

Određivanje distribucije sila u granularnim materijalima

U našem radu predstavljamo rezultate serije eksperimenata za utvrđivanje distribucije sila u trodimenzionom neuređenom pakovanju čeličnih kuglica, koje predstavljaju naš granularni materijal. Izvršeni eksperimenti pokazuju da distribucija raste eksponencijalno za primenjeni raspon sila, koji smo prethodno odredili kao optimalni raspon za metod koji smo koristili. Oblik raspoređene sile i vrednost eksponencijalnog rasta su konstantni, a na dobijene vrednosti zanemarljivo su uticali početni uslovi pripreme eksperimentalne aparature. Dobijena funkciona forma distribucije sila pokazuje doslednost u primenjenom rasponu sila u kojima je merena i u skladu je sa očekivanim rezultatima.

Uvod

Materijali sa kojima čovek najviše manipuliše tokom ostvarivanja raznih tehnoloških procesa su fluidi, odnosno voda; na drugom mestu nalaze se granularni materijali. Na primer, većina prehrambenih proizvoda u nekoj fazi svoje proizvodnje nalazi se u obliku zrnastog materijala. Manipulacija granularnim materijalima prilikom dobijanja metala, legura, keramike, stakala, plastičnih materijala i betona je nezaobilazan tehnološki proces. Većina osnovnih produkata farmaceutske i kozmetičke industrije je u obliku zrnastog materijala. Iz prethodnog je jasno da dublje razumevanje ponašanja granularnih materijala može da doprinese ogromnim uštedama tokom raznih tehnoloških procesa. Takođe, za razumevanje većine geoloških procesa bitno je pravilno shvatanje ponašanja zrnastih sistema. To nam može omogućiti pravilniju predikciju pojave lavina, odrona, zemljotresa i vulkana. Pod granularnim materijalima podrazumevamo ansamble velikog broja makroskopskih objekata reda veličine od 1 μm do nekoliko centimetara (Kadanoff 1999). Smatra se da ti objekti, granule, interaguju prilikom sudara ili tokom trajnijih međusobnih kontakata. Osnovna karakteristika te interakcije je disipacija njihove kinetičke energije u toplotnu. Zbog toga granularni sistem može biti u kretanju samo ukoliko postoji neka eksterna pobuda (npr. vibracije, ili tok nekog fluida unutar sistema,

Igor Marinković (1990), Kragujevac, Vukice Migrović 19, učenik 4. razreda Prve kragujevačke gimnazije

Luka Butulija (1990), Beograd, 27. marta 26/10, učenik 4. razreda Pete beogradske gimnazije

*MENTOR:
dr Slobodan Vrhovac,
Institut za fiziku,
Beograd*

smicanje, itd.). Obično se podrazumeva da je veličina granula veća od nekoliko desetina mikrona, jer tada možemo zanemariti dugodometnu interakciju indukovanu površinskim naelektrisanjem koje se javlja usled trenja. Osim disipacije energije, druga važna karakteristika granularnih materijala je voluminoznost granula. To znači da same granule zauzimaju veliki deo zapremine sistema, što bitno utiče na kinetiku procesa unutar granularnog sistema. Za granularne sisteme, za razliku od klasičnih fluida, temperatura ne igra bitnu ulogu. Osnovne karakteristike granularnih sistema su nekohezivnost, uređenost u samom sistemu kao i repulzivna i disipativna interakcija među samim česticama u sistemu. Granularne materijale karakterišu oblici neobičnog ponašanja, koja onemogućavaju njihovo svrstavanje bilo u kategoriju čvrstih tela bilo u kategoriju fluida (Jaeger i Nagel 1996; Kudrolli 2004). Čak i najjednostavniji granularni sistem, statična postavka nekohezivnih, sferičnih čestica u kontaktu, krije mnoga iznenađenja.

Naime u proučavanju granularnih materijala prepoznata je pojava nazvana Jensenov efekat, koji definiše visinu stuba pakovanog granularnog materijala posle koje sila koju materijal vrši na podlogu ostaje nepromenjena i nezavisna od dodatog tereta ili povećavanja visine odnosno težine materijala. Unutrašnje kontaktne sile među česticama bitno određuju mnoge osobine tih sistema, kao što su prostorni raspored u sistemu, provodljivost zvuka kroz sistem ili apsorpcija sila. Podjednaka raspodela sila moguća je samo u kristalnim strukturama upotrebom identičnih čestica. U realnim granularnim sistemima i najmanje odstupanje, u vidu varijacija, promene veličine čestica kao i odstupanja od strukture pakovanja, dovodi do svojstvenih nelinearnih osobina trenja i drugih interakcija unutar sistema među česticama. Kao rezultat, sile se prenose kroz materijal u vidu „lanaca sila“ koji čine razgranatu mrežu kontakata među česticama i podrazumevaju trenje među česticama.

Nekoliko fundamentalnih pitanja ostaje nerazjašnjeno. Dok su računarske simulacije dale odgovor na raspored sila kao i principe i funkcije njihovog provođenja kroz materijal, nije poznato tačno kolikim silama pojedinačno zrno pritiska podlogu, kao ni određene zavisnosti koje potiču od visine stuba granularnog materijala.

Eksperiment koji je predstavljen u ovom radu urađen je po ugledu na seriju eksperimenata koja je realizovana na Institutu James Franck, Katedre za fiziku Univerziteta u Čikagu (Mueth *et al.* 1998; Blair *et al.* 2001; Mueggenburg *et al.* 2002; Erikson *et al.* 2002). Cilj tih istraživanja je bio dobijanje informacija o distribuciji sila na granicama statičkih pakovanja tvrdih sfera. U tim eksperimentima, sile kojima granule deluju na zidove suda u kojem se nalaze određivane su za razne vrste pakovanja (razuređena, kristalizovana, dvo- i tro-dimenzionalna). Cela serija pomenutih

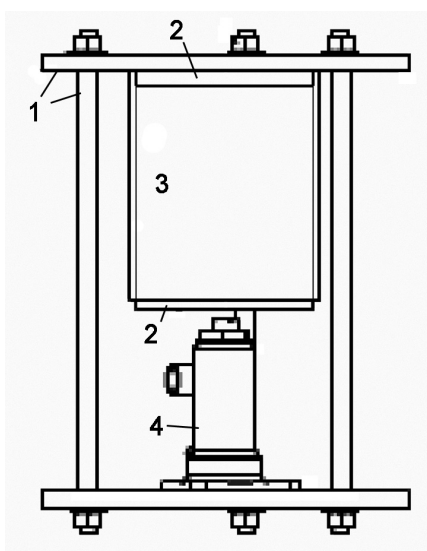
eksperimenata u naučnim krugovima dobila je naziv *carbon paper* eksperimenti, zbog jednostavne i originalne ideje koja stoji u osnovi tih merenja

U našem radu predstavljamo rezultate dobijene serijom sistematičnih eksperimenata dizajniranih za određivanje distribucije sila u granularnom materijalu. Prilikom izvođenja eksperimentima imali smo mogućnost određivanja raspodele sila u zavisnosti od mnogih činilaca u vidu promenljive visine stuba granularnog sistema, promenljivih vrednosti sila koje su vršene na pakovanje, kao i nekih činilaca prilikom obrade rezultata.

Opis eksperimentalne aparature

Za izvođenje eksperimenta dizajnirali smo i obezbedili specijalnu aparaturu (slika 1). Glavni delovi aparature su manualna hidraulična pumpa sa cilindrom, maksimalne sile 20 kN, manometar za merenje ostvarenog hidrauličkog pritiska, cilindri sa diskovima, prečnika 80 i 140 mm i nosač aparature.

Granularni materijal koji je korišćen u eksperimentu je oko 15000 kuglica prečnika 3.96 mm. Kuglice su zbog potreba eksperimenta bile od ojačanog čelika, čija je tvrdoća eliminisala mogućnost deformisanja a samim tim i neprecizne rezultate. Kuglice su bez određenog rasporeda stavljene u unutrašnjost cilindra. Za dno cilindra, kao i poklopac, korišćeni su glatki čelični diskovi debljine 6 mm. U eksperimentu visina stuba kuglica je varirala od 50 mm do 150 mm, za oba korišćena cilindra.



Slika 1.
Aparatura
1 – ram
2 – diskovi
3 – cilindar
4 – dizalica

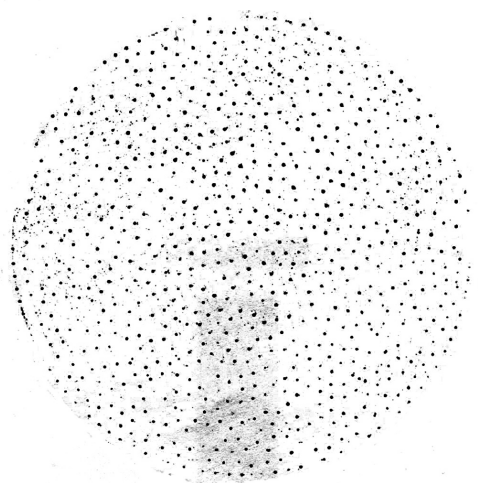
Figure 1.
Apparatus
1 – chassis
2 – discuses
3 – cylinder
4 – hydraulic press

Metod merenja

Pri vršenju eksperimenta donji disk je bio pričvršćen za cilindar, dok je gornji mogao da klizi kroz cilindar. Nakon što je cilindar napunjen kuglicama, dizalica fiksirana za ram delovala je na donji disk konstantnom silom intenziteta 15 kN naviše. Cilindar sa kuglicama i diskovima se kretao naviše sve do kontakta gornjeg diska sa ramom. Usled toga se javila sila reakcije koja je delovala na gornji disk (naniže) koji je tu silu prenosio na kuglice.

Ovaj metod je poznat kao *metod fiksiranog dna*. Sistem je takođe mogao biti pripremljen i metodom *plutajućeg dna* u kome nijedan poklopac nije fiksiran za cilindar, tj. oba se normalno kreću kroz cilindar prenoseći pritisak. Metodom fiksiranog dna se dobijaju rezultati koji više odgovaraju realnim situacijama u kojima na granularni materijal deluje jedna normalna sila. Metodom plutajućeg dna mogu se dobiti drugačiji rezultati koji se u najvećoj meri odražavaju na raspodelu sila na zidovima suda.

Prilikom punjenja cilindra granularnim materijalom, vođeno je računa da se kuglice pakuju na različite načine kako bi se izbegla njihova prirodna osobina raspoređivanja u obliku 2D polikristalne strukture na donjem poklopcu. Kako je očekivano, na gornjoj površini kuglice su bile neravnomernije raspoređene u odnosu na bazu cilindra (Aste 2005).



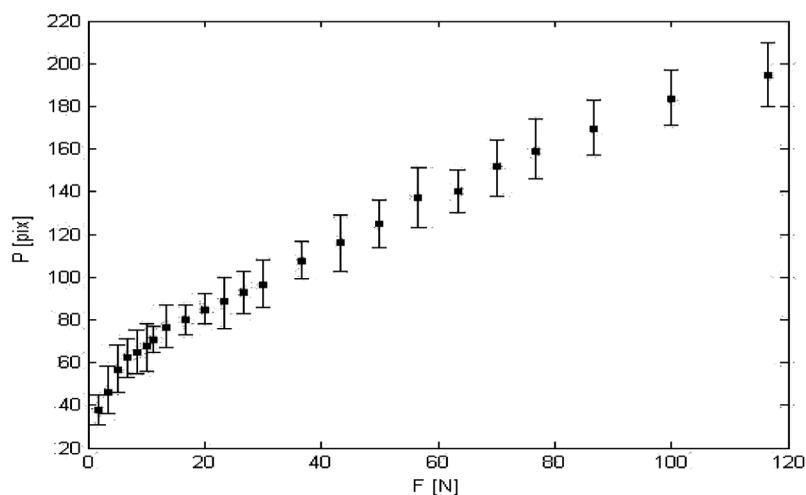
Slika 2.
Otisak dobijen na
donjem disku suda sa
oko 550 tačaka

Figure 2.
Carbon-print received
from lower cylinder
disk with aproximately
550 dots

Sile kojom svaka kuglica pritiska površinu suda beležene su kao otisci pomoću indigo papira. Između kuglica i površine na kojoj se meri pritisak bili su postavljeni indigo papir i čist beli papir ka kome je, radi ostavljanja otisaka, bio okrenut sloj mastila. Korišćen je indigo papir za štampanje 80 g/m². Indigo papir pritisnut kuglicama je ostavljao otiske na

belom papiru. Zاتمnjenost i površina otiska zavisila je od sile koja je delovala na kuglicu. Nakon postizanja željene sile na dizalici i dobijanja otisaka u cilindru, cela aparatura je pažljivo rastavljana. Dobijeni otisci na papiru su skenirani i pripremljeni za analizu. Uzimanje otisaka je vršeno na donjem poklopcu (slika 2) i bočnom zidu suda. Pri merenju dobijano je od 1000 do 2500 otisaka na zidu suda i od 300 do 700 otisaka na disku cilindra u zavisnosti od veličine korišćenog suda. Programom korišćenim za obradu slika mogli smo da izračunamo zاتمnjenost i površinu svakog otiska.

Da bi se dobila veza između sile koja je delovala na određenu kuglicu i površine otiska koji je ta kuglica napravila izvršena je kalibracija indigo papira. Kalibracija je urađena delovanjem sile poznatog inteziteta u težište pločice trouglastog oblika, sa čije su donje strane bile pričvršćene tri kuglice. Vođeno je računa da kuglice ne klizaju po papiru time ostavljajući neadekvatne otiske. Na osnovu poznate sile i izmerenog otiska koji je napravila svaka od kuglica, nađena je veza između sile i površine otiska koji nastane pod dejstvom te sile. Obradeni otisci koje su kuglice ostavljale na papiru, pokazali su da zavisnost površine od primenjene sile raste monotono. Indigo papir koji je korišćen u eksperimentu imao je donji prag osetljivosti pri silama od 1.3 N, tako da smo sve otiske ispod te granice odstranjivali prilikom obrade rezultata. Time smo dobijali manje otisaka nego što je njihov stvaran broj na donjem disku. Procenili smo da ovakvih otisaka na dnu suda ima manje od 5%.



Slika 3.
Rezultati kalibracije
(zavisnost površine
otiska od sile usled
koje nastaje)

Figure 3.
Results of calibration
(dependency of the
print area of acting
force)

Otiske smo obrađivali u programu Matlab. Algoritam koji je obrađivao slike dobijene eksperimentom sastojao se iz sledećih delova:

- učitavanje slike;
- konvertovanje slike u grayscale image;

- pravljenje negativa slike (photographic);
- konvertovanje slike u binary image;
- uklanjanje svih objekata (otisaka pojedinih granula) koji sadrže manji broj pixela od nekog broja zadanog početnim parametrima;
- traženje granica svih otisaka pojedinačnih granula;
- određivanje površina unutar određenih granica za otisak svake granule;
- određivanje koliko pojedinačni otisak odstupa od kruga
- ukoliko otisak previše odstupa od oblika kruga na osnovu jednog njegovog dela vrši se pronalaženje najpribližnijeg oblika koji odgovara otisku granule i određivanje njegove površine;
- crtanje histograma (distribucije sila pojedinačnih otisaka);

Fitovanjem rezultata kalibracije dobijena je funkcija zavisnosti površine otiska kuglice od normalne sile koja deluje na nju (slika 3). Nalaženjem inverzne funkcije dobijena je zavisnost sile od površine otiska, a to omogućava da se na osnovu veličine skeniranog otiska kuglice odredi sila koja je delovala na nju.

Rezultati merenja

U ovom poglavlju biće prikazani rezultati merenja distribucije sila kojima granule deluju na sud u kojem se nalaze. Rezultati koji se odnose na dno suda i bočne zidove biće posebno prezentovani. Biće poređeni rezultati koji su dobijeni korišćenjem sudova različitih prečnika. Takođe, analiziraće se uticaj visine stuba granula na distribuciju sila. Znajući zavisnost sile od površine otiska koja je dobijena kalibracijom i primenom predhodno datog algoritma bilo je moguće odrediti raspodelu sila na velikim otiscima.

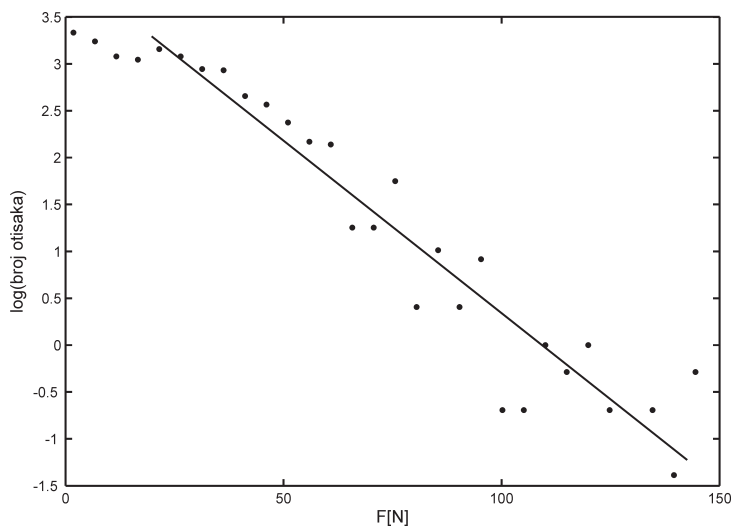
Na slikama 4-9 je predstavljena zavisnost broja otisaka nastalih nekom silom od intenziteta te sile (distribucija sile). Na ordinatnoj osi je prikazan logaritam odgovarajućeg broja otisaka. Dobijena linearna zavisnost ukazuje na to da su dobijene distribucije sila eksponencijalnog karaktera, date izrazom

$$P(F) = b \cdot e^{-a \cdot F}$$

Koeficijenti a i b određivani su fitovanjem zavisnosti logaritma broja otisaka od sile F linearnom funkcijom. Fitovanje je realizovano metodom najmanjih kvadrata.

Za sile koje su dovoljno velike, verovatnoća $P(F)$ da granula deluje na dno suda ili na zid određenom silom F eksponencijalno opada sa porastom F .

Rezultati prikazani na slikama 4 i 6 ukazuju da se distribucija sila za pakovanje manje visine proteže do većih vrednosti sila u odnosu na pakovanje veće visine. Spoljašnja sila se efikasnije prenela do dna suda kroz

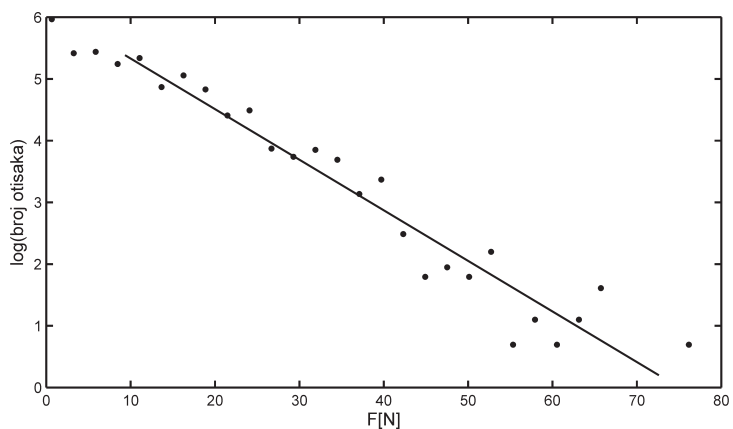


Slika 4.

Distribucija sila na dno cilindra prečnika 80 i visine 60 mm. Koeficijent pravca fitovane prave $a = -0.037$, a odsečak $b = 4.08$. Linearni fit potvrđuje eksponencijalnu zavisnost raspodele.

Figure 4.

The distribution of forces in the bottom of cylinder with diameter of 80 and height of 60 mm. The slope is $a = -0.037$, and the intercept $b = 4.08$. The linear fit confirms the exponential dependence of the distribution of forces.

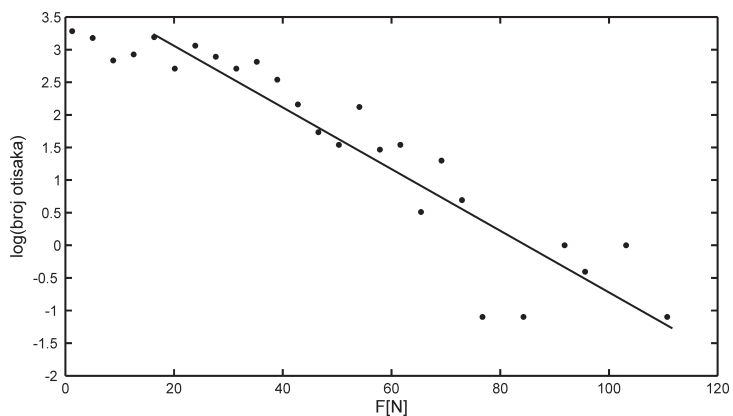


Slika 5.

Raspodela sila granula na dnu suda. Sud je prečnika 140 mm i visine 50 mm. $a = -0.081$, $b = 5.06$.

Figure 5.

The distribution of forces in the bottom of cylinder. The cylinder has a diameter of 140 mm and height of 50 mm. $a = -0.081$, $b = 5.06$.

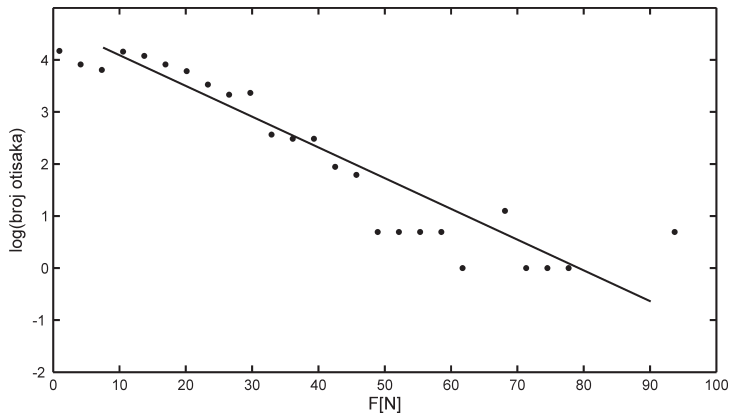


Slika 6.

Raspodela sila granula na dnu suda. Sud je prečnika 80 mm i visine 100 mm. $a = -0.048$, $b = 3.86$.

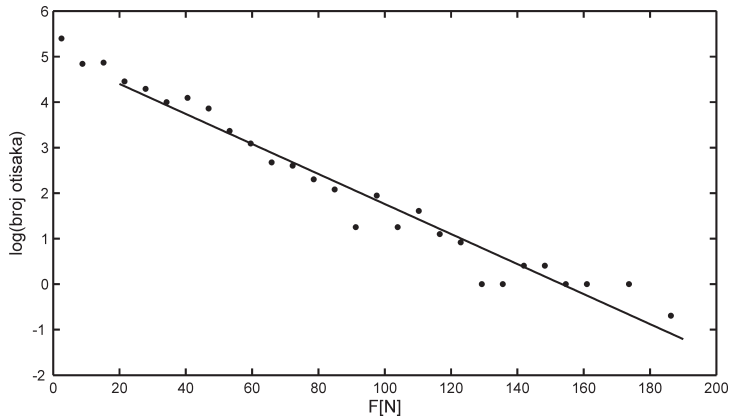
Figure 6.

The distribution of forces in the bottom of cylinder. The cylinder has a diameter of 80 mm and height of 100 mm. $a = -0.048$, $b = 3.86$.



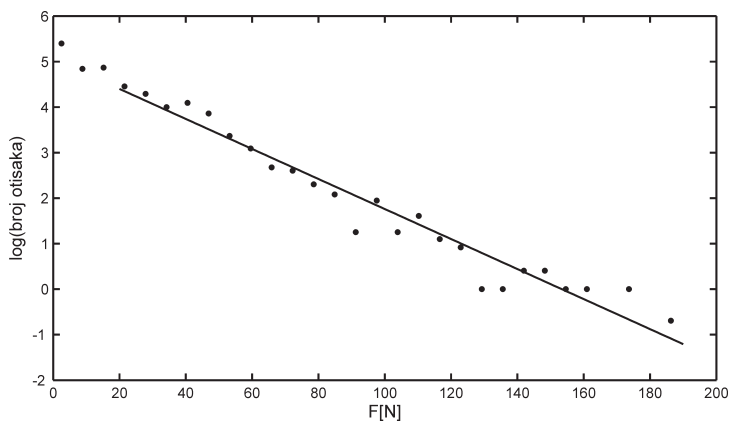
Slika 7.
 Raspodela sila granula na zid suda. Sud je prečnika 80 mm i visine 50 mm. $a = -0.057$, $b = 4.47$.

Figure 7.
 The distribution of forces on the wall of cylinder. The cylinder has a diameter of 80 mm and height of 50 mm. $a = -0.057$, $b = 4.47$.



Slika 8.
 Raspodela sila granula na zid suda. Sud je prečnika 80 mm i visine 100 mm. $a = -0.033$, $b = 5.01$.

Figure 8.
 The distribution of forces on the wall of cylinder. The cylinder has a diameter of 80 mm and height of 100 mm. $a = -0.033$, $b = 5.01$.



Slika 9.
 Raspodela sila granula na zid suda. Sud je prečnika 80 mm i visine 150 mm. $a = -0.028$, $b = 5.01$.

Figure 9.
 The distribution of forces on the wall of cylinder. The cylinder has a diameter of 80 mm and height of 150 mm. $a = -0.028$, $b = 5.01$.

pakovanje manje visine. U pakovanju veće visine znatan deo spoljašnje sile se prenosi na bočne zidove suda, i ova pojava je od ranije poznata kao Jensenov efekat. U pakovanju manje visine efekat zidova ne dolazi toliko do izražaja i zato do granula na dnu suda uspevaju da se prenesu veće sile, a time se i distribucija sila širi.

Poređenjem rezultata sa slika 4 i 5 vidimo da je distribucija sila za slučaj šireg suda jer se ista spoljašnja sila razlaže na znatno veći broj granula na dnu suda.

Upoređivanjem rezultata prikazanih na slikama 7, 8 i 9 možemo primetiti da porast visine pakovanja granula u sudu dovodi do širenja funkcije raspodele sila koja odgovara zidovima suda. To je razumljivo jer spoljašnja sila kojom se deluje bolje se randomizuje u sloju uz zid suda ukoliko je stub granula viši. Ako bi se u sudu nalazio samo jedan sloj granula, tada bi distribucija sila na dno suda bila samo jedan pik koji bi se pomerao levo ili desno u zavisnosti od veličine spoljašnje sile. U tom slučaju, veoma mali deo spoljašnje sile bi se preneo na zid suda. Sa porastom broja slojeva granula u pakovanju, spoljašnja sila će se sve efikasnije prenositi na zidove suda. Slojevi granula prenose spoljašnju silu u raznim pravcima kroz pakovanje, što dovodi do toga da se rezultujuće sile koje deluju na pojedinačne granule donjeg sloja (uz dno suda), a i sloja uz zidove, međusobno veoma razlikuju. Te razlike su veće (randomizacija sila je bolja) ukoliko se spoljašnja sila prenosi kroz pakovanje veće visine (kroz više slojeva). Koeficijent pravca raspodele suda visine 5 i 10 cm se znatno više razlikuje nego što je slučaj između koeficijenata raspodele za visine 10 i 15 cm. S obzirom da nemamo rezultate za veći broj različitih visina ne možemo nacrtati grafik zavisnosti koeficijenta pravca fitovanih prava raspodela od visine stuba, ali možemo pretpostaviti da će ta funkcija eksponencijalno opadati.

Na osnovu vrednosti koeficijenata pravca možemo reći da kako povećavamo visinu stuba i širinu suda tako koeficijent pravca prave kojom smo fitovali raspodelu raste, dok za zidove suda važi obratno. Takođe možemo reći da je ta promena izraženija kod zidova nego na dnu suda.

Zaključak

U radu je eksperimentalno proučavana distribucija sila kojima granularni materijal deluje na zidove suda u kojem se nalazi. Za tu svrhu izgrađena je eksperimentalna aparatura koja *carbon-paper* metodom određuje distribuciju sila, kako na dno suda, tako i na bočne zidove. Aparatura je omogućavala merenje sila koje su veće od 1.3 N. Suštinska ograničenja metoda nisu dozvoljavala merenja manjih sila. Svi rezultati su pokazali da distribucija sila eksponencijalno opada sa porastom sile. Dobijeni rezultati su u saglasnosti sa nedavno urađenim merenjima Jaegerove grupe na

Univerzitetu u Čikagu (Mueth *et al.* 1998; Blair *et al.* 2001; Mueggenburg *et al.* 2002; Erikson *et al.* 2002). Dalje analize i merenja su moguća pre svega u domenu izučavanja granularnih smesa. Za sada ne postoje eksperimentalni podaci za distribuciju sila na granici polidisperznog granularnog materijala. Unapređenjem, pre svega metode obrade otisaka dobijenih u ekperimentu, moguće je otvoriti put izučavanju prirode sila koje deluju u višekomponentnim granularnim materijalima.

Zahvalnost. Zahvaljujemo na mentorskoj pomoći prof. dr Slobodanu Vrhovcu i dr Zorici Jaksić sa Instituta za fiziku u Beogradu, i na stručnoj pomoći Uglješi Miliću.

Literatura

- Aste T. 2005. Variations around disordered close packing. *Journal of Physics: Condensed Matter*, **17**: 2361
- Blair D. L., Mueggenburg N. W., Marshall A. H., Jaeger H. M., Nagel S. R. 2001. Force distributions in three-dimensional granular assemblies: Effects of packing order and interparticle friction. *Physical Review*, E **63**: 041304
- Erikson J. M., Mueggenburg N. W., Jaeger H. M., Nagel S. R. 2002. Force distributions in three-dimensional compressible granular packs. *Physical Review*, E **66**: 040301
- Jaeger H. M., Nagel S. R. 1996. Granular solids, liquids, and gases. *Reviews of Modern Physics*, **68**: 1259
- Kadanoff L. P. 1999. Built upon sand: Theoretical ideas inspired by granular flows. *Reviews of Modern Physics*, **71**: 435
- Kudrolli A. 2004. Size separation in vibrated granular matter. *Reports on Progress in Physics*, **67**: 209
- Mueth D. M., Jaeger H. M., Nagel S. R. 1998. Force distribution in a granular medium. *Physical Review*, E **57**: 3164
- Mueggenburg N. W., Jaeger H. M., Nagel S. R. 2002. Stress transmission through three-dimensional ordered granular arrays. *Physical Review*, E **66**: 031304

Igor Marinković and Luka Butulija

Determining Force Distribution in Granular Medium

In this paper we present the results of systematic experiments for determining the distribution of normal forces at the boundaries of static three dimensional random packing of monodisperse steel beads, which represent granular material. The experiments in this paper are modeled based on a series of experiments which were performed on the James Franck Insti-

tute, Department of Physics, University of Chicago (Mueth *et al.* 1998; Blair *et al.* 2001).

To perform the experiment we designed a special apparatus (Figure 1). The main parts of the apparatus were a manual hydraulic pump, pressure gauge for measuring the actual hydraulic pressure, two cylinders with discs with a diameter of 80 mm and 140 mm and a standing carrier for the apparatus. Granular material used in the experiment was about 15 000 steel balls, 3.96 mm in diameter. In the experiment, the height of granular packing in both cylinders varied from 50 to 150 mm.

Forces that were transferred by each bead on the bottom of the cylinder to the disc were registered as dots on carbon paper (Figure 2). After calibrating the carbon paper we were able to measure the force by measuring the size of dots (Figure 3).

The results (Figure 4-9) show an exponential distribution of force on the wall and bottom of the cylinder containing the granular material. It is also shown (Figures 4-5) that the shorter package of granules is able to transfer more force to granules on the bottom, and therefore the distribution of force is wider and extends to larger values than higher packing of granules. It can be assumed that the gradient of the distribution's fitting curves depends exponentially on the material's height. It is observed that an increase in height of packing of granules in the cylinder leads to the spread of the distribution on walls of the cylinder (Figures 7-9). The results are consistent with the recently completed measurements of Jaeger's group at the University of Chicago (Mueth *et al.* 1998; Blair *et al.* 2001; Mueggenburg *et al.* 2002; Erikson *et al.* 2002). Further analysis and measurements are possible, especially in the field of study of granular mixtures. By improving methods of registering force and processing images obtained in the experiment, it is possible to pave the way for studying the nature of forces acting in mixtures of granular materials.

