

Uticaj topologije mreže na razvoj kooperativnosti

U ovom radu ispitivan je razvoj saradnje među jedinkama pomoću evolucione teorije igara, tako što je društvo jedinki modelovano mrežom, a interakcija među njima zatvorenikovom dilemom. Do sada objavljeni radovi daju suprotstavljene odgovore na pitanje da li scale free topologija mreže presudno podstiče razvoj kooperacije. Ispitivane su regularne, random i scale free mreže, a za svaku od njih implementirana su četiri različita načina evolucije strategija. Monte Carlo simulacijom računat je prosečan udeo kooperatora u zavisnosti od iskušenja izdaje, ispitivana evolucija saradnje u okolini čvora sa najvećim brojem veza u zavisnosti od njegove strategije, i uočeno je da se agenti koji ne saraduju uglavnom grupišu na periferiji mreže. Rezultati su pokazali da dinamika strategije, pored topologije mreže, značajno utiče na razvoj kooperativnosti.

Uvod

Kooperativnost igra ključnu ulogu u evoluciji vrsta od jednoćelijskih organizama do kičmenjaka. Ipak, razumevanje kooperativnosti u kontekstu Darvinove evolucije je do danas nerazjašnjeno pitanje. U pokušajima da se ovakvo ponašanje jedinki razjasni problem je formalizovan kroz evolucionu teoriju igara. Društvo jedinki modelovano je mrežom, a interakcija među njima tzv. zatvorenikovom dilemom.

U igri zatvorenikova dilema dva igrača odlučuju da li saraduju ili izdaju saigrača. Ukoliko se oba igrača odluče na saradnju dobijaju po R nagradnih poena (eng. *reward* – nagrada), u slučaju obostrane izdaje, oba igrača dobijaju kaznene poene P (eng.

punishment – kazna). Ako jedan igrač saraduje, a drugi izdaje, defektor dobija visok broj poena T (eng. *temptation to defect* – iskušenje izdaje), dok kooperator dobija veći broj kaznenih poena S (eng. *sucker's payoff* – isplata za naivčine). Pritom za poene važi da je $T > R > P > S$.

Iz prethodnog se jasno vidi da kada je u pitanju jedna interakcija zatvorenikove dileme, najbolja strategija igrača je da izdaje bez obzira na to koja je strategija njegovog saigrača. Međutim na duže staze, tj. ako se zatvorenikova dilema ponavlja više puta, pokazalo se da za saradnju ipak ima mesta. Takođe, činjenica da kooperativnost u svetu zaista postoji i opstaje navodi nas da se zapitamo šta je to što podstiče saradnju. Postavlja se pitanje da li na razvoj saradnje utiče način na koji su jedinke povezane ili su dinamike njihovih strategija te koje imaju presudan faktor. Sa jedne strane (Santos i Pacheco 2005 i 2006), tvrdi se da je način povezivanja jedniki, odnosno topologija scale free mreže ta koja podstiče saradnju, dok se sa druge strane (Wu *et al.* 2006) negira uticaj mreže, a ističe dinamičnost strategije kao presudan faktor u razvoju saradnje. Međutim, ono što umanjuje značaj njihovih rezultata je njihova nesistematičnost. Sa jedne strane, na jednoj mreži istraživano je više različitih dinamika strategija, dok su drugi jednu dinamiku strategije puštali na različitim mrežama. Stoga je cilj ovog rada sistematično ispitivanje načina na koji različite topologije mreže i različite dinamike strategije utiču na razvoj saradnje.

Ranijim istraživanjima pokazano je da je većina mreža u prirodi scale free. Tako se kao još jedan bitan cilj rada nameće istraživanje samog uticaja topologije scale free mreže na saradnju. Jedna od karakteristika je postojanje malog broja čvorova (hubova) sa znatno većim brojem veza od većine ostalih. U radu je ispitano kako strategija glavnog huba utiče na razvoj saradnje u njegovoj okolini, tačnije centralnom delu mreže, kao i šta se dešava na periferiji mreže.

Aleksandra Alorić (1988), Beograd, Dušana Maksina 36, učenica 4. razreda Matematičke gimnazije u Beogradu

MENTOR: Jelena Uzunović, ISP

Model i implementacija

Generisanje mreže

Bitna karakteristika svake mreže je raspodela $d(k)$ broja čvorova d po broju veza k (stepen čvora). Na osnovu ove zavisnosti moguće je izvršiti podelu mreža.

U modelu su korišćene tri vrste mreža: regularne, random i scale free mreže. Regularne ili pravilne mreže su one kod kojih svi čvorovi imaju isti broj veza. Kod random mreža za svaka dva čvora postojanje veze između njih je dato sa određenom verovatnoćom. Za random mreže se dugo mislilo da su one te koje najbolje opisuju realne mreže. Kasnijim istraživanjima se pokazalo da realne mreže pokazuju značajne razlike u odnosu na random mreže. Ispostavilo se da je najveći broj realnih mreža zapravo scale free.

Scale free mreže takođe karakteriše veliki broj čvorova sa malo veza i mali broj čvorova koji imaju izrazito veliki broj veza u odnosu na druge. Čvorovi sa izrazito velikim brojem veza nazivaju se hubovi.

U ovom radu scale free mreže su generisane po Barabaši-Albert modelu (Albert i Barabási 1999). Barabaši-Albert model odvija se u dva koraka. U prvom koraku se generiše mala random mreža (korišćena je početna random mreža veličine čvorova). U drugom koraku obezbeđuje se rast mreže, što podrazumeva dodavanje novog čvora na postojećuu mrežu. Pri tome se novi čvor povezuje sa ostalim čvorovima sa unapred određenim brojem veza. Pri

dodavanju i -tog čvora, verovatnoća p_j da se uspostavi veza sa j -tim čvorom data je sa:

$$p_j = \frac{k_j}{n_o + i - 1} \sum_{m=1} k_m$$

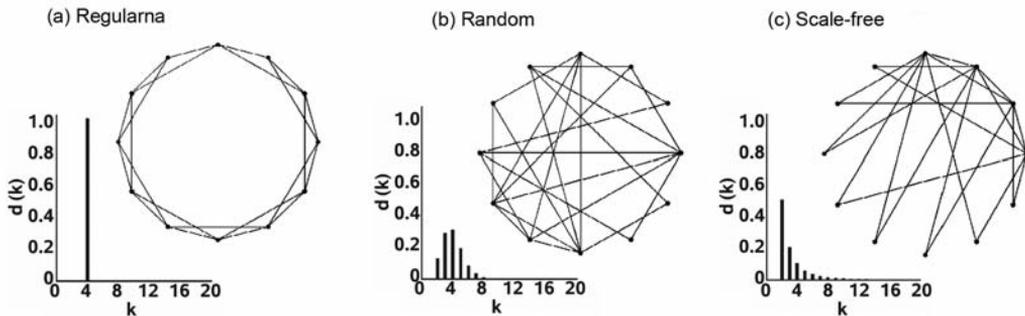
gde je k_j stepen j -tog čvora.

Zatvorenikova dilema

Na početku se svim igračima sa istom verovatnoćom dodeljuje strategija kooperatora ili defektora. Svaki igrač igra zatvorenikovu dilemu sa svim svojim susedima. Korišćen je uprošćen sistem dodeljivanja poena $2 \geq T = b \geq R = 1 \geq P = S = 0$ kojim se prema ranijim istraživanjima (Nowak i May 1992) ne gubi opštost igre. Parametar b predstavlja iskušenje izdaje. Kada svaki igrač odigra zatvorenikovu dilemu sa svim svojim susedima završava se jedna generacija igre. Na kraju svake generacije se beleži broj poena nekog igrača.

Evolucija strategija

Između dve generacije igračima je dozvoljen uvid u osvojene poene svojih suseda i omogućena im je promena stategije pre ulaska u novu generaciju. Da bi ispitali kako dinamika stategije utiče na razvoj saradnje korišćena su 4 algoritma evolucije strategija koja određuju kako se strategija pojedinačnog igrača menja na kraju generacije. To su Best-takes-over (BTO), Better-possess-chance



Slika 1. Skice regularne, random i scale free mreže sa njihovim raspodelama $d(k)$ za $n = 10^4$; $d(k) = n_k/n$, gde je n_k broj čvorova sa k veza (Santos i Pacheco 2006)

Figure 1. Scheme of regular (a), random (b) and scale-free (c) networks with their degree distributions $d(k)$ for $n = 10^4$; $d(k) = n_k/n$, where n_k stands for number of nodes with k connections (Santos and Pacheco 2006)

(BPC), Accumulated-better-possess-chance (ABPC) i Payoff-difference-dependent (PDD).

Best-takes-over. U realnim društvima je primećeno da se jedinke često ugledaju na najuspešnije iz svog okruženja. Ovim algoritmom evolucije omogućeno je da jedinka preuzima strategiju najuspešnijeg iz svog okruženja. Međutim, kako čvorovi u random i scale free mrežama nemaju isti broj veza, oni sa većim brojem veza imaju veće šanse da osvoje veliki broj poena, pa se zbog toga poreda prosečni brojevi poena osvojeni po završetku jedne partije zatvorenikove dileme (E).

Bettters-possess-chance. Tehnički je prvi algoritam veoma lako implementirati. Međutim, njegova biološka relevantnost je ograničena jer on podrazumeva savršeno društvo u kom su svim jedinkama dostupni svi podaci o svim susedima. Sa druge strane, betters-possess-chance algoritam uključuje verovatnoću sa kojom jedinka preuzima bolju strategiju. U ovom algoritmu kad god evoluiramo strategiju i -tog čvora, mi iz njegovog okruženja biramo random čvor j . Pri tom je verovatnoća p da čvor i preuzme strategiju čvora j definisana sa:

$$p(E_i, E_j, b, T, S) = \begin{cases} \frac{E_j - E_i}{T - S}, & E_i < E_j \\ 0, & E_i \geq E_j \end{cases}$$

gde su E_i i E_j prosečni brojevi poena čvorova i i j .

Accumulated-bettters-possess-chance. Bettters-possess-chance evolucija poređenjem prosečnog broja poena smanjuje sam uticaj topologije mreže na ishod. Sa druge strane, sa stanovišta biologije, osim kvaliteta i kvantitet igra značajnu ulogu (Hammerstein 2003). Zbog toga ukupan broj poena osvojen na kraju svake genracije predstavlja prirodan kriterijum za upoređivanje uspešnosti igrača (Santos i Pacheco 2006).

Ovaj algoritam takođe među susedima čvora i bira random čvor j , a verovatnoća p preuzimanja strategije je:

$$p(P_i, P_j, k_i, k_j, T, S) = \begin{cases} \frac{P_j - P_i}{\max(k_i, k_j) (T - S)}, & P_i < P_j \\ 0, & P_i \geq P_j \end{cases}$$

gde je $\max(k_i, k_j)$ veći od stepena čvorova i i j , a P_i i P_j ukupan broj poena igrača i i j .

Payoff-difference-dependent. Moguće je primećiti da za prethodno pomenute algoritme evolucije strategije ne postoji mogućnost preuzimanja strategije od lošijeg igrača. Međutim u modelovanju realnih sistema trebalo bi da postoji takva mogućnost zato što su ovakve pogrešne mutacije česte u prirodi. Stoga ovaj algoritam dozvoljava i ovakve iracionalne poteze igrača. Čvorovi i i j se biraju kao i u prethodne dve evolucije. Verovatnoća preuzimanja strategije u ovom slučaju je:

$$p(E_i, E_j, k) = \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{E_j - E_i}{k}\right)}$$

gde su E_i i E_j prosečni brojevi poena čvorova i i j , a k predstavlja koeficijent šuma u okruženju koji omogućava preuzimanje lošije strategije. U ovom algoritmu strategija boljeg igrača se brzo preuzima dok je manje moguće, ali ne i nemoguće, preuzimanje lošije strategije. Sa povećanjem koeficijenta šuma smanjuje se količina informacija dostupnih o susedima, što vodi ka povećanju verovatnoće za preuzimanje lošije strategije.

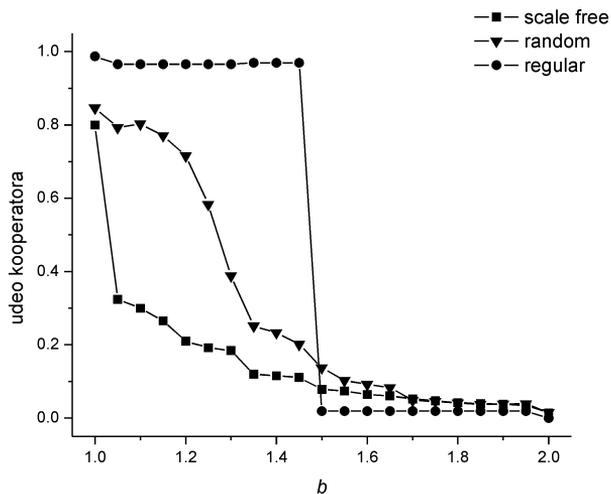
Simulacija

U simulaciji su korišćene mreže sa 10000 čvorova, prosečan broj veza čvorova za sve mreže je 4. Na početku svim čvorovima se dodeljuje strategija kooperatora ili defektora sa verovatnoćom 50%. Za svaku od tri mreže implementirane su sve četiri dinamike strategije i praćen je broj opstalih kooperatora za različite vrednosti b (iskušenje izdaje) iz intervala (1, 2). Za svako posmatrano b igrači igraju zatvorenikovu dilemu 10000 generacija (što je dovoljno da se sistem ustali). A broj opstalih kooperatora dobija se kao usrednjen broj preživelih u narednih 1000 generacija.

Rezultati i diskusija

Best-takes-over

Na slici 2 prikazani su rezultati za algoritam evolucije best-takes-over. Kada je u pitanju ova strategija rezultati pokazuju da regularne mreže do vrednosti $b = 1.5$ podstiču kooperativnost znatno više nego druge dve mreže. Za vrednosti parametra b veće od 1.5 broj kooperatora u regularnoj mreži

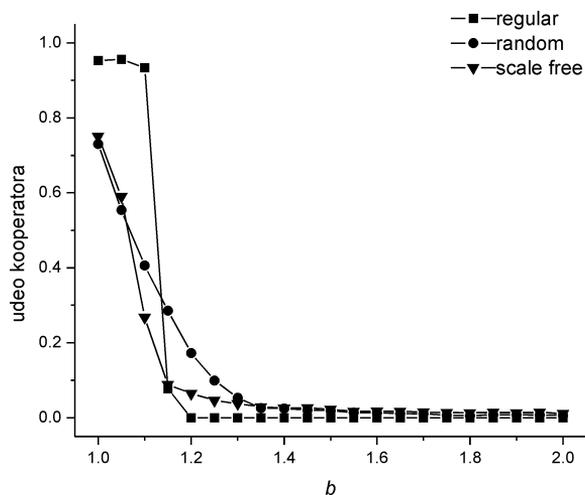


Slika 2.

Udeo kooperatora u zavisnosti od iskušenja izdaje za algoritam evolucije best-takes-over

Figure 2.

Fraction of cooperators as a function of temptation to defect parameter for best-takes-over evolution algorithm



Slika 3.

Udeo kooperatora u zavisnosti od iskušenja izdaje za algoritam evolucije better-possess-chance

Figure 3.

Fraction of cooperators as a function of temptation to defect parameter for better-possess-chance evolution algorithm

drastično opada i u tom intervalu random mreže su one na kojima ima najviše kooperatora.

Na celom opsegu vrednosti parametra b na scale free mreži opstaje manje kooperatora u odnosu na random mrežu.

Bettters-possess-chance

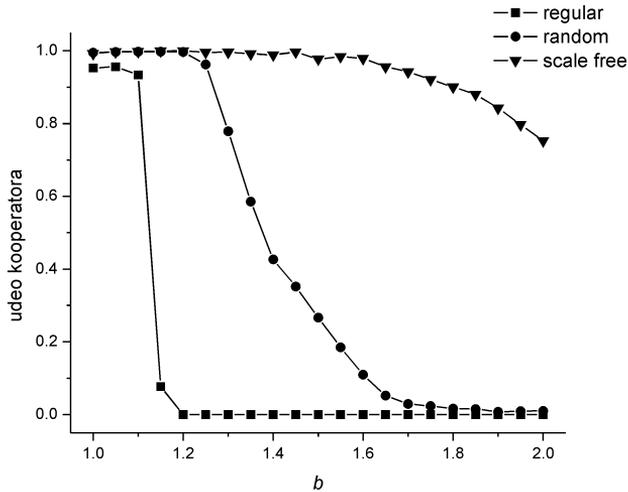
Na slici 3 su rezultati za algoritam better-possess-chance. Do vrednosti $b = 1.15$ na regularnoj mreži opstaje najviše kooperatora, dok za veće vrednosti b broj kooperatora kao i u slučaju prethodnog algoritma drastično opada. Posle ove kritične vrednosti opet je random mreža ona na kojoj najviše opstaju kooperatori.

Dakle, rezultati za prve dve strategije su skoro isti sa jedinom razlikom u vrednosti parametra b za

koji na regularnoj mreži prestaju da opstaju kooperatori. Sličnost rezultata potiče iz sličnosti dinamičnosti strategija koji ova dva algoritma obezbeđuju. Oba algoritma obezbeđuju preuzimanje strategije boljeg, s tim što u drugom slučaju to ne dozvoljavamo u svim slučajevima, što je zapravo i uticalo na smanjenje kritične vrednosti parametra b .

Accumulated-bettters-possess-chance

Na slici 4 prikazani su rezultati dobijeni primenjivanjem accumulated-bettters-possess-chance algoritma. Za ceo opseg parametra b na scale free mreži opstaje najveći broj kooperatora. Regularna mreža se ponaša slično kao i za prethodne algoritme, dok na random mreži do vrednosti $b = 1.35$ broj kooperatora je sličan istom broju na scale free mreži, a za

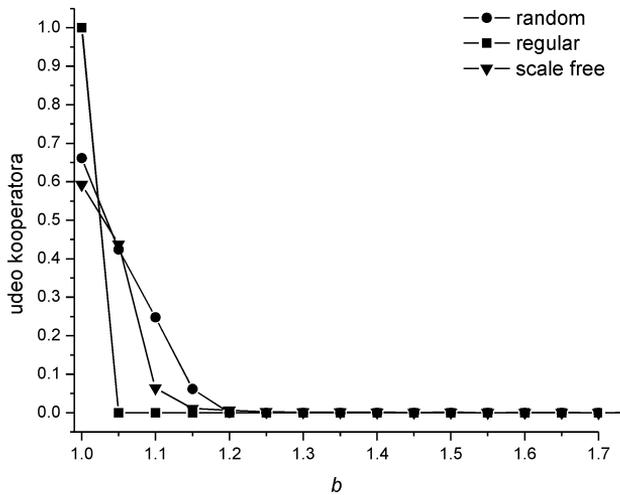


Slika 4.

Udeo kooperatora u zavisnosti od iskušenja izdaje za algoritam evolucije accumulated-betters-possess-chance

Figure 4.

Fraction of cooperators as a function of temptation to defect parameter for accumulated-betters-possess-chance evolution algorithm

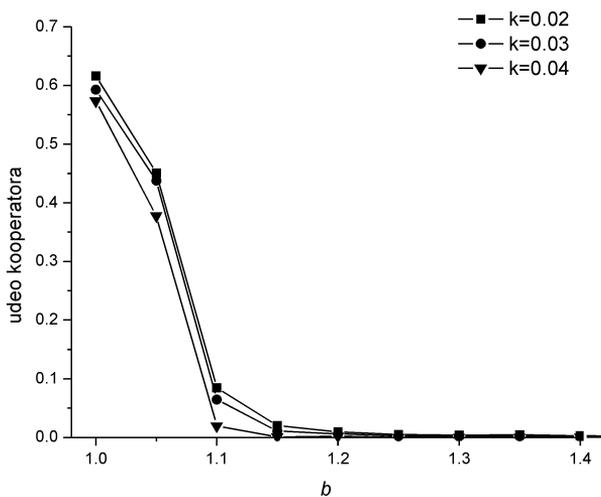


Slika 5.

Udeo kooperatora na sve tri mreže u zavisnosti od iskušenja izdaje za algoritam evolucije pay off-difference-dependent

Figure 5.

Fraction of cooperators in all types of networks as a function of temptation to defect parameter for pay off-difference-dependent evolution algorithm



Slika 6.

Udeo kooperatora na scale free mreži u zavisnosti od iskušenja izdaje za algoritam evolucije pay off-difference-dependent za različite vrednosti k

Figure 6.

Fraction of cooperators in scale-free network as a function of temptation to defect parameter for pay off-difference-dependent evolution algorithm for different values of k (noise parameter)

veće vrednosti broj naglo opada. Ovi drastično drugačiji rezultati u pogledu scale free mreže potiču iz činjenice da jedino ovaj algoritam promene strategije favorizuje topologiju scale free mreže time što se pri poređenju rezultata ne uzimaju prosečni poeni, što dovodi do znatno većeg broja opstalih kooperatora. Ovi rezultati slažu se sa rezultatima koji su dobili Santos i Pacheco (2006).

Payoff-difference-dependent

Na slikama 5 i 6 su prikazani dobijeni rezultati za payoff-difference-dependent algoritam. Na slici 5 su prikazani rezultati za sve tri mreže za vrednost parametra šuma $k = 0.03$. I za ovu evoluciju strategije primećujemo da je random mreža ta na kojoj opstaje najviše kooperatora na celom opsegu vrednosti b . Na slici 6 su prikazani rezultati za scale free mrežu za tri vrednosti šuma k . Kao što je očekivano, sa porastom vrednosti šuma broj opstalih kooperatora se smanjuje. Razlog zbog kog je i kod ovog algoritma broj preživelih kooperatora na scale free mreži manji nego na random mreži je isti kao i u slučaju prva dva algoritma. I u ovom slučaju se pored prosečni poeni koje igrači osvajaju što negira topologiju scale free mreže.

Ravoj saradnje u okolini glavnog huba i grupisanje defektora

U ovom delu rada je ispitivan razvoj saradnje u okolini glavnog huba na scale free mreži. Na početku bi hub bio podešen da ne saraduje, a potom bi se pratio razvoj saradnje među njegovim susedima. Za ABPC evoluciju strategije primećeno je da na

početku hub koji ne saraduje brzo nametne svoju strategiju okolini tako da na početku veliki broj suseda ne saraduje. Kada većina agenata oko huba ne saraduje, hub je u nemogućnosti da osvoji poene pa njegovi poeni postaju bliski poenima njegovih suseda koji saraduju i tada hubu biva nametnuta strategija kooperatora. Jednom kada hub preuzme strategiju kooperatora on je nameće većini svojih suseda.

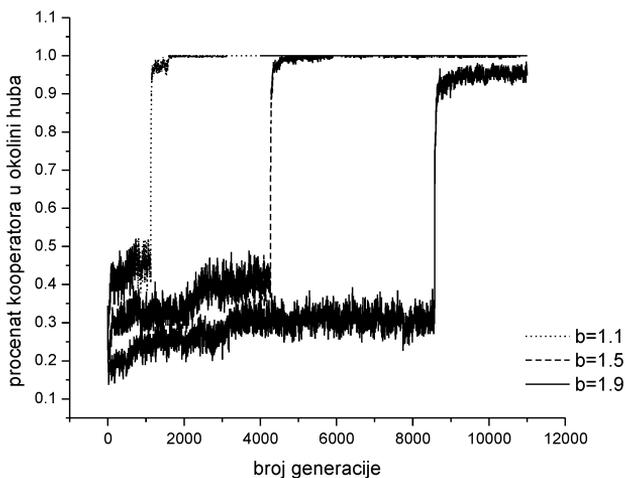
Na slici 7 prikazan je udeo kooperatora među susedima glavnog huba posmatrano u periodu od 11000 generacija za različite vrednosti b .

Na grafiku možemo primetiti da povećanje iskušenja izdaje ne utiče na ishod, utiče samo na vreme potrebno da hub postane kooperator. Okolina hub-a ispitivana je i za ostale evolucije strategije, međutim tamo nije uočena nikakva pravilnost između kooperatora oko huba i stanja huba. Takvi rezultati su očekivani, s obzirom da, kao što je prethodno pomenuto u ostalim evolucijama strategija, koristimo prosečan broj poena, pa samim tim broj veza nekog agenta ne utiče na verovatnoću preuzimanja strategije od suseda.

Dakle u okolini glavnog huba, odnosno u centralnom delu mreže, defektori ne mogu da zadrže svoju strategiju, tj. u centralnom delu mreže prevladaju kooperatori. Ostaje pitanje periferije mreže, odnosno čvorova sa malim brojem veza.

Na slici 8 prikazan je odnos defektora i kooperatora u zavisnosti od stepena čvorova- k na početku i na kraju cele igre pri $b = 1.9$.

Grafik na kom je situacija na kraju igre jasno pokazuje da su preostali defektori na periferiji mreže.

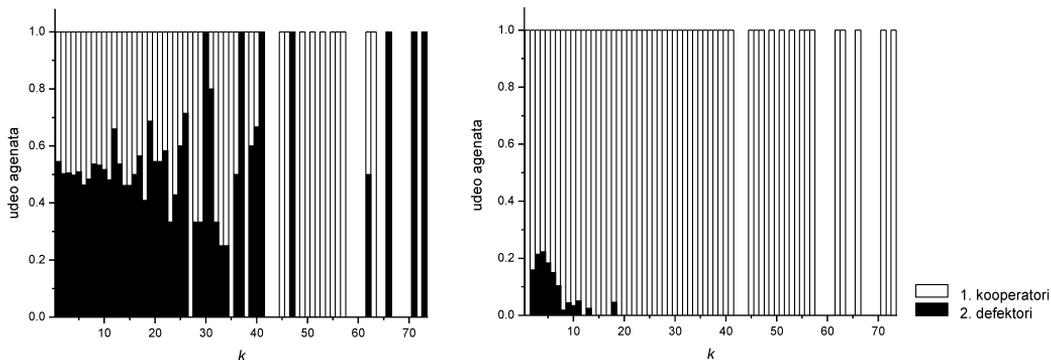


Slika 7.

Udeo kooperatora u okolini huba u zavisnosti od broja generacije za algoritam evolucije accumulated-betters-possess-chance za različite vrednosti iskušenja izdaje b

Figure 7.

Fraction of cooperators in the hub's vicinity as a function of generation number for the accumulated-betters-possess-chance evolution algorithm for the different values of temptation to defect parameter b



Slika 8. Udeo agenata (kooperatora i defektora) u zavisnosti od broja veza k na početku i na kraju, za vrednost iskušnja izdaje $b = 1.9$

Figure 8. Fraction of agents, cooperators (1.) and defectors (2.), as a function of k (number of connections) at the beginning and the end, for temptation to defect parameter $b = 1.9$

Zaključak

U ovom radu ispitivan je razvoj kooperativnosti na različitim mrežama (regularna, random i scale free) i sa različitim algoritmima evolucije strategija (Best-takes-over – BTO, Better-possess-chance – BPC, Accumulated-better-possess-chance – ABPC, Payoff-difference-dependent – PDD) sa ciljem da se utvrdi da li evolucija strategije ili topologija mreže igra ključnu ulogu u razvoju saradnje.

Za svaki od algoritama za male vrednosti iskušnja izdaje – b , kooperatori prevladaju na svim mrežama, međutim, posle neke kritične vrednosti parametra b broj kooperatora značajno opada. Posle neke kritične vrednosti iskušnja izdaje nijedna od mreža ne favorizuje kooperatore, osim u slučaju ABPC. U slučaju ove evolucije strategije i scale free mreže, kooperativnost je favorizovana kao strategija za ceo opseg parametara b . To znači da je topologija scale free od izuzetne važnosti kada je u pitanju opstanak kooperatora, ali je takođe bitno da dinamičnost strategije uzima u obzir topologiju scale free mreže, jer kao što je primećeno za ostale tri evolucije scale free mreža se nije pokazala dobro, baš iz razloga što je njena topologija bila zanemarena.

Takođe za scale free mreže, ispitano je i kako glavni hub utiče na saradnju među svojim susedima i pokazano je da u centralnom delu mreže – u okolini glavnog huba defektori ne mogu da opstanu, već se oni grupišu na periferiji. Situacija u kojoj glavni hub utiče na svoju okolinu i nameće joj svoju

strategiju je još jedna od situacija sa kojom se susrećemo u ljudskom društvu, tj ljudi ne kopiraju samo uspešne iz svoje okoline već i popularne.

Istraživanje se može nastaviti ispitivanjima koja koriste drugu igru kao opis interakcije među jedinkama, kao na primer *chicken game*. Takođe bi bilo zanimljivo ispitati razvoj kooperativnosti na dinamičnoj mreži, tj. tamo gde dozvoljavamo jedinkama da prekidaju vezu sa jedinkama koje ih često izdaju.

Literatura

- Albert R. i Barabasi A. L. 2002. Statistical Mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, **74**: 47
- Axelrod R. i Hamilton W. D. 1981. The Evolution of cooperation. *Science*, **211**: 1390
- Hammerstein P. 2003. *Genetic and Cultural Evolution of Cooperation*. MIT Press
- Nowak M. A., May R. M. 1992. Evolutionary games and spatial chaos. *Nature*, **359**: 826.
- Santos F. C., Pacheco J. M. 2005. Scale-Free Networks Provide a Unifying Framework for Emergence of Cooperation. *Phys. Rev. Lett.*, **95**: 098104
- Santos F. C., Pacheco J. M. 2006. A new Route to the Evolution of Cooperation. To appear in the *Journal of Evolutionary Biology*
- Wu Z., Xu X., Wang Y. 2006. Does the Scale-Free Topology Favor the Emergence of Cooperation? arXiv:physics/0508220 v2

Aleksandra Alorić

Influence of Network Topology on the Evolution of Cooperation

In this work the progress of cooperation between individuals is studied using the evolutionary theory of games, where the society is modeled by the network and interaction between individuals is modeled by the prisoner's dilemma game. Works published till now provide confronting answers to the question whether the topology of a scale free network is cru-

cial to stimulating the evolution of cooperation. Regular, random and scale free networks were studied and for all of them four different update rules determining the evolution of each player's strategy there were implemented. The average density of cooperators represented as a function of defect temptation was calculated using the Monte Carlo simulation. Also, the evolution of strategies around the largest hub depending on its strategy was studied, and it is noticed that the agents who do not cooperate are mostly grouped at the periphery of the network. It is shown that the number of surviving cooperators depends on the network topology, but also on the dynamics of the game.

