

Balansirajući robot

Konstruisan je robot sposoban da se održava u ravnotežnom položaju, kao i da se vraća u ravnotežni položaj nakon što je iz njega izveden. Određivanje ugla za koji je robot otklonjen iz ravnotežnog položaja ostvaruje se kombinovanjem rezultata merenja sa akcelerometra i žiroskopa, a pomoću komplementarnog filtra koji je implementiran na mikrokontroleru. Na osnovu informacija o uglu mikrokontroler šalje instrukcije pogonskim motorima, koji za cilj imaju dovođenje robota u ravnotežni položaj.

Uvod

U vremenu kada se nazire kraj eri fosilnih goriva i prevoznih sredstava koja ih koriste, a kada je njihov uticaj na zagađenje životne sredine i više nego vidljiv, primat na tržištu počinju polako da preuzimaju prevozna sredstva koja ne ispuštaju štetne materije u prirodu. Na tržištu već neko vreme postoje automobili koji ili u potpunosti ili jednim delom koriste električnu energiju za pokretanje. Ova vozila čine mali udeo na svetskom tržištu automobila, ali se to veoma brzo menja. Zbog trenutno velike cene ovih vozila ona su više zastupljena u razvijenim zemljama, ali tehnologije izrade postaju sve pristupačnije, tako da će vremenom rasprostranjenost ovih vozila rasti. Osim automobila i motora koji se kreću koristeći električnu energiju, sve popularnija postaju i samobalansirajuća vozila na dva točka. Predstavljena su tržištu 2001. godine od strane Segvej korporacije. Ova vozila su namenjena za transport jedne osobe na manje udaljenosti. Veliku primenu nalaze kao oblik transporta za turiste. Sistem koji omogućava Segveju balansiranje je jedna od najbitnijih stvari za njegovu funkcionisanje. Zahvaljujući ovom sistemu vozilo je stabilno kako tokom stajanja u mestu, tako i tokom vožnje (web 1).

Princip rada

Određivanje orijentacije

Prilikom konstruisanja balansirajućeg robota prva bitna stvar je određivanje ugla za koji je robot otklonjen od ravnotežnog položaja, da bi se

Stefan Krsmanović (1992), Loznica, Dušana Pandurovića 8, učenik 4. razreda Tehničke škole u Loznici

Vladimir Polovina (1994), Kikinda, Josifa Pančića 1v, učenik 3. razreda Tehničke škole u Kikindi

MENTORI:
Filip Panjević, MDCS, Beograd

Teo Šarkić, MDCS, Beograd

Marija Janković, Institut Mihajlo Pupin

kasnije na osnovu tog ugla mogla vršiti korekcija njegovog položaja. Ovaj ugao se može odrediti na više načina. U ovom radu ugao je određen korišćenjem akcelerometra i žiroskopa.

I Akcelerometar

Akcelerometar je elektromehanički uređaj koji se koristi za merenje ubrzanja. Vrednost ubrzanja uređaja zavisi od sila koje deluju na njega. Ove sile mogu biti statičke, kao što je konstantna gravitaciona sila koja deluje na dole, ili mogu biti dinamičke, prouzrokovane kretanjem ili vibracijama akcelerometra. Određivanje ugla za koji je robot otklonjen od ravnotežnog položaja može se dobiti primenom trigonometrijskih transformacija na vrednost gravitacionog ubrzanja koje pokazuje akcelerometar. Problem pri određivanju ugla nastaje zato što akcelerometar horizontalne i vertikalne vibracije detektuje kao promenu ubrzanja. Prisustvo vibracija za posledicu ima veliko odstupanje izračunatog ugla od tačne vrednosti. Zbog ovoga se akcelerometar rekto koristi kao jedini uređaj za određivanje ugla, već se češće koristi u kombinaciji sa drugim uređajima (web 2).

II Žiroskop

Žiroskop je uređaj koji se koristi za merenje ugaone brzine objekta na koji je postavljen. Ugao za koji je taj objekat otkonjen od ravnotežnog položaja dobija se numeričkom integracijom ugaone brzine koju daje žiroskop. Kada se žiroskop nalazi u ravnotežnom položaju on bi trebalo da pokazuje ugao od nula stepeni, međutim usled primene numeričke integracije dolazi do akumuliranja greške. Zbog akumulacije greške, posle nekog vremena žiroskopu u ravnotežnom položaju odgovaraju nenulte vrednosti ugla. Zbog ovoga žiroskop nije povoljno rešenje za određivanje orijentacije (web 4).

U praksi se ugao retko određuje samo pomoću akcelerometra ili žiroskopa, već se koriste oba senzora, pa se vrednosti oba merenja kombinuju o čemu će biti reči kasnije.

III Očitavanje vrednosti sa senzora

Inercijalno merna jedinica (IMJ) je elektronski sklop koji na sebi ima akcelerometre, žiroskope, procesor koji obrađuje rezultate merenja akcelerometra i žiroskopa i modul za komunikaciju. Za potrebe eksperimenta korišćena je inercijalna merna jedinica sa šest stepeni slobode. To znači da na sebi ima akcelerometar za sve tri ose, kao i žiroskop za sve tri ose. U projektu nisu korišćeni obrađeni podaci od procesora koji se nalazi na IMJ već su uzimani neobrađeni podaci sa akcelerometara i žiroskopa. Podaci su kasnije obrađivani na mikrokontroleru. IMJ šalje podatke mikrokontroleru putem serijske komunikacije. Podaci se šalju u setovima podataka pri čemu svaki set sadrži sekvencu podataka sa jednog i drugog senzora. Setovi podataka imaju markere za početak i kraj seta kako bi se obezbedila sigurnost i uspešnost komunikacije sa mikrokontrolerom. Jedinica je podešena tako da putem opisanog protokola podatke sa

akcelerometra i žiroskopa šalje u obliku desetobitnog broja. Korisnik može da zada kolika je perioda odabiranja inercijalne merne jedinice. Dobijeni podaci se u mikrokontroleru pretvaraju u smislene vrednosti, a potom se obrađuju (web 5).

Da bi informaciju o projekciji gravitacione sile sa akcelerometra pretvorili u ugao potrebno je znati koliku vrednost senzor pokazuje kada se nalazi u početnom ravnotežnom položaju (u idealnom slučaju je nula, ali u praksi je neka nenulta vrednost) i osetljivost senzora. Osetljivost senzora je data u katalogima proizvođača (web 6) i ona govori kojom vrednošću treba pomnožiti očitanu vrednost napona da bi se dobila vrednost gravitacione sile, odnosno ugaone brzine (za žiroskop) u željenim jedinicama. Vrednost očitana sa senzora se prvo pretvara u napon koji je srazmeran projekciji gravitacione sile. Od ove vrednosti oduzima se vrednost koju senzor očitava u nultom položaju (offset), pa se zatim sve to množi sa osetljivošću senzora. Dalje, da bi se od informacije o gravitacionoj sili po određenoj osi dobila informacija o uglu za koji je objekat pomeren iz ravnotežnog položaja, po toj istoj osi dobija se primenom trigonometrije. Radi se aproksimacija da je sinus ugla jednak tom uglu. Mana ove aproksimacije trigonometrijske funkcije za uglove veće od 30 stepeni pravi veliku grešku. Međutim, kod balansirajućeg robota stabilizacija se odvija u ospegu od ± 15 stepeni, pa ova greška ne utiče na stabilizaciju. Ugao za koji je objekat pomeren u odnosu na ravnotežni položaj dobijen pomoću akcelerometra iznosi (web 6) :

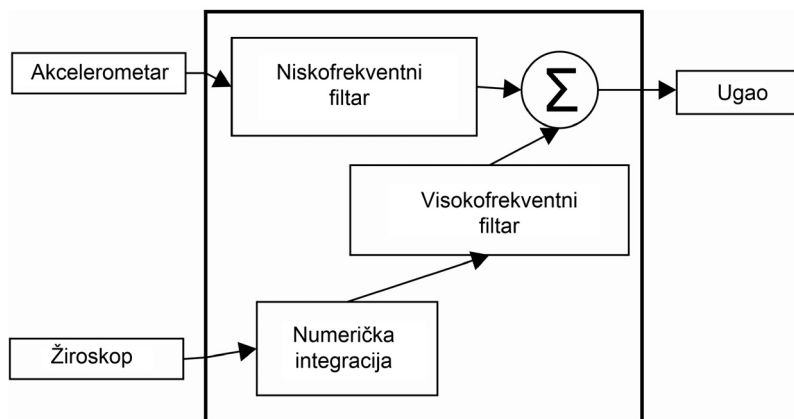
$$\vartheta = \arcsin \left(\frac{V_{\text{out}} - V_{\text{offset}}}{\frac{\Delta V}{\Delta g}} \right) \quad (1)$$

gde je ϑ traženi ugao u radijanima, V_{out} napon sa senzora, koji se dovodi na A/D konvertor mikrokontrolera, V_{offset} napon koji senzor pokazuje kada se nalazi u početnom ravnotežnom položaju i $\Delta V/\Delta g$ osetljivost senzora, koja je data u katalogima proizvođača (web 5). Ugaonu brzinu nije potrebno pretvarati u odgovarajući ugao, jer se ona kao takva obrađuje komplementarnim filtrom. Potrebno ju je prevesti u odgovarajuće jedinice (radijane u sekundi). Postupak za ovo je identičan postupku dobijanja gravitacione sile sa akcelerometra.

IV Komplementarni filter

Pošto ni akcelerometar ni žiroskop pojedinačno nisu dovoljno precizni, koriste se razni filtri koji ispravljaju njihove nedostatke. Najčešće se koriste komplementarni (slika 1) i Kalmanov filter. Kalmanov filter je teorijski idealan filter za kombinovanje vrednosti dobijenih sa senzora (akcelerometra i žiroskopa). Ovaj filter se koristi u profesionalnim sistemima

za navigaciju, veoma je precizan i pouzdan. Međutim, Kalmanov filter je kompleksan i postoje različite forme Kalmanovog filtra namenjene za različite primene. Usled kompleksnosti i velikog broja operacija Kalmanov filter je procesorski zahtevan. Komplementarni filter poseduje zadovoljavajuću brzinu i preciznost za potrebe balansirajućeg robota i nije previše procesorski zahtevan, pa se kao takav nameće kao optimalno rešenje (web 8).



Slika 1.
Blok šema komplementarnog filtra

Figure 1.
Block diagram of complementary filter

Ulazi komplementarnog filtra su vrednosti ugaoone brzine objekta, izmerene žiroskopom i vrednosti ugla pod kojim se objekat nalazi u odnosu na početni ravnotežni položaj, dobijene pomoću akcelerometra.

Elementi komplementarnog filtra su: niskofrekventni filter, numerička integracija i visokofrekventni filter.

1. Niskofrekventni filter – upotreba ovog filtra ima za cilj da propusti samo niskofrekventne promene signala sa senzora na izlaz filtera, a da one visokofrekventne eliminiše. Ako je ugao koji očitava akcelerometar nula i naglo skoči na deset, filter bi trebao da reaguje na sledeći način: izlaz filtera, ne pokazuje odmah ugao od deset stepeni, već se taj ugao postepeno povećava, ako se objekat duže vremena zadrži u tom položaju, na izlazu filtera će posle nekog vremena biti deset stepeni. Samo dugotrajne promene signala se propagiraju na izlaz filtera. Nedostatak ovog filtra je kašnjenje koje se javlja zbog postepene, a ne skokovite promene izlaza. Jednačina niskofrekventnog filtra:

$$\varphi(t + 1) = k\varphi(1 - k)\theta(t + 1) \quad (2)$$

gde je φ ugao, koji se dobija na izlazu niskofrekventnog filtra, θ ugao koji se dobija sa akcelerometra i koji se dovodi na ulaz niskofrekventnog filtra i k konstanta niskofrekventnog filtra o kojoj će biti reči nešto kasnije.

2. Numerička integracija – numeričkom integracijom ugaone brzine dobija se ugao na sledeći način: trenutni ugao se dobija tako što se na prošli ugao doda brzina promene ugla. Brzina promene ugla je ugaona brzina pomnožena sa vremenskom konstantom, koja predstavlja vreme između dva uzastopna odbirka signala sa senzora. U našem slučaju jednačina glasi:

$$\varphi(t + 1) = \varphi(t) + \omega(t + 1)dt \quad (3)$$

gde je φ ugao koji se dobija posle procesa numeričke integracije, ω ugaona brzina koja se dobija od žiroskopa i dt period odabiranja, odnosno vreme koje protekne između dva očitavanja vrednosti sa senzora. Prednosti ovog postupka su korišćenje samo jednog senzora (žiroskopa) i brzina (nema kašnjenja kao kod niskofrekventnog filtra). Nedostaci su greške koje se javljaju usled postupka integracije signala sa žiroskopa o kojima je već bilo reči. Greška žiroskopa se otklanja primenom visokofrekventnog filtra.

3. Visokofrekventni filter – ovaj filter radi potpuno suprotno od niskofrekventnog. Propušta visokofrekventne promene na izlaz, dok one niskofrekventne eliminiše. Uloga visokofrekventnog filtra je da otkloni proces akumulacije greške usled integracije, odnosno da minimizuje ovaj efekat (web7).

Kada znamo ulogu i princip rada svih filtra, možemo da ih spojimo u celinu i izvedemo prenosnu jednačinu komplementarnog filtera. Period odabiranja je veličina data u katalogima proizvođača, i obično se može birati između nekoliko vrednosti. Vremenska konstanta komplementarnog filtra predstavlja vreme tokom kojeg signal sa senzora deluje na filter. Kod niskofrekventnog filtra, signali koji traju dosta duže od njegove vremenske konstante prolaze kroz filter neizmenjeni, dok oni signali koji traju kraće budu eliminisani. Vremenska konstanta τ data je jednačinom:

$$\tau = \frac{kdt}{1 - k} \quad (4)$$

gde je k konstanta niskofrekventnog filtra i dt period odabiranja senzora.

Ugao φ koji se dobija na izlazu komplementarnog filtera određen je jednačinom:

$$\varphi(t + 1) = k(\varphi(t) + \omega(t + 1)dt) + (1 - k)\theta(t + 1) \quad (5)$$

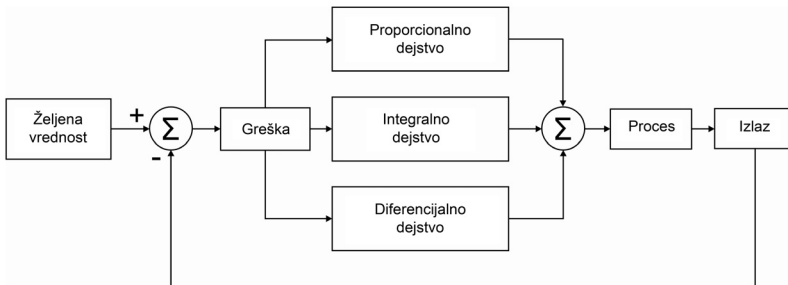
gde je $(1 - k)\theta(t + 1)$ deo niskofrekventnog filtra koji deluje na akcelometar dok $k(\varphi(t) + \omega(t + 1)dt)$ predstavlja visokofrekventni filter koji deluje na numeričku integraciju ugaone brzine. Na osnovu ugla dobijenog na izlazu komplementarnog filtra vrši se upravljanje motorima.

Upravljanje motorima

Da bi se robot održao u ravnotežnom položaju, sistem koji ga kontroliše treba da reaguje na sledeći način: deo za određivanje ugla detektuje ovu promenu i informaciju o njoj prosleđuje motorima, koji treba da pokrenu točkove na istu stranu na koju je robot počeo da pada. Ako motori poseduju momenat i brzinu dovoljnu da spreče robota koji pada on će se u jednom trenutku vratiti u ravnotežni položaj, ali će zatim zbog inercije krenuti da pada na drugu stranu. Kada se ovo desi sistem ponovo treba da reaguje na isti način. Vidimo da se ovakvom reakcijom sistem ne može dovesti u ravnotežni položaj, nego u najboljem slučaju u stanje konstantnog oscilovanja oko ravnotežnog položaja. Kada je potrebna potpuna kontrola položaja koriste se napredniji sistemi kontrole koji su sposobni da dovedu sistem u stabilno stanje. Postoji više različitih načina kontrole, u ovom radu je korišćen jedan od najpoznatijih načina kontrole, a to je PID kontrola.

I PID kontrola

U načelu PID (Nikolić i Martinović 2006) kontroler (slika 2) se može izvesti kao paralelan spoj tri kontrolera, koja imaju proporcionalno, integralno i diferencijalno dejstvo. Na zajednički ulaz ovih kontrolera dovodi se ulazna veličina, a rezultujuća izlazna veličina dobija se kao zbir svih izlaznih veličina pojedinih kontrolera. Proporcionalno delovanje kontrolera karakteriše se proporcionalnom zavisnošću izlazne i ulazne veličine. Ulazna veličina je greška, koja se definiše kao razlika željene vrednosti i stvarne, izmerene vrednosti koju regulišemo. Izlazna veličina je kontinualni upravljački signal koji pobuđuje izvršne uređaje sve dok regulisanu vrednost ne dovedu u željeni položaj. Sistemi sa proporcionalnim delovanjem su brzi, ali ne mogu uvek da dovedu sistem u stabilno stanje. Integralno delovanje kontrolera je srazmerno zbiru svih prethodnih grešaka. Ovo delovanje u većini slučajeva otklanja zaostalo odstupanje regulisane veličine. To znači da će se izvršni organ kod ovog tipa kontrolera kretati sve dok regulisana veličina ne dostigne svoju zadatu vrednost. Međutim



Slika 2.
Blok šema PID kontrolera

Figure 2.
Block diagram of PID controller

dejstvo integralnog kontrolera je relativno sporo, zbog čega se retko koristi kao samostalna jedinica. Izlaz kontrolera sa diferencijalnim delovanjem je srazmeran brzini promene ulazne veličine. Pravilnom primenom diferencijalnog dejstva smanjuje se preskok i ubrzava eliminacija greške u ustaljenom stanju. Ovo dejstvo se nikad ne upotrebljava samo već u kombinaciji sa proporcionalnim ili proporcionalno-integralnim dejstvom.

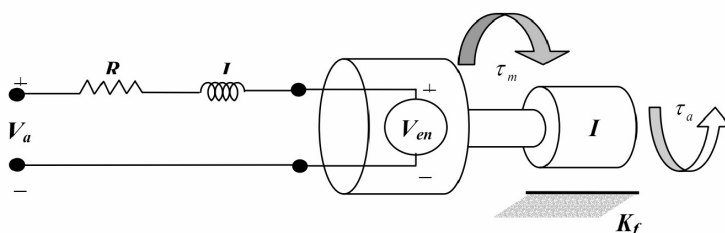
Za kontrolu balansirajućeg robota korišćen je kontroler sa proporcionalnim i diferencijalnim dejstvom. Eksperimentalno je utvrđeno da je greška u stabilnom stanju zanemarljivo mala, te nema potrebe za korišćenjem integralnog dejstva. Koeficijenti kontrolera su podešeni upotrebom Zigler – Nikolsovog metoda. Podešavanje koeficijenta ovim metodom se vrši na sledeći način: prvo se podešava koeficijent proporcionalnog dejstva dok se sistem ne dovede u stanje oscilovanja oko ravnotežnog položaja, zatim se iz tabele očitavaju vrednosti za ostale koeficijente, u našem slučaju koeficijent diferencijalnog dejstva.

Modelovanje sistema

Opisivanje dinamike kretanja robota matematičkim jednačinama radi se u cilju razvijanja efikasnog sistema za kontrolisanje balansirajućeg robota. U ovom poglavlju će biti prikazane jednačine kretanja robota, koji se aproksimira kao obrnuto klatno povezano za osovinu na kojoj se nalaze dva točka, kao i jednačine za linearni model motora jednosmerne struje.

I Linearni model motora jednosmerne struje

Ovaj model je potreban za kreiranje modela dinamike kretanja balansirajućeg robota, jer iz njega dobijamo odnos između napona dovedenog na priključke motora i kontrolnog momenta potrebnog za stabilizaciju robota.



Slika 3.
Blok šema motora jednosmerne struje

Figure 3.
Block diagram of DC motor

Na slici 3 prikazana je blok šema motora jednosmerne struje sa fizičkim veličinama koje deluju na motor. Kada se na motor dovede napon V_a struja počinje da teče kroz namotaje motora. Motor proizvodi momentat τ_m koji je direktno srazmeran struji i . Ovo je prikazano jednačinom 6:

$$\tau = k_m i. \quad (6)$$

Redna veza otpornika R i kalema L zajedno sa kontra elektromotor-
nom silom se koriste za modelovanje električnog kola motora jedno-
smerne struje. Kontra elektromotorna sila V_e nastaje usled pomeranja
namotaja motora u magnetnom polju. Generisani napon se može aproksi-
mirati kao linearna funkcija ugaone brzine ω , što je dato u jednačini 7:

$$V_e = k_e \omega \quad (7)$$

Sada možemo napisati diferencijalnu jednačinu električnog kola mo-
tora upotrebom Drugog Kirhofovog zakona. Zakon kaže da suma napona
na svim elementima u kolu mora biti nula. To se zapisuje kao:

$$V_a - Ri - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (8)$$

U jednačini kretanja motora trenje osovine motora k_f se aproksimira
kao linearna funkcija ugaone brzine motora. Njutnov zakon kretanja go-
vori da je suma svih momenata koji deluju na osovinu motora direktno
srazmerna inercijalnom opterećenju namotaja motora I_R . Jednačinom 9 je
predstavljen ovaj zakon:

$$\sum M = \tau_m - k_f \omega - \tau_a = I_R \dot{\omega} \quad (9)$$

gde je τ_m — momenat koji proizvodi motor, a τ_a — momenat inercije.

Uvrštavanjem jednačina 6 i 7 u jednačine 8 i 9 i njihovim sređiva-
njem dobijamo sledeće dve jednačine, koje su osnovne jednačine koje opi-
suju kretanje motora:

$$\frac{di}{dt} = \frac{R}{L} i + \frac{K_e}{L} \omega + \frac{V_a}{L} \quad (10)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_m}{I_R} i + \frac{-k_e}{I_R} \omega + \frac{\tau_a}{I_R} \quad (11)$$

Obe jednačine su linearne funkcije električne struje i brzine i one su
diferencijalne jednačine prvog reda. Uprošćeni model motora jednosmerne
struje je dovoljan za potrebe modelovanja balansirajućeg robota. Iz tog
razloga induktivnost motora i trenje se smatraju zanemarljivim i uzima se
da su nula. Jednačine 10 i 11 sada izgledaju:

$$i = -\frac{k_e}{R} \omega + \frac{1}{R} V_a \quad (12)$$

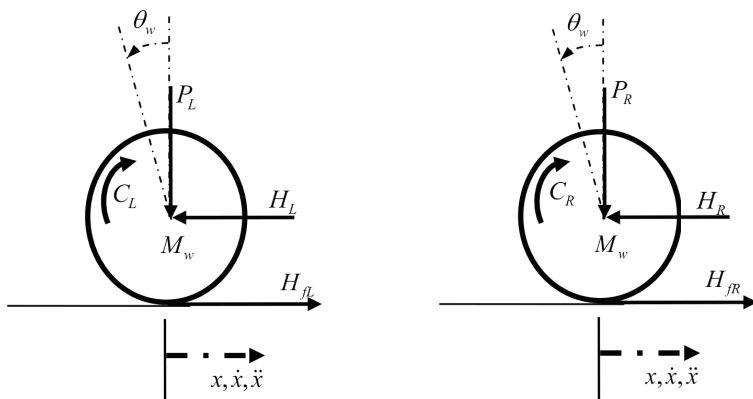
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_m}{I_R} i - \frac{\tau_a}{I_R} \quad (13)$$

Dinamika kretanja motora jednosmerne struje može biti predstavljena
modelom stanja. To je sistem diferencijalnih jednačina prvog reda sa

parametrima pozicije θ i brzine ω , koji jednoznačno definišu stanje motora. Ulazni parametri su napon doveden na priljučke motora i momenat. Jednačina stanja dobija se uvrštavanjem i transformacijama datih jednačina. Međutim, jednačina stanja motora se ne koristi prilikom izvođenja jednačine stanja celokupnog sistema pa neće biti data ovde.

II Model balansirajućeg robota

Već je rečeno da će se robot aproksimirati kao obrnuto klatno povezano za osovinu na koju su postavljena dva točka. Dinamika kretanja točkova i klatna se analiziraju posebno u početku, ali će ova analiza kasnije dovesti do dve jednačine kretanja koje u potpunosti opisuju ponašanje balansirajućeg robota. Na ponašanje robota pored kretnog momenta kojeg stvaraju pogonski motori utiču i razne smetnje i poremećaji, koji moraju biti uzeti u obzir prilikom pravljenja matematičkog modela. Prvo ćemo postaviti jednačine kretanja vezane za točkove. Kako su jednačine za oba točka identične, biće date jednačine samo za desni točak. Na slici 4 je prikazan dijagram točkova zajedno sa fizičkim veličinama koje deluju na njih.



Slika 4. Dijagram točkova robota

x – pomeraj točka, \dot{x} – brzina točka, \ddot{x} – ubrzanje točka, θ – ugaoni pomeraj, H, P – reakciona sila između točka i šasijske, H_f – sila trenja između točka i podloge, C – moment kojim motor deluje na točak, M – masa točka

Figure 4. Diagram of robot wheels

x – wheel displacement, \dot{x} – wheel velocity, \ddot{x} – wheel acceleration, θ – angular displacement, H, P – chassis-wheel reaction force, H_f – friction force, C – motor angular force momentum, M – wheel mass

Pomeraj točka po horizontalnoj osi označen je sa h . Upotrebom Njutnovog zakona kretanja, suma sila F_x koje deluju po horizontali je:

$$\sum F_x = M_w \ddot{x}$$

$$M_w \ddot{x} = H_{fr} - H_R \quad (16)$$

gde je M_w masa točka, \dot{x} drugi izvod pomeraja točka, odnosno ubrzanje točka po horizontalnoj osi, H_{fr} sila trenja između točkova i podloge i H_R reakciona sila između točka i šasijske.

Ugao za koji je točak otklonjen iz ravnotežnog položaja označen je sa θ_w . Suma sila koje deluju oko centra točkova:

$$\sum M_a = I_w \ddot{\theta}$$

$$M_w \ddot{\theta}_w = C_R - H_{fr} r \quad (17)$$

gde je I_w moment inercije točka, $\ddot{\theta}_w$ drugi izvod ugla za koji je točak otklonjen iz ravnotežnog položaja, odnosno ugaono ubrzanje točka, C_R moment kojim motor deluje na točak i r prečnik točka.

Iz modela motora jednosmerne struje znamo da se momenat motora τ_m može prikazati kao:

$$\tau_m = I_R \frac{d\omega}{dt} + \tau_a \quad (18)$$

Sređivanjem jednačine i ubacivanjem parametara iz modela motora jednosmerne struje, dobija se momenat točka C_R :

$$C_R = I_R \frac{d\omega}{dt} = \frac{-k_m k_e}{R} \dot{\theta}_w + \frac{k_m}{R} V_a \quad (19)$$

gde je $\dot{\theta}$ prvi izvod ugla otklona točka, odnosno ugaona brzina točka.

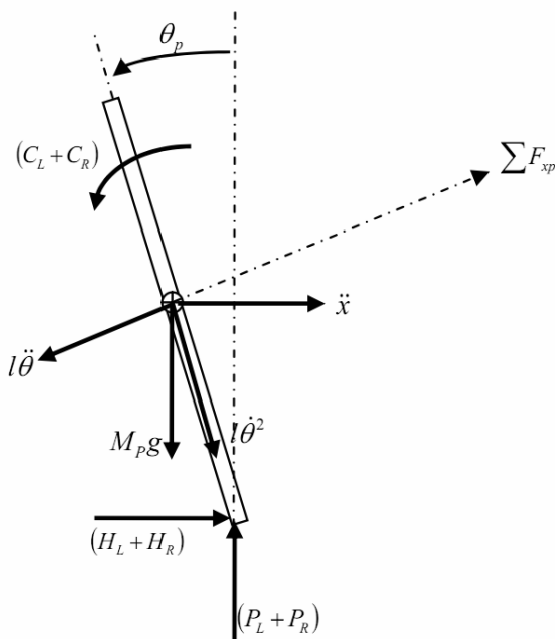
Pošto su postavljene polazne jednačine kretanja za točkove, ostalo je još da se postave jednačine kretanja šasijske robota. Šasija robota se može predstaviti kao obrnuto klatno što prikazuje slika 5.

Ugao za koji je šasija otklonjena iz ravnotežnog položaja označen je sa θ_p . Kao i kod točkova, korišćenjem Njutnovog zakona kretanja nalazimo sumu sila koje deluju po horizontali:

$$\sum F_x = M_p \ddot{x}$$

$$(H_L + H_R) - M_p l \ddot{\theta}_p \cos \theta_p + M_p l \dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p = M_p \ddot{x} \quad (20)$$

gde je M_p masa šasijske robota, l dužina obrnutog klatna, $H_L + H_R$ zbir reakcionih sila između levog i desnog točka i šasijske, $\dot{\theta}$ prvi izvod ugla otklona šasijske, odnosno ugaona brzina šasijske i $\ddot{\theta}$ drugi izvod ugla otklona šasijske, odnosno ugaono ubrzanje šasijske.



Slika 5. Obrnuto klatno
 θ_p – ugao otklona, C – moment kojim točak deluje na šasiiju, M_p – masa šasiije, H, P – reakcione sile između točka i šasiije, g – gravitaciono ubrzanje, F_x – horizontalne sile

Figure 5. Inverted pendulum
 θ_p – displacement angle, C^p – wheel angular momentum of force, M_p – chassis mass, H, P – wheel-chassis reaction force, g – gravitational acceleration, F_x – horizontal force

Suma sila koje deluju normalno na klatno F_{xp} :

$$F_{xp} = M_p \ddot{x} \cos \theta_p$$

$$(H_L + H_R) \cos \theta_p + (P_L + P_R) \sin \theta_p - M_p g \sin \theta_p - M_p l \ddot{\theta}_p = M_p \ddot{x} \cos \theta_p$$

(21)

gde je g gravitaciono ubrzanje i $P_L + P_R$ zbir reakcionih sila između levog i desnog točka i šasiije robota.

Suma momenata oko centra mase klatna:

$$\sum M_a = I_R \ddot{\theta}_p$$

$$-(H_L + H_R)l \cos \theta_p - (P_L + P_R)l \sin \theta_p - (C_L + C_R) = I_R \ddot{\theta}_p \quad (22)$$

gde je I_R moment inercije šasiije i $C_L + C_R$ zbir momenata kojim levi i desni točak deluju na šasiiju robota.

Momentat kojim se deluje na klatno preko motora:

$$C_L + C_R = \frac{-2k_m k_e \dot{x}}{R r} + \frac{2k_m}{R} V_a \quad (23)$$

Uvrštavanjem i spajanjem jednačina koje definišu kretanje točkova i obrnutog klatna i posle niza matematičkih transformacija dobija se jednačina stanja (Ritch Chi Ooi 2003):

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2k_m k_e (M_p l r - I_p - M_p l^2)}{R r^2 \alpha} & \frac{M_p g l^2}{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{2k_m k_e (r\beta - M_p l)}{R r^2 \alpha} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2k_m (I_p - M_p l^2 - M_p l r)}{R r \alpha} \\ 0 \\ \frac{2k_m (M_p l - r\beta)}{R r \alpha} \end{bmatrix} \quad (24)$$

gde je:

$$\beta = (2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p)$$

$$\alpha = I_p + 2M_p l^2 \left(M_w + \frac{I_w}{r^2} \right)$$

Kontrolabilnost je veoma važna osobina kontrolnih sistema, i igra važnu ulogu u mnogim problemima kontrole, kao što su stabilizacija nestabilnih sistema pomoću povratne sprege, ili pronalaženje optimalne kontrole. Za sistem kažemo da je potpuno kontrolabilan (Đurović i Kovačević 2006) ukoliko se za bilo koje početno stanje i bilo koje željeno stanje može odrediti upravljačka sekvenca, tako da sistem posle određenog broja perioda odabiranja počev od početnog stanja stigne u željeno stanje. Iz jednačine stanja se može odrediti da li je sistem kontrolabilan ili ne, primenom određenih matematičkih transformacija. Kontrolabilnost sistema za sistem opisan jednačinama stanja oblika

$$\dot{x} = Ex + Fu$$

se proverava određivanjem ranga matrice. Ovako postavljen sistem u opštem slučaju jeste kontrolabilan pri korišćenju motora jednosmerne struje i ovakve topologije robota. Potvrda kontrolabilnosti sistema daje motivaciju za eksperimentalno utvrđivanje kontrolabilnosti. Da bi se ispitala kontrolabilnost sistema koji je realizovan, potrebno je poznavati sve parametre kako korišćenih motora, tako i cele konstrukcije robota.

Konstrukcija robota

Tokom rada na projektu promenjeno je nekoliko različitih konstrukcija robota koje se mogu razvrstati u dve grupe: konstrukcija sa servo motorima i konstrukcija sa motorima jednosmerne struje. Suštinska razlika između ove dve konstrukcije jeste način kontrole pogonskih motora. Servo motori se kontrolišu slanjem unapred definisanog signala na njihovu kontrolnu elektrodu, dok je za kontrolu motora jednosmerne struje potrebno imati kolo za pobudu motora kao posrednik između mikrokontrolera i motora.

I Konstrukcija sa servo motorima

Kontrola servo motora vrši se slanjem impulsno-širinski modulisanog signala na kontrolnu elektrodu. Brzina i smer obrtanja osovine servo motora zavisi od trajanja impulsa u periodu kontrolnog signala. Ovo vreme je standardizovano za većinu servo motora, tako da perioda kontrolnog signala traje 20 ms. Za impuls trajanja 1.5 ms osovina servo motora se ne obrće. Ukoliko impuls traje od 1.5 ms do 2 ms osovina motora se obrće u smeru kazaljke na satu brzinom koja zavisi od dužine trajanja impulsa (impuls od 2 ms znači najveću brzinu u tom smeru, dok impuls od nešto preko 1.5 ms znači najmanju brzinu). Isto tako, impuls od 1 ms do 1.5 ms znači obrtanje osovine servo motora u smeru suprotnom smeru kazaljke na satu, kao i kod suprotnog smera brzina obrtanja je srazmerna trajanju impulsa (impuls od 1 ms znači najveću brzinu obrtanja u datom smeru, dok je impuls nešto manji od 1.5 ms znači najmanju brzinu). Napajanje servo motora mora biti nezavisno od napajanja mikrokontrolera, jer bi u suprotnom rad servo motora izazivao smetnje (nagle promene struje) koje dovode do resetovanja mikrokontrolera. Brzina i smer obrtanja motora menjan je na osnovu informacije o uglu za koji je robot otklonjen iz ravnotežnog položaja, koristeći PD kontrolu. Problem kod stabilizacije robota korišćenjem servo motora kao pogonskih motora se javlja zbog nedovoljno velike brzine promene smera i brzine obrtanja servo motora. Zbog ovoga servo motori nisu mogli da kontrolišu robota, pa je on usled inercije svaki put padao.

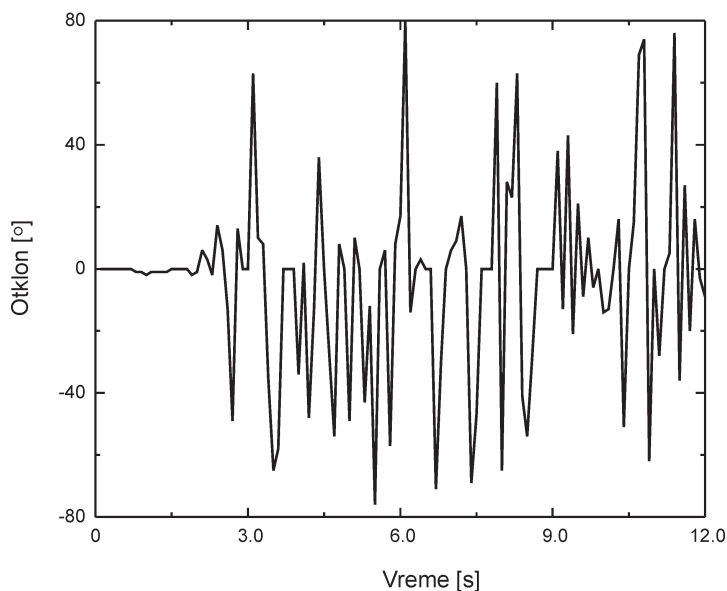
II Konstrukcija sa motorima jednosmerne struje

Da bi se omogućila promena smera obrtanja motora jednosmerne struje kao i promena brzine obrtanja kao interfejs između mikrokontrolera i motora postavlja se kolo za pobudu motora. Na ulaz kola za pobudu motora se dovodi impulsno-širinski modulisan signal kojim se određuje brzina obrtanja kao i dva kontrolna impulsa, kojima je jednoznačno određen način rada (obrtanje u smeru kazaljke na satu, obrtanje u smeru suprotnom od smera kazaljke na satu kao i privremeno isključivanje motora). Na izlaz kola za pobudu priključuje se motor. Kao i kod servo motora

napajanje motora mora biti nezavisno od napajanja mikrokontrolera zbog smetnji koje se javljaju prilikom rada motora jednosmerne struje. Zbog velikih vibracija koje motori jednosmerne struje prenose na konstrukciju robota, a koje utiču na tačnost merenja akcelerometrom, inercijalna merna jedinica je postavljena u sunder. Korišćenje motora jednosmerne struje pokazalo se kao delotvorno i koristeći PD kontrolu motori su uspeli da dovedu robota u ravnotežni položaj.

Rezultati testiranja i obrada merenja

Vršena su merenja ugla otklona robota pokretanog motorima jednosmerne struje pri korišćenju različitih metoda za određivanje ugla otklona. Izvršeno je više merenja za tri različita metoda određivanja ugla. Prvi metod podrazumeva merenje ugla samo pomoću akcelerometra. Kod drugog metoda se vrednost ugla koja se dobija pomoću akcelerometra propušta kroz niskofrekventni filtar. Treći metod je onaj koji se koristi u finalnoj verziji robota, a to je određivanje ugla kombinovanjem rezultata merenja akcelerometra i žiroskopa pomoću komplementarnog filtra. Nije vršeno merenje u kome se za određivanje ugla otklona koristi samo žiroskop, zbog akumulacije greške koja se javlja prilikom integracije ugaone brzine koja se dobija od žiroskopa.



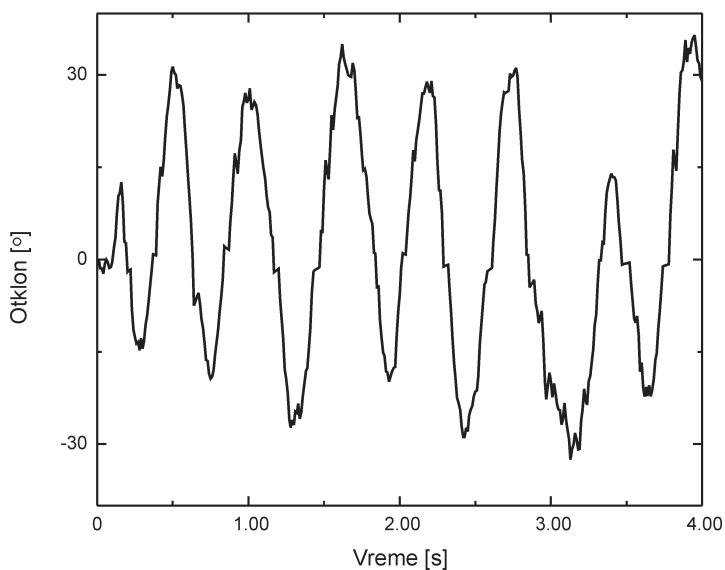
Slika 6.
Promena ugla otklona
robota u vremenu
(samo akcelerometar)

Figure 6.
Declension of angle
displacement (only
accelerometer)

Promena ugla otklona robota u vremenu prikazana je na slici 6. Ugao, za koji je robot otklonjen od ravnotežnog položaja, određivan je samo pomoću akcelerometra. Vidimo da su promene ugla nagle, što je

posledica vibracija koje deluju na akcelerometar. Zadržavanje robota u ravnotežnom položaju je nemoguće. On osciluje oko ravnotežnog položaja u opsegu od ± 60 stepeni. Usled izlaska ugla iz opsega od ± 30 stepeni, gde je određivanje ugla korišćenjem aproksimacije trigonometrijske funkcije tačnije, kontrola robota je još slabija.

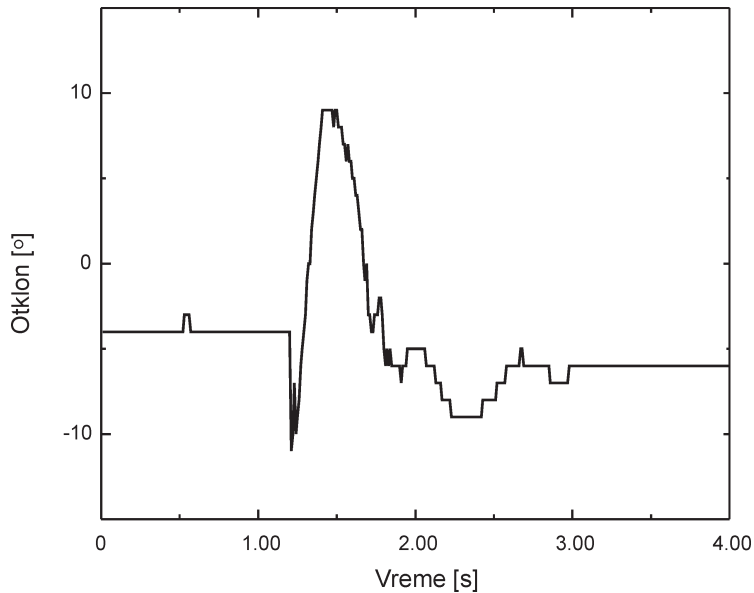
Slika 7 takođe predstavlja promenu ugla otklona robota u vremenu, međutim ovde je za određivanje ugla korišćen akcelerometar i niskofrekventni filtar. Vidimo da su nagle promene ugla eliminisane, ali nije postignut cilj kontrole, tj. dovođenje robota u ravnotežni položaj i njegovo zadržavanje na njemu. Robot kao i u prethodnom slučaju osciluje oko ravnotežnog položaja, ali sa manjom periodom i amplitudom. Primena niskofrekventnog filtra za posledicu ima sporiji odziv sistema. Zbog toga se ne može ostvariti potpuna kontrola robota.



Slika 7.
Promena ugla otklona robota u vremenu (akcelerometar i niskofrekventni filtar)

Figure 7.
Declension of angle displacement (accelerometer and low-pass filter)

Konačno, na slici 8 je prikazana promena ugla za koji je robot otklonjen u vremenu, gde je ugao određivan primenom komplementarnog filtra na vrednosti dobijene merenjem akceleromtom i žiroskopom. Na grafiku se vidi dejstvo implementiranog PD kontrolera. Posle nekog vremena nakon dovođenja robota u ravnotežni položaj delovanjem spoljne sile robot je izveden iz ravnotežnog položaja. Robot prvo pravi preskok ravnotežnog položaja, zatim još jedan manji preskok u suprotnu stranu, da bi se na kraju ponovo zaustavio u ravnotežnom položaju. Robot ostaje u ravnotežnom položaju sve dok na njega ponovo ne počne da deluje neka spoljna sila.



Slika 8.
Promena ugla otklona
robota u vremenu
(komplementarni filter)

Figure 8.
Declension of angle
displacement
(complementary filter)

Zaključak

Korišćenjem komplementarnog filtera za kombinovanje merenja sa akcelerometra i žiroskopa kao sistema za određivanje orijentacije robota i proporcionalno-diferencijalnog regulatora za upravljanje motorima jednosmerne struje ostvarena je stabilizacija robota na dva točka. Takođe, robot je u stanju da se vrati u ravnotežni položaj nakon što je iz njega izveden. Korišćenjem Kalmanovog umesto komplementarnog filtra i finijim podešavanjem koeficijenata PD regulatora poboljšalo bi se vreme odziva sistema kao i brzina stabilizacije, što se postavlja kao dalji rad na projektu. Poznavanje svih parametara sistema omogućilo bi efikasnije projektovanje samog regulatora. Takođe, dalji rad na projektu predstavlja implementacija sistema za kretanje robota na zahtev korisnika.

Literatura

- Đurović Ž., Kovačević B. 2006. Sistemi automatskog upravljanja. Beograd: Akademska misao i Elektrotehnički fakultet
- Nikolić G., Martinović D. 2006. Osnove automatskog upravljanja. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
- Rich Chi Ooi 2003. Balancing a Two-Wheeled Autonomus Robot. The University of Western Australia, School of Mechanical Engineering
- web 1. <http://www.segway.com/about-segway/segway-technology.php>
- web 2. <http://www.omega.com/prodinfo/accelerometers.html>
- web 3. <http://www.dimensionengineering.com/accelerometers.htm>

web 4. <http://sensorwiki.org/doku.php/sensors/gyroscope>

web 5. http://www.sparkfun.com/datasheets/Sensors/IMU/SFE-0012-DS-6DOFAtomic_v3.pdf

web 6. http://www.freescale.com/files/sensors/doc/app_note/AN3107.pdf

web 7. <http://tom.pycke.be/mav/70/gyroscope-to-roll-pitch-and-yaw>

web 8. <http://web.mit.edu/scolton/www/filter.pdf>

Stefan Krsmanović and Vladimir Polovina

Two Wheels Self Balanced Robot

The aim of this project is the construction of a robot capable of staying in equilibrium position and returning to the equilibrium position after it is removed from it by action of some external force. Angle of deflection of the robot from equilibrium position is determined by combining the measurement results from accelerometer and gyroscope in a complementary filter. The complementary filter is implemented on the microcontroller. Based on information of angle of deflection microcontroller sends instructions to motors. The aim of the motors is to return a robot into equilibrium position.

