška	Statistička značajnost
Vizuelno formalno	vizuelno kontekst	0.21	0.13	0.11
	grafički	0.28	0.13	0.07
	auditivno formalno	-0.10	0.13	0.44
	auditivno kontekst	-0.05	0.13	0.69
Vizuelno kontekst	vizuelno formalno	-0.21	0.13	0.11
	grafički	0.03	0.13	0.80
	auditivno formalno	-0.32	0.13	0.02*
	auditivno kontekst	-0.27	0.13	0.048*
Grafički	vizuelno formalno	-0.25	0.13	0.068
	vizuelno kontekst	-0.03	0.13	0.80
	auditivno formalno	-0.35	0.13	0.01**
	auditivno kontekst	-0.30	0.13	0.027*
Auditivno kontekst	vizuelno formalno	0.10	0.13	0.44
	vizuelno kontekst	0.32	0.13	0.02*
	grafički	0.35	0.13	0.01**
	auditivno kontekst	0.05	0.13	0.71

Nije utvrđena statistički značajna razlika u uspešnosti rešavanja zadataka u odnosu na apstraktnost teksta (formalno i sa kontekstom) ($F = 1.157$, $p > 0.05$). Takođe, nije postojala statistički značajna razlika u uspešnosti rešavanja zadataka kada je korišćen grafički metod u poređenju sa formalnim i kontekstualnim (tabela 3). Prikaz razlika u skorovima na varijantama testa gde je korišćen različit čulni modalitet izlaganja i različita apstraktnost teksta dat je na slici 1.

Ocena iz matematike u ovom istraživanju služila je kao kontrola sistematskog znanja iz matematike, tj. eksperimentalne grupe su bile ujednačene po prosečnoj zaključenoj oceni iz matematike. Analizom je pokazano da je ocena iz matematike u pozitivnoj korelaciji sa uspešnošću na testu ($r = 0.493$).

Nije dobijena statistički značajna razlika u skorovima ni na jednoj od pet varijanti testa u odnosu na pol ispitanika.

Diskusija

Utvrđeno je da postoji statistički značajna razlika u skorovima na testovima u odnosu na čulni modalitet izlaganja zadataka (auditivni ili vizuelni). Dvofaktorska analiza varijanse pokazala je da su četvrtaci bolje rešavali zadatke koji su bili izlagani auditivno u odnosu na one koji su bili izlagani vizuelno. Ovakvi rezultati mogu biti posledica usmerenosti pažnje ispitanika na sam tekst zadataka, tj. kako je pisani tekst štampan i stalan, od čitaoca se očekuje da stupi u interakciju sa sledećom rečenicom koristeći već postojeća znanja po svom biranom tempu i redosledu. Takođe, tokom čitanja, ne kontroliše se na koji deo teksta zadatak je umerena ispitanikova pažnja, te je primećeno da su se ispitanici u PISA istraživanju koncentrisali na pitanje tj. šta se tražilo od njih u zadatku da urade, i tek onda podatke potrebne za rešavanje problema tražili u tekstu zadatak, što može imati za posledicu nepotpunu sliku o samom problemu zadatak (OECD 2009). Za razliku od procesa čitanja, prilikom auditivnog predstavljanja zadatak dešava se sukcesivno izlaganje materijala i slušalac mora brže da odgovara na neposredan izraz. Zato slušanje možemo posmatrati kao aktivniji proces, u toku kojeg slušalac intenzivnije uobličava svoje razumevanje nego u toku čitanja (Elezović 2011). Ovakvi nalazi delimično su potkrepljeni istraživanjem Šabu i saradnika (Shabu *et al.* 2007) gde je ispitivano prisećanje informacija u zavisnosti od toga da li su bili izloženi vizuelni (reči, slike) ili auditivni stimulusi. Pokazano je da je postojala statistički značajna razlika u broju zapamćenih informacija koje su izložene auditivno u odnosu na one koje su bile grafički izložene ili napisane (Shabu *et al.* 2007). Naime, informacije koje su bile izložene auditivno bolje su se pamtile i ispitanici su ih se lakše prisećali, što može ukazivati da je bolje pamćenje auditivno izloženih informacija uticalo na pamćenje podataka koji su bili neophodni za rešavanje zadatak u ovom istraživanju. Ovim nalazima opovrgnuta je hipoteza da će se bolje raditi zadaci koji su bili izloženi vizuelno, što može ukazivati da je pažnja usmerenija kod auditivnog nego kod vizuelnog načina izlaganja.

Nije utvrđena statistički značajna razlika između uspešnosti rešavanja zadatak kada je pristup bio formalan i kada je korišćen kontekst realne situacije. Ovakvi rezultati su u suprotnosti sa rezultatima prethodnih istraživanja Majera i saradnika (Meyer *et al.* 2001) koji su ispitivali upotrebu konteksta u nastavnim planovima škola, naglašavajući ulogu koju kontekst zadatak ima u motivaciji, ilustraciji potencijalnih rešenja i kao mogućnost približavanja apstraktne matematičke situacije realnom životu (Mayer *et al.* 2001). Takođe, rezultati istraživanja Vista (Wiest 2001), koji je ispitivao koliko su različite situacije zamislive kao konteksti zadatak, pokazali su da postoji visoka korelacija između konteksta situacije i različitih

drugih varijabli: zainteresovanosti učenika za rešavanje zadataka, percipiranje i strategije koje su koristili pri rešavanju zadataka, i na kraju i uspešnost rešavanja zadataka. Apstraktnost matematičkih zadataka doprinosi nerazumevanju zadataka i samim tim i manjoj uspešnosti u njihovom rešavanju. Međutim, u obrazovnom sistemu Srbije, u nastavnim planovima, knjizi za četvrti razred osnovne škole, u oblasti površina i obim figura od ukupno 30 zadataka 18 zadataka su predstavljeni na formalan način, a u 12 zadataka je korišćen kontekst realne situacije (Joksimović 2011). Pretpostavlja se da ova relativno podjednaka zastupljenost broja zadataka koji su izlagani na ova dva načina, tj. ujednačenost upotrebe oba pristupa rešavanja, može imati uticaja na rezultate ovog istraživanja. Dakle, pretpostavlja se da zastupljenost zadataka u školi koji su izlagani na formalan način može uticati na rezultate koji nisu pokazivali statistički značajnu razliku u uspešnosti rešavanja matematičkih zadataka kada se posmatraju ova dva pristupa.

Slične pretpostavke postavljaju se i kada je u pitanju bio grafički metod u poređenju sa formalnim i kontekstualnim, jer je specifičnost oblasti matematike koja je korišćena u ovom istraživanju (geometrija) bila pogodna za grafičko predstavljanje problema. Upravo u obrazovnom sistemu škola se i insistira da se svaki problem iz geometrije, bilo predstavljen na formalan način ili uz kontekst zadatka, predstavi i grafički, te je podjednaka upotreba sva tri pristupa mogla imati uticaja na rezultate ovog istraživanja. Kao posledica podjednake zastupljenosti sva tri načina izlaganja zadatka, početna hipoteza da će biti najbolje rešavani zadaci sa kontekstom realne situacije, potom oni sa grafičkom interpretacijom i na kraju sa formalnim pristupom, opovrgnuta je.

Nije utvrđena statistički značajna razlika u odnosu na pol ispitanika ni na jednoj od pet varijanti testa. Ovakvi rezultati su, s jedne strane, u suprotnosti sa istraživanjem Galagera i Kofmana (Gallagher i Kaufman 2005) koji su ispitivali razlike u uspešnosti rešavanja zadataka koje su uključivali spacijalne sposobnosti u odnosu na pol ispitanika. Međutim kako je u istraživanju utvrđeno da su razlike u skorovima bile više izražene u srednjoj školi, dok su bile manje izražene u osnovnoj školi (Gallagher i Kaufman 2005; Zhu 2007), može se pretpostaviti da su na uzrastu od 11 godina te razlike veoma male, te da je to razlog što nije dobijena statistički značajna razlika u odnosu na pol ispitanika.

Zaključak

Istraživanje se bavilo pitanjem da li postoje razlike u uspešnosti rešavanja matematičkih zadataka u zavisnosti od načina njihovog predstavljanja kod dece četvrtog razreda osnovne škole. Rezultati su pokazali da postoji statistički značajna razlika u skorovima na testovima u odnosu na

čulni modalitet izlaganja zadataka (auditivni ili vizuelni) i to tako da su četvrtaci bolje rešavali zadatke koji su bili izlagani auditivno u odnosu na one koji su bili izlagani vizuelno. Praktične implikacije ovakvih nalaza mogu biti veća upotreba auditivnog izlaganja zadataka na časovima matematike, ali i stimulacija korišćenja oba načina izlaganja u sistemu školovanja.

Nije utvrđena statistički značajna razlika između uspešnosti rešavanja zadataka kada je pristup bio formalan i kada je korišćen kontekst realne situacije, za šta se pretpostavlja da je posledica veće zastupljenosti zadataka u školi koji su izlagani na formalan način. Obimna istraživanja poput Pisa istraživanja, koja su se bavila temom razumevanja konteksta zadataka, pokazala su da je u Srbiji neophodno raditi na shvatanju praktične strane matematike i njenoj primeni u svakodnevnim situacijama, treba više insistirati na korišćenju matematičkih zadataka sa kontekstom realne situacije u školskom sistemu obrazovanja, u odnosu na rešavanje zadataka formalnim pristupom. Nasuprot ovim rezultatima, u našem istraživanju je dobijeno da ne postoji statistički značajna razlika u odnosu na apstraktnost zadataka (formalno i kontekstualno) iz oblasti geometrije. Ovakvi rezultati mogu imati implikacije za dalja ispitivanja na relacijama razumevanja različitih nivoa apstraktnosti zadataka kako u oblasti geometrije, tako i u drugim oblastima matematike.

Nije dobijena statistički značajna razlika u odnosu na pol ispitanika ni na jednoj od pet varijanti testa što je u skladu sa rezultatima studija koji pokazuju da su razlike po polu izraženije na većim uzrastima, dok su na nivou osnovne škole te razlike manje. Ovakvi rezultati mogu ukazivati na ravnopravnost polova u matematici i upravo je to ono na čemu treba insistirati.

U cilju potpunijeg razumevanja razlika koje se javljaju u odnosu na način izlaganja zadataka, potrebno je uraditi istraživanje na većem uzorku, obezbediti veći broj zadataka i uključiti različite uzraste u istraživanje, da bi se mogao pratiti razvojni proces shvatanja zadataka iz oblasti geometrije. Takođe, treba se obratiti pažnja na kontrolisanje vremena izlaganja zadataka sa vizuelnim i auditivnim pristupom rešavanju. Takođe, predlog za dalja istraživanja može biti ispitivanje koje bi uključivalo rad sa matematičkim zadacima iz neke druge oblasti, npr. aritmetike, i poređenje tih rezultata sa nalazima iz ovog istraživanja. Tako bi se izvršila potpunija analiza rešavanja matematičkih zadataka u odnosu na način njihovog izlaganja: vizuelno-auditivno izlaganje i različita apstraktnost zadataka (formalan, kontekstualni, grafički).

Literatura

- Baucal A., Pavlović Babić D. 2011. *Nauči me da mislim, nauči me da učim: PISA 2009 Srbiji: prvi rezultati*. Beograd: Institut za psihologiju Filozofskog fakulteta u Beogradu i Centar za primenjenu psihologiju
- Baucal A. 2012. Uticaj socio-ekonomskog statusa učenika na obrazovna postignuća: direktni i indirektni uticaji. *Primenjena psihologija*, 1: 5-24.
- Borasi R. 1986. On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*, 17: 125.
- Elzeović J. S. 2011. Preduslovi usavršavanja i vrednovanja veštine slušanja u nastavi stranog jezika. *Kultura polisa*, 16: 175.
- Fraivillig J. L., Murphy L. A., Fuson K. C. 1999. Advancing children's mathematical thinking in Everyday Mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30: 148.
- Gallagher A., Kaufman J. 2005. *Gender Differences In Mathematics: An Integrative Psychological Approach*. New York: Cambridge University Press
- Jaksimović S. 2011. *Matematika 4a udžbenik za četvrti razred*. Beograd: Eduka
- Knežević G., Momirović K. 1996. RTT9G – program za analizu metrijskih karakteristika kompozitnih mernih instrumenata. U *Merenje u psihologiji – primena računara*, 2 (urednik P. Kostić). Beograd: Institut za kriminološka i sociološka istraživanja, str. 37-57.
- Meyer M., Dekker T., Querelle N. 2001. Contexts in Mathematics Curriculum. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6: 522.
- OECD 2004. Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003. dostupno na <http://www.oecd.org/education/school/programme-for-international-student-assessment-pisa/34002216.pdf> (1.11.2013.).
- OECD 2009. PISA 2009 čitalačke kompetencije za život. dostupno na <http://www.pisa.hr/knjige/2009-rezultati-sve/Default.html> (1.11.2013.).
- PISA 2012. Program međunarodne procjene znanja i vještine učenika, matematička pismenost izveštaj za 2012. godinu. dostupno na http://www.iccg.co.me/1/dok/medjunarodno/mat_pismenost.pdf (1.11.2013.).
- Shabu B. R., Dharmangadan B., Subramony S. 2007. Recall of Visual and Auditory Stimuli as a function of Hemispheric Dominance and Preferred Modality in Learning. *Journal of the Indian Academy of Applied Psychology*, 33 (2): 275.
- Sotirovic V., Lipovac D., Latković M. 2000. *Zbirka matematičkih zadataka za vežbu i samokontrolu*. Beograd: Atos
- Swanson H. L. 2011. Working Memory, Attention, and Mathematical Problem Solving: A Longitudinal Study of Elementary School Children. *Journal of Educational Psychology*, 103 (4): 821.
- Wiest L. 2001. The role of fantasy contexts in word problems. *Mathematics Education Research Journal*, 13 (2): 74.
- Zeljić M. 2005. Nivoi u procesu učenja matematičkih pojmova. *Pedagogija*, 60: 544.
- Zhu Z. 2007. Gender differences in mathematical problem solving patterns: A review of literature. *International Education Journal*, 8: 187.

Examination of Differences in Success in Solving Mathematical Problems in Relation to the Manner of Presentation

Mathematical literacy is defined as the ability to develop and apply mathematical thinking in solving a range of problems in everyday situations, which includes the individual's ability to analyze and interpret mathematical problems in a variety of situations. Specificity of learning mathematical concepts lies in their abstraction and generality, so they cannot be formed spontaneously, in direct contact with the environment, but only indirectly, with the help of those who already grasp them – teachers. Contrary to the abstract mathematical contents stands the concept of context, which is defined as a situation in which a problem is set, emphasizing its role to provide information and therefore make the process of visualizing the problem and solving it easier. Previous research (e.g. Meyer *et al.* 2001, Wiest 2001) indicated that it was easier for children to solve mathematical tasks which included context of real situation or had graphical interpretation rather than just pure mathematical contents. The findings of previous research also showed that information that was presented in an auditory manner was memorized better than that which was presented in written form. However, it is still insufficiently explored whether there is a significant difference in success in solving mathematical problems when they are presented in an auditory or a visual manner, as well as when graphical interpretation of the tasks are used compared to the nongraphical approach. Thus the main aim of this study was to determine whether the manner of presentation of mathematical problems in relation to the sensory modality of presentation (visual or auditory) and level of abstraction of the presentation (formal or contextual) affect the correctness of the solution. In addition, it should be determined whether there is difference in the success of solving the tasks when using the graphical method compared to the formal approach and the approach in which the context of a real situation was used.

The sample consisted of 100 examinees who attend the 4th grade in primary school (Primary school "Moma Stanojlović", Kragujevac). They were divided into five experimental groups of 20 examinees. The groups were equalised by systematic knowledge in mathematics using average marks in mathematics at the end of the school year as a parameter. The sample was balanced according to the gender of the respondents. Combining the types of presentation in order to vary the sensory modality by which the tasks were perceived (visual or auditory) and the level of abstraction of the tasks' text (formal or with the context of a real situation), and adding a graphical approach to solving the task, resulted in five ways of presenting the tasks in total (visually-formal, visually-contextual, graphical, auditory-formal and auditory-contextual). After the determination of

the psychometric characteristics of the test, the zero variation of the task when using the visually-contextual and the auditory-formal approach was found. Because of the easiness of solving the first task, it was eliminated from the analysis and after its exclusion the test had higher reliability.

A two-factor analysis of variance showed that there are statistically significant differences in success in solving mathematical problems in relation to the sensory modality of the presentation of tasks. The main finding showed that the fourth grade pupils had significantly higher scores on tests which included the auditory presentation approach rather than when the tasks were presented visually. Same results were obtained when observing the graphical method as the approach to solving tasks compared with two variants of auditory presentation. Such results may be due to the respondents orientation of attention to the text of the tasks, as written text is printed and steady and therefore it cannot be controlled to which part of the text the respondent's attention is directed, which can result in neglecting important information for solving the task. The results also showed that there was no significant difference in solving tasks in relation to the abstraction of the text of the task. Similar findings were found when analyzing the use of graphical interpretation of tasks compared to the formal and contextual approach. Such results are inconsistent with the results of previous research of Meyer *et al.* (2001), who investigated the use of context in school curriculum, emphasizing the role of context in motivation for solving problems. They concluded that abstract mathematical contents are harder to visualize than those with the context of a real situation, causing less success in solving problems. However, in the educational system in Serbia, there is a relatively equal representation of the number of tasks that are presented in all three ways, which might have had an impact on the results of this research. There was no statistically significant difference in scores on any of the five variants of the test in relation to the gender of respondents. These findings are contrary to the results of Gallagher and Kaufman's study where it was found that there are gender differences in solving mathematical tasks, giving favor to males. However, differences in scores were higher in high school, while they were less visible in the elementary school (Gallagher & Kaufman 2005), so it can be assumed that at the age of 11 the difference is so small that there was no statistically significant difference in relation to the gender. A suggestion for further research might be to examine success in solving mathematical tasks which would be in other areas of mathematics, for example arithmetic, so that the results can be compared with those obtained in this research. In that way, a more complete analysis of solving mathematical problems in relation to the manner of their presentation can be made: visual or auditory and abstraction of the tasks (formal, contextual or graphical).

