

Modelovanje refrakcije svetlosti u atmosferi Venere prilikom tranzita

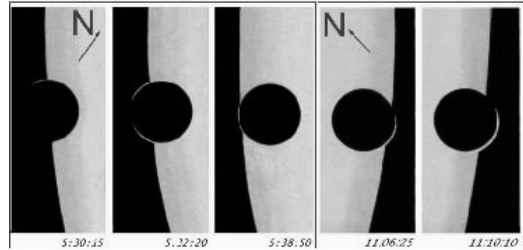
Modelovana je refrakcija svetlosti u atmosferi Venere prilikom tranzita u cilju da se reprodukuje karakterističan izgled oreola koji nastaje u trenutku kada se Venerin disk nalazi na rubu Sunčevog diska. Numerička simulacija je urađena u programu Matlab R2012a. Modelom je pokazano da je integralni sjaj oreola van diska Sunca, u odnosu na Zemlju, znatno sjajniji od oreola koji se nalazi na Sunčevom disku, zbog većeg krivljenja svetlosti. Kao posledicu imamo da izgled oreola oko Venere nije simetričan, što znači da se Venerina atmosfera ponaša kao sočivo za Sunčevu svetlost u pozadini. Modelom je pokazano da efekat limb darkening ne utiče na izgled i intenzitet oreola.

Uvod

Prilikom tranzita Venere preko Sunčevog diska, dolazi do nastanka svetlosnog oreola na disku Venere (slika 1). Oreol se može najbolje uočiti kada se Venere nalazi na Sunčevom rubu. Ova pojava nastaje zbog refrakcije Sunčeve svetlosti u Venerinoj atmosferi (Tanga *et al.* 2012). Prolazeći kroz atmosferu Venere, zraci koji dolaze od Sunca na Zemlju se, zavisno od gustine i dužine puta u atmosferi Venere – različito lome i različitog su intenziteta. Modelovanjem (numeričkom simulacijom) geometrije loma zraka svetlosti u atmosferi i poznatih parametara atmosfere Venere, možemo prikazati njen izgled.

Numerička simulacija je izvršena u programu Matlab R2012a.

Cilj ovog istraživanja je modelovanje oreola na Venerinom disku koji nastaje prilikom tranzita.



Slika 1. Izgled oreola za vreme tranzita Venere 8. juna 2004. godine (Tanga *et al.* 2012)

Figure 1. Appearance of halo during the transit of Venus on June 8th, 2004 (Tanga *et al.* 2012)

Model

Zrak Sunčeve svetlosti koji prolazi kroz Venerinu atmosferu (slika 2) iz tačke T_s prelama se i dolazi do posmatrača P na Zemlji. Pri tome prividno posmatrač vidi njenu projekciju T_s' .

Prelamanje svetlosti je opisano Snellovim zakonom:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

gde su n_1, n_2 – indeksi prelamanja, α – upadni ugao, a β – izlazni ugao.

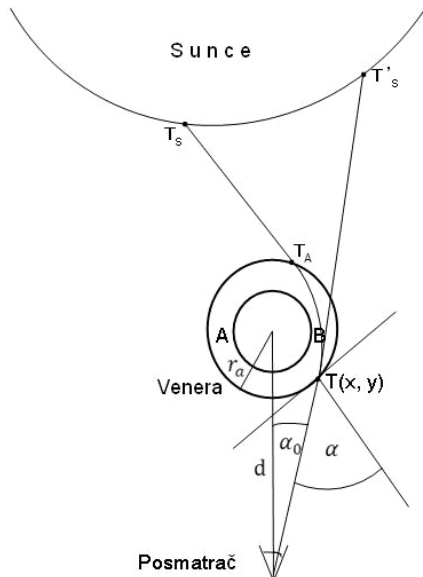
Osim upadnog ugla, na indeks prelamanja utiče i gustina sredine (Venerine atmosfere) kroz koju se svetlost prostire. Zavisnost indeksa prelamanja od gustine sredine data je (Tanga *et al.* 2012):

$$n = K\rho + 1$$

gde je K – specifična refraktivnost gasa ($K(\text{CO}_2) = 1.67 \times 10^{-29} \text{ m}^3 \text{ molekul}^{-1}$), a ρ – gustina gasa (molekul m^{-3}).

Nikola Stojanović (1995), Beli Manastir (Hrvatska), Petra Dobrovića 47, učenik 3. razreda Gimnazije Beli Manastir – opšti smer

MENTOR: Petar Kostić, Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Novom Sadu



Slika 2.

Geometrija tranzita

d – udaljenost Venera-Zemlja

α_0 – ugao od centra Venere do tačke ulaska zraka u atmosferu

α – upadni ugao

$T(x, y)$ – tačka u kojoj zrak ulazi u atmosferu u sistemu Venera-Zemlja

r_a – radijus do vrha atmosfere

T_A – tačka u kojoj zrak izlazi iz atmosfere Venere

$T_s(x_s, y_s)$ – tačka u koju zrak pada na površinu Sunca u sistemu Sunce-Venera

T'_s – prividni položaj tačke T_s

A – područje Venere koje se prividno nalazi na Sunčevom disku

B – područje Venere koje se prividno nalazi izvan diska

Figure 2.

Geometry of the transit

d – Venus-Sun distance

α_0 – angle from Venus's centre to the point where the ray enters the atmosphere

α – angle of incidence

$T(x, y)$ – point where the ray enters the atmosphere in the Venus-Earth system

r_a – radius to the top of the atmosphere

T_A – point where the ray exits Venus's atmosphere

$T_s(x_s, y_s)$ – point where the ray lands on the Sun in the Sun-Venus system

T'_s – appearance position of point T_s

A – area of Venus that is ostensibly placed on the Sun's disk

B – area of Venus that is ostensibly placed outside the Sun's disk

Osim upadnog ugla, na indeks prelamanja utiče i gustina Venerine atmosfere. 96.5% atmosfere Venere čini ugljen-dioksid, azot oko 3.5% i jedinjenja u veoma malim količinama kao npr: Ar, HCl, SO₂, H₂S (Marov 1981). Zbog toga je u ovom radu pretpostavljeno da se atmosfera sastoji samo od ugljen-dioksida.

U ovom modelu, atmosfera Venere se proteže do 200 km visine (slika 3), s tim što se na visinama ispod 70 km nalaze optički gusti oblaci koji ne puštaju svetlost (Marov 1981). Pri tome, Venera nema homogenu atmosferu, već se sastoji od slojeva debljine 0.5 km. Svaki sloj ima određenu gustinu koja opada sa visinom (Mahieux *et al.* 2012).

Ovim modelom nije obuhvaćena temperatura Venerine atmosfere.



Slika 3. Model atmosfere Venere

Figure 3. Model of Venus's atmosphere

Sunčevi zraci koji idu od Sunca, prolaze kroz Venerinu atmosferu, te dolaze do posmatrača u modelu su zamenjeni zracima svetlosti koji idu od posmatrača, prolaze kroz Venerinu atmosferu i dolaze na površinu Sunca. Na taj način je izvršena optimizacija programskog koda, iz razloga što se nije računalo prelamanje zraka svetlosti sa cele površine Sunca, već samo sa određenog dela Sunca.

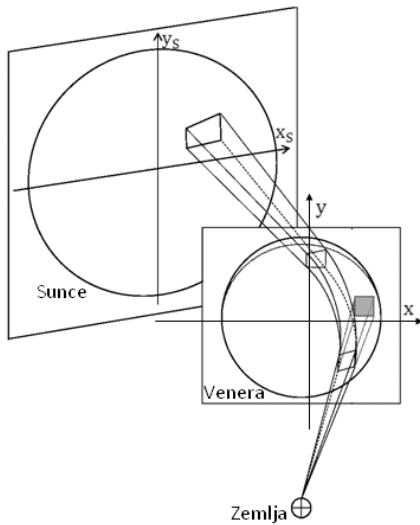
Površina piksela (slika 4) je određena tako što je piksel podeljen na dva trougla, čije su površine određene prema Heronovoj formuli. Ukupni intenzitet piksela jednak je navedenoj površini.

Na taj način je sjaj oreola u Venerinoj atmosferi određen zbirom površina svih piksela.

Zraci koji prođu kroz Venerinu atmosferu će:

- „promašiti” Sunce, ili
- doći na površinu Sunca

Ako neki zrak ne dođe do Sunčeve površine, intenzitet se odredi tako da se površina piksela pomnoži sa brojem zraka koji su pogodili Sunčevu



Slika 4. Model prelamanja

Na slici crveno predstavlja „piksel”, dok crne linije predstavljaju projekcije piksela na različite ravni (Venerina, Sunčeva); površina i oblik koju zauzima piksel na Veneri i Suncu nisu isti zbog prelamanja svetlosti u Venerinoj atmosferi

Figure 4. Refractive model

On this figure the “pixel” is represented with red, while the black lines represent the pixel projection on different planes (Sun’s, Venus’s); the area and shape of the pixel on Venus and the Sun is not the same because of the refraction of light in Venus’s atmosphere

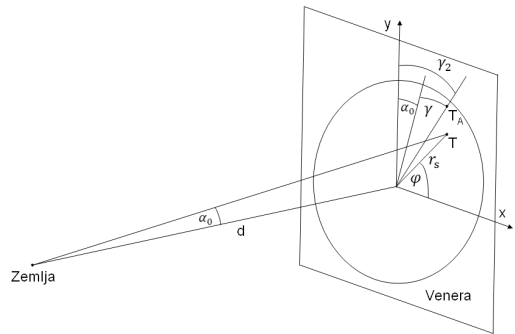
površinu i podeli sa 5. Takođe se uračunava i zrak koji je presek dijagonala tog kvadra. Ukoliko on promaši površinu Sunca, intenzitet piksela će iznositi 0.

U ovaj model je uračunat i efekat potamnjenja ka rubu (tzv. efekat limb darkening), tj. postupno opadanje sjaja zvezde posmatrane od njenog centra do ruba. Do ove pojave dolazi zato što na centru diska, posmatrač vidi najdublje i najtoplije slojeve koji emituju najviše svetlosti. Na rubu se mogu videti gornji, hladniji slojevi koji emituju manje svetlosti.

Zbog toga je u modelu pretpostavljeno da će efekat limb darkening umanjiti sjaj oreola pošto je u simulaciji Venera smeštena na rub Sunca.

Geometrija problema je rešena tako da je prvo određen polarni ugao (slika 5) tačke T od x-ose, prema formuli:

$$\varphi = \arccos \frac{x}{r_s}$$



Slika 5. Venerina ravan

Figure 5. Venus’s plane

gde je x vrednost u kilometrima po x-osi, a r_s radijus sloja u koji je ušao zrak, a računa se prema formuli $r_s = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Potom je određen ugao od centra Venere do tačke ulaska zraka u atmosferu prema formuli:

$$\alpha_0 = \arctan \frac{r_s}{d}$$

gde je d udaljenost Zemlja-Venera.

Ugao pod kojim zrak ulazi u Venerinu atmosferu je određen preko sledeće formule:

$$\alpha = \arcsin \frac{d \sin \alpha_0}{r_a}$$

gde je r_a radijus do poslednjeg sloja atmosfere.

Ugao γ određen je tako što je u Matlabu numerički određen set podataka $(r, \sin \gamma)$, koji je fitovan u programu Origin 6. Iz fita su dobijeni parametri ugla γ relacijom:

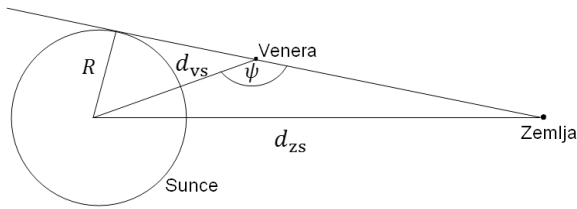
$$\sin \gamma = a_0 + b_0 r + A_1 \frac{-(r-x_c)}{t_1} + A_1 \frac{-(r-x_c)}{t_2} + A_1 \frac{-(r-x_c)}{t_3}$$

gde su $a_0, b_0, A_1, A_2, A_3, t_1, t_2, t_3$ i r_c – konstante, dok je r radijus od tla Venere do sloja, a izražava se formulom $r = r_s - 6052$.

Za određivanje koordinata izlazne tačke (T_A) određen je ugao od y-ose do tačke T_A (slika 5):

$$\gamma_2 = \gamma + \alpha_0$$

Prema slici 6 je određen ugao ψ :



Slika 6. Položaj Venere prilikom tranzita

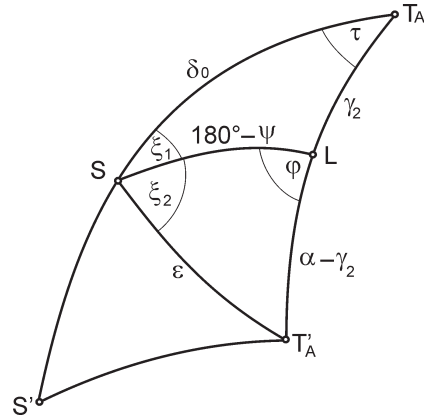
Figure 6. Venus's Position during transit

$$\psi = \arcsin \frac{d_{zs} \sin R}{d_{vs}}$$

gde je d_{zs} udaljenost Zemlja-Sunce, R poluprečnik Sunca izražen u radijanima (gledano sa Zemlje), a d_{vs} udaljenost Venera-Sunce.

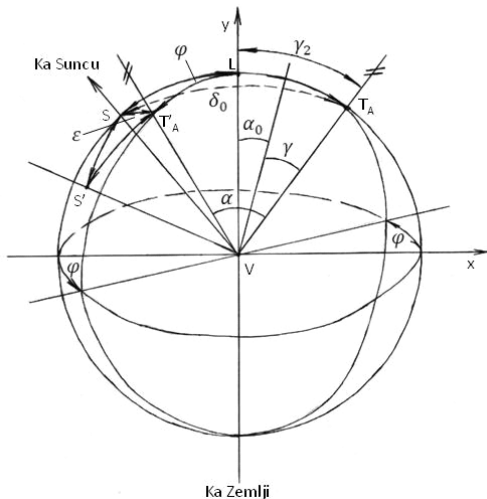
Uglovi δ_0 i ε su određeni relacijama (slika 8):

$$\begin{aligned} \cos \delta_0 &= -\cos \psi \cos \gamma_2 - \sin \psi \sin \gamma_2 \cos \varphi \\ \cos \varepsilon &= -\cos \delta_0 \cos \alpha - \sin \delta_0 \sin \alpha \cos \tau \end{aligned}$$



Slika 8. Detalji trouglova sa slike 7

Figure 8. Detail view of triangles from Figure 7



Slika 7. Atmosfera Venere

S' – pravac ka centru Sunca vidljiv iz tačke T_A

L – tačka u kojoj y-osa seče sferu

δ_0 – ugao između T_A i S

ε – ugao između T_A i S'

Figure 7. Venus's atmosphere

S' – line to centre of Sun visible from point T_A

L – point where y-axis intersects the sphere

δ_0 – angle between T_A and S

ε – angle between T_A and S'

Prema slici 8:

$$\cos \tau = \frac{-\cos \psi - \cos \delta_0 \cos \gamma_2}{\sin \delta_0 \sin \gamma_2}$$

$$\cos \xi_1 = \frac{-\cos \alpha - \cos \varepsilon \cos \delta_0}{\sin \varepsilon \sin \delta_0}$$

$$\xi_2 = \arccos \frac{-\cos \psi - \cos \delta_0 \cos \gamma_2}{\sin \delta_0 \sin \gamma_2} - \xi_1$$

Stranice e_{CA} i e_{SA} određene su formulama:

$$\begin{aligned} e_{CA} &= r_a \sin \delta_0 \\ e_{SA} &= (d_{vs} - r_a \cos \delta_0) \tan \varepsilon \end{aligned}$$

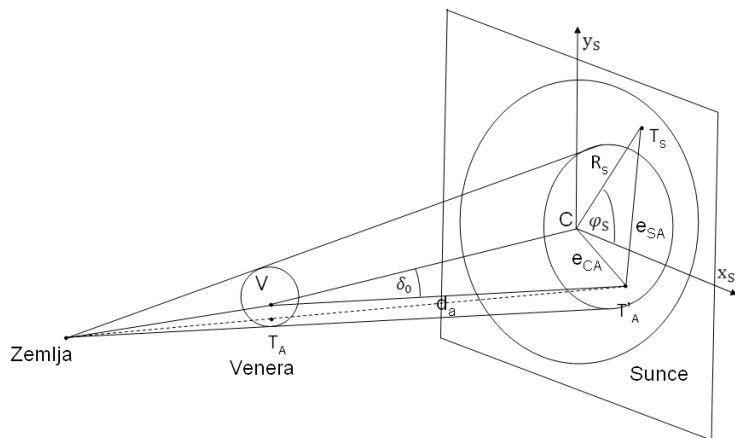
Udaljenost od središta Sunca do tačke na koju pada zrak u Sunčevoj ravni jeste:

$$R_s^2 = e_{SA}^2 + e_{SC}^2 + e_{SA} e_{SC} \cos \xi_1$$

Ugao φ_s je izražen formulom:

$$\varphi_s = \xi_1 + \arcsin \frac{e_{SA} \sin \xi_1}{R_s}$$

Koordinate tačaka $T_s(x_s, y_s)$ su određene prema formulama: $x_s = R_s \cos \varphi_s$ i $y_s = R_s \sin \varphi_s$.



Slika 9.
Sunčeva ravan i trougao
 $CT'ATS$

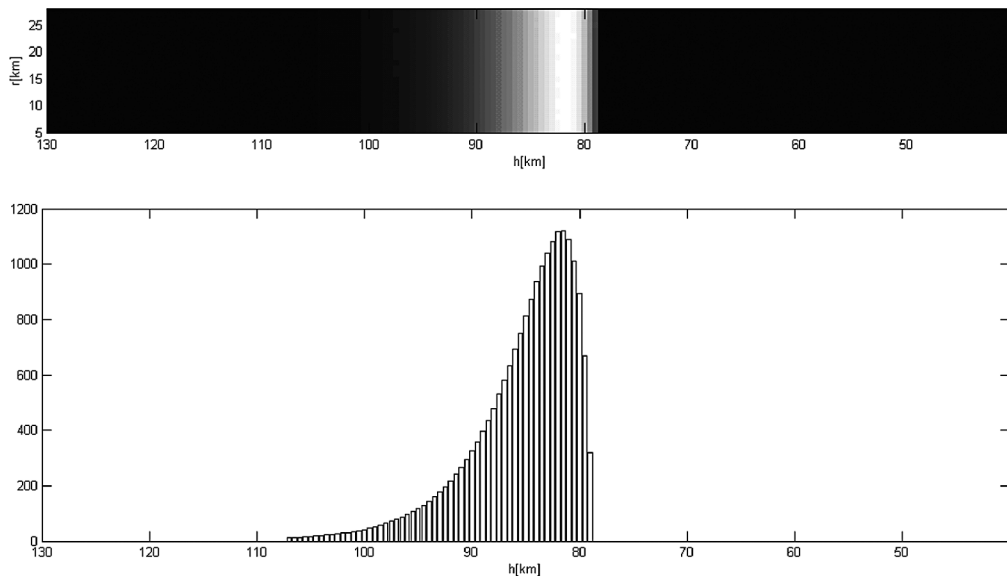
Figure 9.
Sun's plane and $CT'ATS$
triangle

Rezultati simulacije

Problem je rešen numerički u programu Matlab, tako da su vrednosti površina piksela unesene u matricu programa. Na taj način su matrice programa prikazane slikom, koja ujedno predstavlja izgled isečka oreola za navedena područja. Simulacija je izvršena za područja A i B (slika 2).

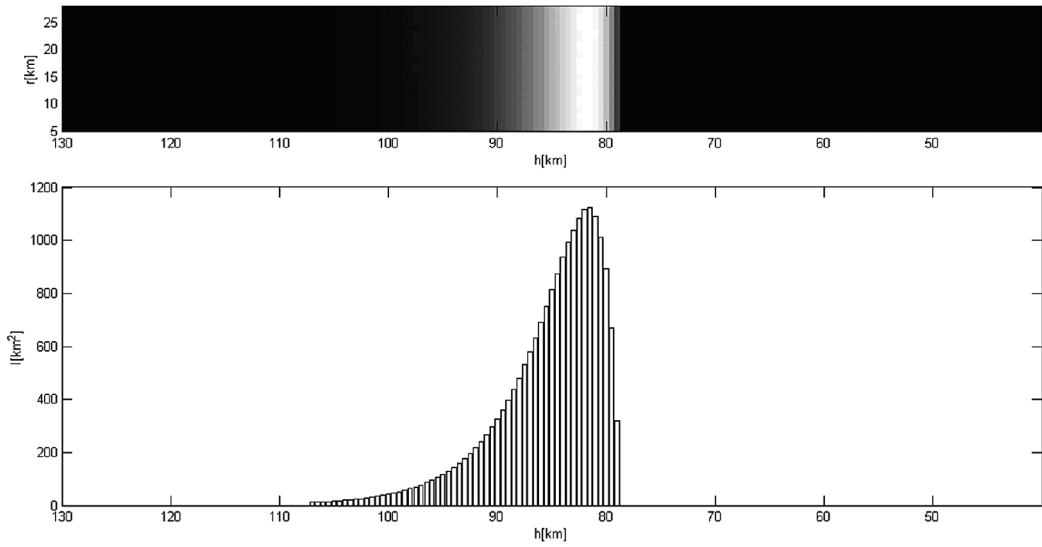
Područje A

U području A, oreol nastaje u atmosferi na visini većoj od 75 km od tla Venere (slika 10). Uočava se opadanje sjaja u ređim (levo) i jasno definisan rub oreola u gušćim (desno) slojevima atmosfere. Intenzitet oreola nije simetričan i jače opada ka gušćim slojevima. Maksimum oreola je na visini oko 81.5 km od tla Venere.



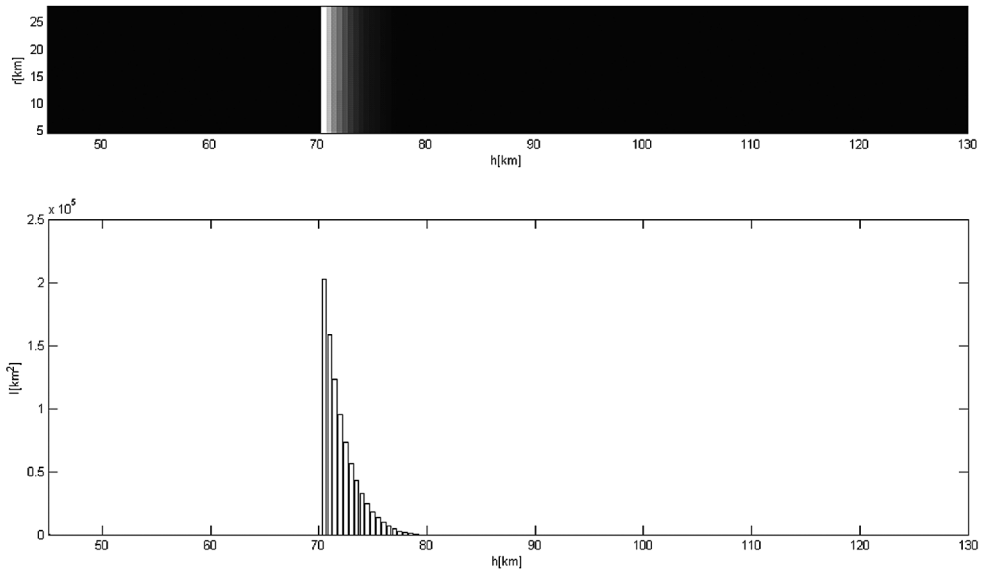
Slika 10. Položaj i izgled (gore) i intenzitet (dole) oreola u području A (sa efektom limb darkening)

Figure 10. Halo position and appearance (above) and intensity (below) in area A (with limb darkening effect)



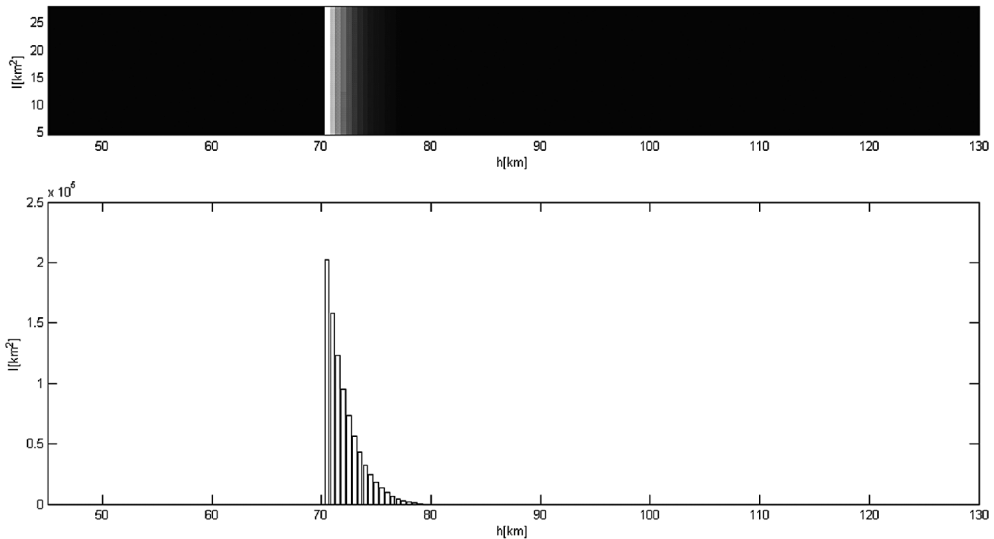
Slika 11. Izgled (gore) i intenzitet (dole) oreola bez efekta limb darkening u području A

Figure 11. Halo appearance (above) and intensity (bellow) in area A without limb darkening effect



Slika 12. Položaj i izgled (gore) i intenzitet (dole) oreola u području B (sa efektom limb darkening)

Figure 12. Halo position and appearance (above) and intensity (bellow) in area B (with limb darkening effect)



Slika 13. Izgled (gore) i intenzitet (dole) oreola bez efekta limb darkening u području B

Figure 13. Halo appearance (above) and intensity (below) in area B without limb darkening effect

Na slici 11 dat je izgled i intenzitet oreola bez efekta limb darkening. Izgled i intenzitet oreola, sa i bez efekta limb darkening (slike 10 i 11) je isti, što ukazuje da ova pojava nema uticaja na oreol.

Područje B

Zbog veće gustine okoline u kojoj se nalazi oreol (niži slojevi atmosfere – ispod 75 km) u području B, oreol je uži i 'oštriji' (slika 12). U području B, oreol nastaje u atmosferi na visini manjoj od 75 km od tla Venere. Kao i u području A, intenzitet oreola ni ovde nije simetričan. Intenzitet u ovom području je veći.

U području B oreol se pojavljuje na visini od 70.5 km od tla Venere i intenzitet mu opada s visinom.

Na slici 13 dati su izgled i intenzitet oreola bez efekta limb darkening. Izgled i intenzitet oreola, sa i bez ovog efekta (slike 12 i 13) su isti, što ukazuje da ova pojava nema uticaja na oreol.

Zaključak

Simulacijom je pokazano kako izgleda oreol Venere vidljiv za vreme tranzita. Ovim modelom je pokazano da je integralni sjaj područja B (deo oreola van diska Sunca) znatno sjajniji u odnosu na po-

dručje A (deo oreola koji se nalazi na Sunčevom disku), iz razloga što je u području B krivljenje svetlosti mnogo veće. Kao posledicu imamo da izgled oreola oko Venere nije simetričan.

Naime, prolazeći kroz atmosferu Venere, zraci koji dolaze od Sunca na Zemlju se, zavisno od gustine i dužine puta u atmosferi Venere, različito lome, te su zbog toga različitog intenziteta, što znači da se Venerina atmosfera ponaša kao sočivo za Sunčevu svetlost u pozadini.

Modelom je pokazano da efekat limb darkening ne utiče na izgled i intenzitet oreola.

Zahvalnost. Ovom prilikom se autor želi zahvaliti svom mentoru, Petru Kostiću, bez čije pomoći ovaj rad ne bi bio završen. Takođe se želi zahvaliti Filipu Živanoviću na pomoći i sugestijama.

Literatura

Đurić B., Ćulum Ž. 1978. *Fizika – Optika*. Beograd: Naučna knjiga

Mahieux A., Vandaele A. C., Robert S. 2012. Carbon dioxide measurements at the Venus terminator. *Journal of Geophysical Research*, **117**: E7

Marov Ya. M. 1981. *Planety sol'nechnoj sistemi*. Moskva: Nauka

Tanga P., Wideman T., Sicardy B. 2012. Sunlight refraction in the mesosphere of Venus during the transit on June 8th, 2004. *Icarus*, **218**: 207.

Tarasov V. L., Tarasova N. A. 1982. *Besedy o perelomlenii sveta*. Moskva: Nauka

web1 (pristupljeno 15.8.2012)
http://www.kayelaby.npl.co.uk/general_physics/2_5/2_5_7.html

Nikola Stojanović

Modeling Sunlight Refraction in Venus's Atmosphere During Transit

Refraction of sunlight in the atmosphere of Venus during the Venus transit has been numerically modeled with the aim to reproduce the halo phenomenon, which is visible in the moment when the disk of Venus is located near the Solar limb. Numerical simulation has been performed in Matlab R2012a. The model has shown that the overall radiance of the halo outside the disk of the Sun (compared to Earth) is shinier (because of the refraction of light) than the halo which is located at the disk of the Sun. As a consequence, the appearance of the halo around Venus is not symmetrical. This means that Venus's atmosphere is behaving like a lens for the Sun's light in the background. Modeling has also shown that the limb darkening effect has no influence on the halo's appearance and intensity. 