

Transverzalni modovi optičkog rezonatora

U ovom radu smo razmatrali poprečne raspodele intenziteta zraka koji napušta optički rezonator. Sni- mili smo osnovni mod, prvi i drugi mod (u literaturi najčešće obeleženi kao TEM₀₀, TEM₀₁ i TEM₀₂). Potvrdili smo da se ovi modovi mogu opisati Gaus- Ermitovim polinomima. Pri prelasku iz jednog moda u drugi, javljaju se prelazna stanja. Pokazali smo da se analizom raspodela intenziteta prelaznih stanja ne može izvesti opšta zakonitost po kojoj se ona smenjuju. Prelazna stanja su trajala 1.5-3 puta duže od modova. Izmereno je da je snaga čistih modova i do 100 puta veća od snage prelaznih stanja.

Uvod

Jedan od najbitnijih delova lasera je optički rezonator. Optički rezonator je deo prostora (dužine d) ograničen dvema paralelnim reflektujućim površinama (ogledalima poluprečnika zakrivljenosti R), u kome se pojačava zračenje. Pojačavanje zračenja treba da je u uskom pojasu učestanosti. U zavisnosti od oblika ogledala i rastojanja među njima, rezonatori se dele na planparalelne ($R_1 = \infty$, $R_2 = \infty$), koncentrične ($R_1 + R_2 = d$), konfokalne ($R_1 = R_2 = 2d$) i hemisferične ($R_1 = \infty$, $R_2 = d$) (Konjević 1981).

Bitna karakteristika lasera je poprečna raspodela intenziteta zračenja u snopu. Raspodela intenziteta se drugačije naziva mod (postoje i longitudinalni modovi, ali kako se ovaj rad bavi samo transverzalnim, u daljem tekstu ćemo pod modom podrazumevati poprečni mod).

U većini slučajeva položaj ogledala optičkog rezonatora je fiksiran. Zrak koji napušta takav optički rezonator je opisan konstantnim modom, koji najčešće ima Gausovu raspodelu intenziteta (osnovni mod) ili raspodelu opisanu Gaus-Ermitovim polino-

mima (viši modovi). Ako se osobine rezonatora, kao što su paralelnost i udaljenost ogledala, menjaju u toku vremena, modovi nisu konstantni, već se menjaju, odnosno prelaze iz jednog u drugi. U tom slučaju, osnovni mod i viši modovi se nazivaju čistim modovima (predstavljaju samo jedan mod bez primesa drugog), dok se između čistih modova javljaju prelazna stanja (Demtröder 2003).

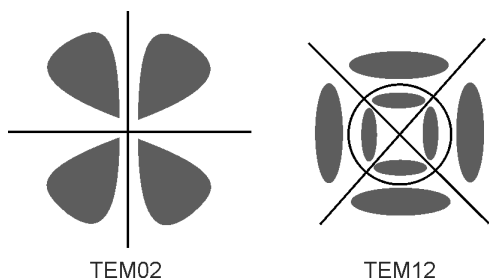
Poprečni modovi se obeležavaju oznakom TEM (eng. Transverse Electromagnetic Modes). Uz oznaku stoje i indeksi p i q (TEM_{pq}) koji opisuju karakteristike datog moda. Indeks p predstavlja broj radijalnih, a q broj ugaonih polja koja presecaju dati mod. TEM₀₀ predstavlja osnovni mod u obliku kruga, čija je raspodela Gausova (MRL 2009). Na primer, TEM₀₂ ne presecaju radijalna polja, već 2 ugaona, pa će izgledati kao na slici 1 levo. TEM₁₂ će izgledati kao TEM₀₂ koji je presečen jednim radijalnim poljem (slika 1 desno).

Transverzalni modovi lasera direktno utiču na osobine lasera, kao što su žižna dubina i prečnik žižne tačke. Žižna dubina (označena kao DOF, eng. Depth of Focus) je definisana kao rastojanje duž koga laserski zrak, prethodno propušten kroz sabirno sočivo, ima konstantan intenzitet ($\pm 5\%$). Parametar moda TEM_{pq} je obrnuto srazmeran žižnoj dubini. Obično je poželjna veća žižna dubina, jer je za uspešniju primenu potrebna uniformna gustina energije lasera. Prečnik žižne tačke određuje maksimalnu vrednost energije zraka lasera propuštenog kroz sabirno sočivo. Što je manji prečnik, veća je gustina energije. Sa porastom parametara p i q raste minimalni mogući prečnik žižne tačke. Za primenu lasera u industriji za obradu materijala i hirurgiji, potreban je uzan laserski snop velike snage. Zato se u ove i slične svrhe mahom koriste laseri koji rade u osnovnom (TEM₀₀) modu, jer on ima najmanje vrednosti parametara p i q .

Tamara Đorđević (1992), Niš, Hajduk Veljkova 34a, učenica 2. razreda gimnazije „Svetozar Marković“ u Nišu

Marko Živanović (1992), Svrliig, Mladenova bb, učenik 2. razreda gimnazije „Svetozar Marković“ u Nišu

MENTOR: mr Aleksandar Krmpot, Institut za fiziku, Zemun



Slika 1. Izgled modova TEM₀₂ i TEM₁₂. Pravama su obeležena ugaona a krugovima radijalna polja koja presecaju dati mod.

Figure 1. Appearance of modes TEM₀₂ and TEM₁₂. The angular fields which transect the mode are marked with lines, while the radial fields are marked with circles.

Prelazna stanja su manje izučavana od osnovnih. Zato je jedan deo našeg rada posvećen razmatranju prelaznih stanja i ispitivanju dinamike njihovog pojavljivanja.

Cilj našeg rada je proučavanje poprečnih modova optičkog rezonatora sa promenljivim karakteristikama. U prvom delu su određene funkcije čistih modova (osnovni i viši), a u drugom su razmatrana prelazna stanja.

Opis aparature i metoda

Aparatura (slika 2), koja se sadtojala od He-Ne lasera talasne dužine 632.8 nm, optičkog rezonatora (uzet iz drugog lasera), čiji su poluprečnici krivina ogledala $R_1 = \infty$ i $R_2 = L$ (hemisferični rezonator), sabirnog sočiva i CCD kamere sa integrisanim softverom za balans nulte osvetljenosti, montirana je na optičkom stolu. Kamera je povezana sa računarom, a po potrebi, u zavisnosti od spoljne osvetljenosti, između lasera i rezonatora stavljeni su filtri.

Postavka eksperimenta zahtevala je merenja u različitim uslovima. Prva merenja su vršena u uslovima kada je laboratorija bila izložena mehaničkim i termičkim perturbacijama (buka, prisustvo ljudi, flu-

ktuacije temperature) koje uslovljavaju podrhtavanja optičkog stola, samim tim i optičkog rezonatora. Druga merenja su vršena kada u laboratoriji nije bilo nikoga i gde su sve preturbacije (otvaranje prozora, vrata, uključivanje i isključivanje uređaja itd.) svedene na minimum. Pošto se kamera prilagođava okolnoj svetlosti, merenja su se vršila ili u potpunom mraku, ili pri neonskom svetlu. Pri snimanjima u mraku, stavljan je filter kako se kamera ne bi prezasičila, dok je pri neonskom svetlu kamera uzimala ovo svetlo kao nulto, te nije dolazilo do prezasićenja laserskom svetlošću, samim tim se nije koristio filter. Snimanja u oba slučaja su trajala po 15 min.

Snimci su razbijeni na pojedinačne slike (po 25 slika) u sekundi. Odabrane su karakteristične slike za opis pravilnih modova. Takođe su odabrane slike koje odgovaraju određenim prelaznim modovima. Izabrane slike se obrađene u programskom paketu MatLab. Softver MatLaba pruža mogućnost da se uz pomoć funkcije RGBplot duž jedne linije slike odredi RGB osvetljenje. Budući da su slike crno-bele, grafička raspodela intenziteta laserske svetlosti duž definisane linije kroz centar moda je ista u svim bojama (crvena, plava, zelena).

Da bismo sagledali snage modova, priključili smo vatmetar iza optičkog rezonatora kako bismo izmerili snage modova.

Rezultati

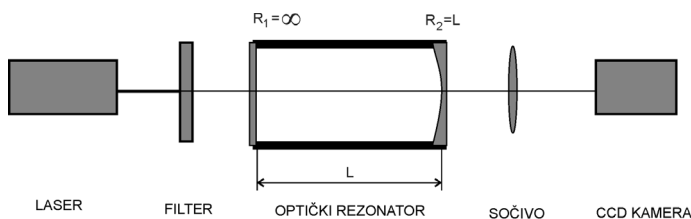
Čisti modovi

Oblici čistih modova teorijski se opisuju Gaus-Ermitovim polinomima. Opšti oblik Ermitovih polinoma je dat relacijom:

$$H_n = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2},$$

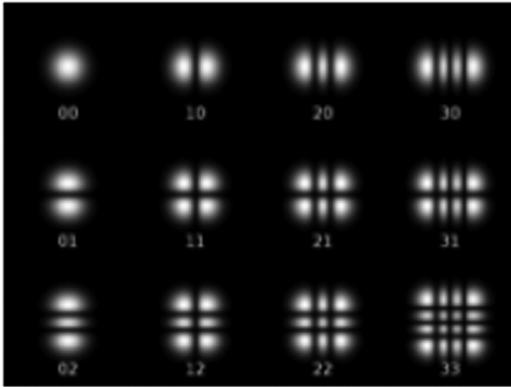
gde je n redni broj polinoma. Prva tri Ermitova polinoma imaju oblik:

$$\begin{aligned} H_0(x) &= 1 \\ H_1(x) &= 2x \\ H_2(x) &= 4x^2 - 2 \end{aligned}$$



Slika 2. Šematski prikaz aparature

Figure 2. Experimental setup: (from left) laser, filter, optical resonator, lens, CCD camera



Slika 3. Izgled osnovnog (TEM₀₀) i viših modova, dobijen teorijski

Figure 3. The fundamental (TEM₀₀) and higher order modes, obtained theoretically

Čistim modovima odgovaraju apsolutne vrednosti Ermitovih polinoma pomnožene bazičnim oblikom Gausove funkcije, koji glasi:

$$f(x) = e^{-x^2}$$

Na slici 3 je prikazan teorijski oblik čistih modova. Eksperimentalno su snimljeni modovi TEM₀₀, TEM₀₁ i TEM₀₂ (slika 4). Viši modovi imaju manju verovatnoću pojavljivanja i traju znatno kraće, pa ih je teško uočiti.

Trodimenzionalni prikaz modova je dat na slici 5. Grafička interpretacija raspodela intenziteta je prikazana na slici 6.

Ispitana je korelacija između eksperimentalno dobijenih rezultata i teorijski predviđenih funkcija raspodela. Koeficijenti korelacije su dati u tabeli 1.

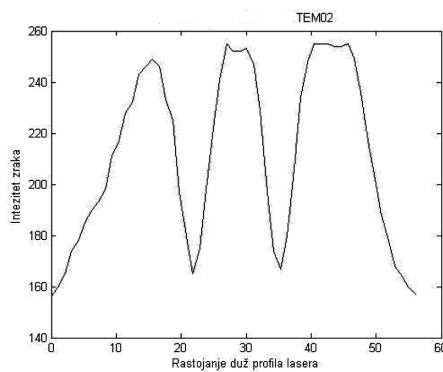
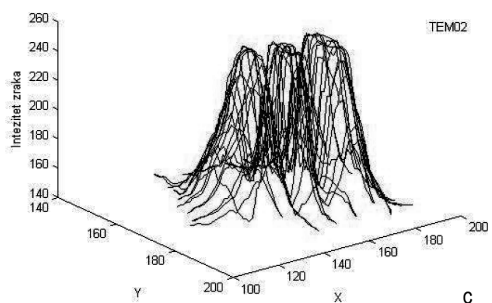
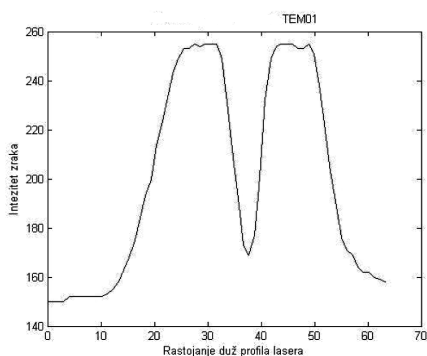
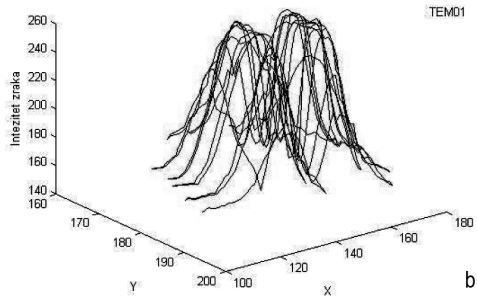
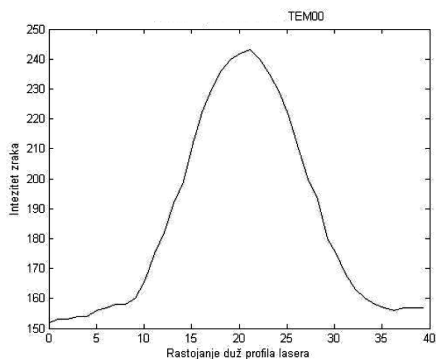
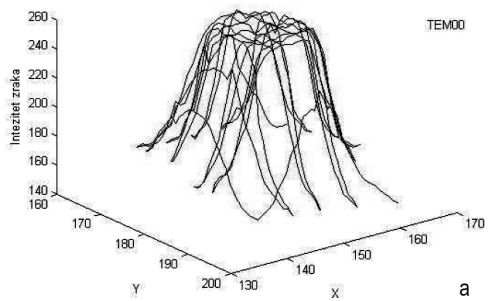
Tabela 1. Funkcije čistih modova i korelacije sa dobijenim rezultatima

Mod	Funkcija	Koef. korelacije
TEM ₀₀	$f(x) = \left e^{-\left(\frac{x}{50}\right)^2} \right $	0.9494
TEM ₀₁	$f(x) = \left 2xe^{-\left(\frac{x}{15}\right)^2} \right $	0.7669
TEM ₀₂	$f(x) = \left \left(\left(\frac{x}{15}\right)^2 - 2 \right) e^{-\left(\frac{x}{40}\right)^2} \right $	0.9128



Slika 4. Eksperimentalni snimci: a) TEM₀₀ moda, b) TEM₀₁ moda, c) TEM₀₂ moda

Figure 4. Experimental image of: a) TEM₀₀ mode, b) TEM₀₁ mode, c) TEM₀₂ mode



Slika 5. Trodimenzionalni prikaz raspodele intenziteta zračenja u: a) TEM_{00} modu, b) TEM_{01} modu, c) TEM_{02} modu

Figure 5. Three-dimensional view of radiation intensity distribution of: a) TEM_{00} mode, b) TEM_{01} mode, c) TEM_{02} mode

Slika 6. Raspodela intenziteta moda duž jedne ose poprečnog preseka snopa dobijena uz pomoć programa MatLab za: a) TEM_{00} mod, b) TEM_{01} mod, c) TEM_{02} mod.

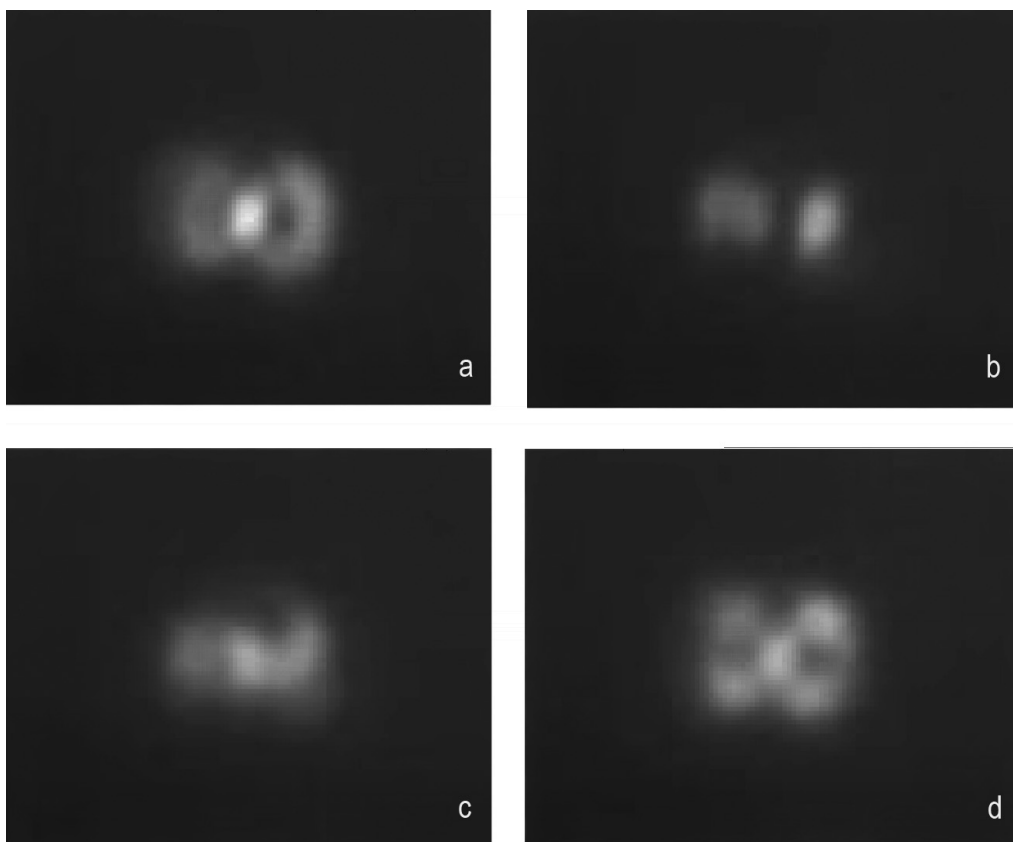
Figure 6. Intensity distribution along an axis of beam cross section obtained by MatLab program for: a) TEM_{00} mode, b) TEM_{01} mode, c) TEM_{02} mode

Pokazalo se da funkcijama raspodela odgovaraju moduli Gaus-Ermitovih polinoma sa izmenjenim koeficijentima. Različiti koeficijenti su rezultat normalizacije grafika.

Prelazni modovi

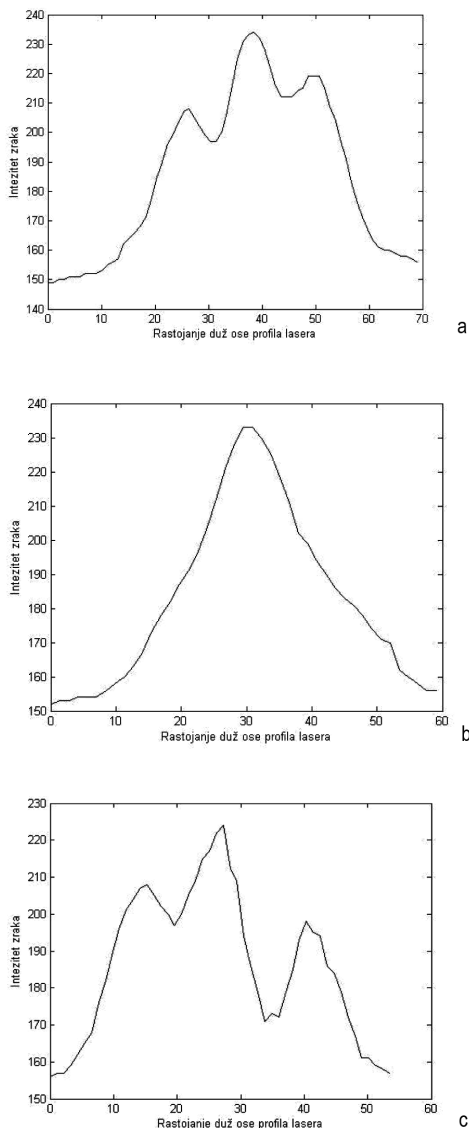
Dobijeni eksperimentalni rezultati odgovaraju teorijskim predviđanjima. Eksperiment je pokazao da je trajanje prelaznih stanja posmatranog rezonatora uporedivo sa trajanjem pravilnih stanja. Posebno se zapažaju pri nestabilnijim uslovima, tj. pri učestalijim spoljašnjim perturbacijama sistema.

Mi smo analizirali prelazne modove koji se javljaju između dva fiksirana čista moda, u tekstu obeležena kao početni i krajnji. Ispitano je da li je moguće naći pravilnost u funkcijama prelaznih modova (slika 7: a, b, c i d). Početna analiza prelaznog stanja između TEM_{01} i TEM_{02} dala je za rezultat polinom realnog stepena pomnožen Gausovom funkcijom. Dobijeni rezultat je implicirao hipotezu da su prelazna stanja opisana polinomima realnih stepena između n i $n+1$, gde je n stepen polinoma početnog a $n+1$ krajnjeg moda. Potom je analizirano desetak prelaznih stanja kako bi se pronašla pravilnost (slika 8: a, b i c). Analiza je pokazala da se na ovakav način



Slika 7. Snimci prelaznih modova. Slike a, b i c predstavljaju prelazna stanja između TEM_{01} i TEM_{02} moda snimljena u različitim trenucima prelaza. Na slici d je prikazano prelazno stanje ka TEM_{11} modu. Sam TEM_{11} mod nije snimljen jer je nestojan.

Figure 7. Images of transient modes. Figures a, b and c represent transient modes between TEM_{01} and TEM_{02} mode captured in different moments of transition. Figure d shows the transient mode leading to TEM_{11} mode. The TEM_{11} mode was not captured due to its instability.



Slika 8. Raspodele intenziteta duž različitih osa slike 7b, između kojih su uglovi ne veći od 10 stepeni. Očigledno se raspodela menja sa promenom pravca, pa je nemoguće odabrati dominantnu osu po kojoj bi se tražila raspodela intenziteta karakteristična za dati snimak.

Figure 8. Intensity distributions along different axes of figure 7b, with angular separation less than 10 degrees. Apparently, the distribution is changed by the direction alternation, thus it is impossible to choose the dominant axis which would represent the characteristic intensity distribution for the given image.

funkcije distribucija prelaznih modova ne mogu generalizovati matematičkim pravilom. Naime, pri prelazu iz jednog stanja u drugo, uvek se nađu i funkcije nižeg stepena od n .

Činjenica koja ide u prilog našem zaključku da ne postoji pravilnost po kojoj se funkcije raspodele menjaju, jeste i sama geometrija prelaznih modova. Naime, većina prelaznih modova je asimetrična, tako da se ne može izabrati funkcija raspodele intenziteta koja bi predstavljala određeni mod. Iako je po nekim osama raspodela intenziteta ista kao i kod nekog od pravilnih stanja, po drugim osama njoj odgovara funkcija koja se ne može predvideti, niti podvesti pod neko određeno stanje. Takođe, pri prelazu iz jednog stanja u drugo, uvek se javljaju drugačiji prelazni modovi, i vremena prelaza su različita.

Uzrok što ne možemo da nađemo pravilnost u raspodelama prelaznih stanja može biti u procesu prelaska rezonatora iz jednog moda u drugi. Moguće objašnjenje činjenice da ne možemo da nađemo pravilnost u raspodelama prelaznih stanja proizilazi iz procesa prelaska rezonatora iz jednog moda u drugi. Modovi se menjaju tako što ogledala unutar optičkog rezonatora menjaju svoj položaj. Pri prelazu iz jednog stanja u drugo ogledala mogu da zauzmu i asimetričnu poziciju koja neće da proizvede pravilnu interferencionu sliku. Takođe, pri prelazu iz jednog stanja u drugo, ne pojavljuju se iste slike, što govori da optički rezonator može da na razne načine dođe iz jednog stanja u drugo. U zavisnosti od dinamike promena položaja ogledala (koja zavisi od jačine spoljašnjih perturbacija, npr. brzine fluktuacija temperature, učestanosti vibracija itd.) smenjuju se slike prelaznih modova. Fenomen naglog prelaska iz jednog čistog stanja u drugo, bez uočenih slika prelaznih stanja, izazvan je brzim prelaskom koji prevazilazi mogućnosti kamere (vremenska rezolucija je iznosila 25 slika u sekundi).

Dinamika smenjivanja modova

Snimci dobijeni u perturbovanim uslovima (mehanički potresi sistema, promene temperature) pokazuju brza smenjivanja modova i nepostojanost čistih modova. Čisti modovi su trajali od 80 do 720 ms, dok su prelazna stanja trajala uvek od 600 ms pa do nekoliko sekundi. U proseku, prelazna stanja između dva moda su trajala 2-3 puta duže nego pravilni modovi.

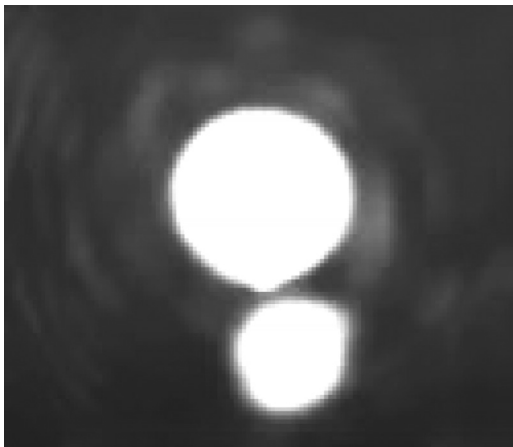
Na snimcima dobijenim pri kontrolisanim i stabilnim uslovima, takođe se može uočiti haotičnost, ali su osnovni modovi znatno postojaniji, prosečno oko 1-1.5 s. U ovom slučaju su prelazna stanja 1.5-2 puta duža od samih čistih modova.

Takođe, niži modovi traju znatno duže nego viši. TEM_{00} traje oko 2 puta duže od TEM_{02} , što je i očekivano, jer je verovatnoća nalaženja viših modova znatno manja, pa i njihovo trajanje. To objašnjava zašto nismo uspeli da snimimo čiste modove više od TEM_{02} – vremenska rezolucija kamere je 25 slika u sekundi, tako da modovi kraći od 40 ms nisu mogli biti snimljeni.

Vatmetar je prikazao da su čisti modovi oko 100 puta jači, kao i da su TEM_{00} i TEM_{01} 1.5-2 puta jači od TEM_{02} .

Diskusija

Eksperiment je bio ograničen osobinama aparature. Jedna od ograničavajućih stvari je bila ekspozicija kamere. Kako je ekspozicija 40 ms, sva stanja koja traju kraće imaju malu verovatnoću uočavanja. Zato modovi viši od TEM_{02} i nisu bili snimljeni. Tako su posle TEM_{02} registrovana prelazna stanja ka TEM_{11} , ali sam TEM_{11} nije.



Slika 9. Na snimku se uočavaju manja i veća slika osnovnog moda. Pretpostavljamo da manja slika predstavlja refleksiju snimljenog moda unutar same kamere.

Figure 9. On the image the smaller and bigger picture of the fundamental mode are observed. We suppose that the smaller picture represents the reflection of the captured mode within the camera.

Prelazni modovi su u proseku trajali isto koliko i čisti, pošto laboratorija nije mogla da bude sasvim izolovana od spoljašnjih uticaja. Nemogućnost preciznog kontrolisanja temperature i potpunog odstranjivanja spoljašnjih vibracija je doprinela nepostojanosti čistih modova.

Kamera je fabrički podešena da sama prepozna najsvetlije tačke i automatski ih dovede do zasićenja. Iako smo pokušali da uklonimo zasićenost snimaka upotrebom različitih kombinacija filtera, kamera je uvek davala identične zasićene snimke. Zato su koeficijenti korelacija niži od očekivanih, i na graficima se uočavaju zatupljeni vrhovi.

Uočena je još jedna zanimljiva pojava (slika 9). Naime, pri snimanju modova veće jačine, javljaju se slike na kojima se nalaze dve slike istog moda, pri čemu je jedna umanjena u odnosu na drugu. Pretpostavljamo da je pojava rezultat refleksije zraka unutar same kamere koja onda reprodukuje pomenutu sliku.

Zaključak

Razmatrani su transversalni modovi optičkog rezonatora. Snimljeni su čisti modovi TEM_{00} , TEM_{01} i TEM_{02} . Posmatrane su funkcije njihovih distribucija kao i dinamika smenjivanja. Podaci dobijeni o čistim modovima odgovaraju teorijskom predviđanju.

Ako bi se rekonstruisao prelaz iz jednog stanja u drugo, odvijao bi se na sledeći način: prvo se pojavljuje početni čisti mod koji je opisan apsolutnom vrednošću Gaus-Ermitovog polinoma, zatim mu se postepeno smanjuje jačina, dolazeći do prelaznog stanja. Modovi prelaznih stanja su asimetrični i nepredvidivi i zavise od procesa prelaska. Na kraju se obrazuje krajnji čisti mod, takođe opisan apsolutnom vrednošću odgovarajućeg Gaus-Ermitovog polinoma.

Važnost poznavanja toka smenjivanja modova ogleda se u velikim varijacijama snage različitih modova: što je niži stepen moda, veća je snaga. Utvrđeno je da čisti modovi imaju i do 100 puta veću snagu od prelaznih. Transverzalni mod lasera takođe utiče na žižnu dubinu i prečnik žižne tačke, što su bitne osobine pri primeni lasera. Logičan sled ovog istraživanja je proučavanje načina na koji bi mogli da manipulišemo modovima i uspešno kontrolišemo njihovo pojavljivanje i trajanje.

Zahvalnost. Zahvaljujemo se svom mentoru Aleksandru Krmpotu, sa Instituta za fiziku u Zemunu, kao i Jeleni Pajović i Aleksandri Alorić, studentima Fizičkog fakulteta u Beogradu.

Literatura

- Konjević N. 1981. *Uvod u kvantnu elektroniku: Laseri*. Beograd: Naučna knjiga
- Ebdon L., Evans E. H., Fisher A., Hill S. J. 1998. *An introduction to analytical atomic spectrometry*. New York: Wiley
- Demtröder W. 2003. *Laser Spectroscopy – Basic Concepts and Instrumentation*, 3rd ed. Berlin: Springer
- MRL 2009. Manufacturing Research Laboratory. Dostupno na: <http://www.mrl.columbia.edu/ntm/level2/ch02/html/12c02s07.html>

Tamara Đorđević and Marko Živanović

Transverse Modes of the Optical Resonator

In this paper we examined intensity distributions, perpendicular to the propagation direction of the beam leaving the optical resonator. When the mirrors of the optical resonator are fixed, the inten-

sity distribution is constant and marked as the transverse mode (TEM). We captured the fundamental mode and the first and second higher order modes (in literature most commonly named TEM₀₀, TEM₀₁ and TEM₀₂). The images were analyzed in MatLab. Furthermore, we confirmed that transverse modes are described by Gauss-Hermite polynomials. If characteristics of the resonator (the length and the inclination angle of the mirrors) vary in time, the modes are not constant, but also change in time. During the transition from one mode to another, the transitional states occur. We showed that by using the intensity distribution analysis of the transitional states, a general rule describing the distribution functions of transitional states altering cannot be derived. The possible explanation for this result could be found in the fact that each subset of connected transitional states directly depends on the way the transition develops. As the transitions are induced by unpredictable external influences (temperature fluctuations, vibrations etc.), the prediction of their result is impossible. Due to the instability of the resonator, the transitional states lasted 1.5-3 times longer than modes. The power of the modes was measured as up to 100 times higher than the power of the transitional states. ◻