Biljana Milovanović, Ivan Knežević, Snežana Nikolić

# Dominacija tipa geometrijske transformacije kod grupisanja geometrijskih oblika

U ovom istraživanju ispitivano je kako se postojeći matematički opisani tipovi transformacija geometrijskih oblika strukturišu u vizuelno-perceptivnom aparatu čoveka. Pretpostavka je da se transformacije strukturišu u odnosu na broj invarijanti koje data transformacija održava. Rezultati u velikoj meri potvrđuju ovaj model sa izvesnim odstupanjima u rangovima pojedinih tipova transformacija. On sugeriše da se geometrijska svojstva objekata ne tretiraju podjednako, već da se i ona uređuju na određeni način. Takođe se pokazuje da ispitanici sa uspehom prepoznaju netransformisane oblike, mada su one konstruisane da odstupaju od dobre forme tj. pravilnih geometrijskih figura. Može se zaključiti da prepoznavanje objekata transformisanih na različite načine u velikoj meri zavisi od geometrijskih osobina koje kod transformacije ostaju invarijantne.

### Uvod

Čovek iz spoljašnje sredine prima putem vizuelno-perceptivnog sistema veliki broj informacija. Te informacije su slike objekata u prostoru projektovane na fotosenzitivne ćelije mrežnjače. Određeni delovi nervnog sistema te nadražaje interpretiraju u senzacije. Proces vizuelnog opažanja se može opisati kao interakcija nekoliko domena:

- distalni domen, koji predstavlja spoljašnju sredinu i sve fizičke pojave unutar nje;
- proksimalni domen, koji predstavlja projekcije datih objekata na fotosenzitivne ćelije mrežnjače;
- fenomenološki domen, koji predstavlja svesni doživljaj određene fizičke pojave (Todorović 1997a).

U istraživanju vizuelne percepcije razlikuje se više modela za opisi-vanje prirode retinalnih projekcija među kojima se kao osnovni izdvajaju model slike i model toka. Model slike zasnovan je na činjenici da očno sočivo fokusira svetlost na mrežnjaču čime se stvara slika objekta, koja je

Biljana Milovanović (1984), Beograd, Zahumska 46, učenica 3. razreda Treće beogradske gimnazije

Snežana Nikolić (1983) Majdanpek, Hajduk Veljkova 20/8, učenica 4. razreda Gimnazije "Mile Arsenijević Bandera" u Majdanpeku

Ivan Knežević (1984), Novi Sad, Slobodana Bajića 32, učenik 3. razreda Gimnazije "Svetozar Marković" u Novom Sadu

MENTOR:
Dragan Rangelov
(1981), Bela Palanka,
Krste Tošića 3,
student 3. godine
psihologije na
Filozofskom fakultetu
u Beogradu

u tom modelu prihvaćena kao odgovarajući opis prirode proksimalnog stimulusa. Ranije je opšteprihvaćeno mišljenje bilo da je percepcija pokreta posledica integracije serije statičnih slika posredstvom viših mentalnih aktivnosti. Noviji model, model toka, isključuje mogućnost predstavljanja proksimalnog stimulusa kao slike, zbog toga što je projekcija sasvim oštre slike na mrežnjači nemoguća, usled mikro-pokreta samog oka (Riggs, 1953, prema G. Johanssonu), a isto tako i da je mali broj optičkih nepravilnosti neizbežan čak i u percepciji statičnih distalnih stimulusa.

Različite retinalne projekcije istih objekata, nastale usled izmenjenih uslova posmatranja (promena ugla posmatranja, osvetljenja, udaljenosti, itd.), interpretiraju se kao istovetne senzacije. Ta pojava se naziva vizuelna konstantnost. Broj mogućih promena proksimalnih stimulusa zavisi od stepena kompleksnosti distalnog objekta, pravilnosti njegove forme, i samog trenutka i mesta sa koga se opaža. Iz ovoga sledi da taj broj može biti veoma veliki. Postavlja se pitanje da li se ovakve distorzije proksimalnih stimulusa mogu opisivati određenim, matematički formulisanim tipovima transformacija oblika.

U geometriji postoji više načina za opisivanje transformacija određenih oblika. Svaki od tipova transformacija precizno opisuje koje osobine novog oblika moraju da ostanu očuvane odnosno nepromenjene (invarijantne) u odnosu na osnovni oblik da bi se oni smatrali izomorfnim. Istorijski razvoj opisivanja mogućih transformacija se kretao u pravcu od većeg ka manjem broju invarijanti.

Svaka geometrijska figura se može transformisati na tri načina:

- euklidske transformacije translacija, rotacija i promena veličine
- projektivne transformacije projekcija figure na ravan koja se u odnosu na početnu ravan nalazi u izmenjenom položaju u prostoru
- topološke transformacije bilo koja promena oblika, uz uslov očuvanja neprekinutosti konture

Oblici transformacija su uređeni u odnosu na broj očuvanih svojstava tako da najveću invarijantnost imaju euklidske transformacije, jer pri transformaciji ovog tipa uglovi i odnosi između stranica ostaju konstantni; zatim projektivne transformacije gde osnovna osa ostaje nepromenjena; dok najmanju invarijantnost imaju topološke transformacije kod kojih je očuvana samo zatvorenost-otvorenost linija koje određuju konturu.

Ovo pilot istraživanje ima zadatak da utvrdi postoji li dominacija određenih tipova geometrijskih transformacija kod grupisanja stimulusa. Drugačije rečeno, radi se o ispitivanju postojanja paralelnosti između funkcionisanja našeg vizuelnog čulnog sistema i formalno opisanih zakonitosti geometrijskih transformacija.

## Cilj

Cilj ovog istraživanja je da se utvrdi da li postoji određena pravilnost u grupisanju različito transformisanih proksimalnih stimulusa, i da li se kod grupisanja oblika kao dominantan princip grupisanja izdvaja neki od tipova geometrijskih transformacija.

## Hipoteze

Pomenuta svojstva različitih tipova transformacija (broj očuvanih invarijanti) navode na sledeće pretpostavke:

- Kod grupisanja oblika će se, kao dominatan princip grupisanja, izdvojiti grupa euklidskih transformacija, zbog najvećeg broja invarijanti koje zadržavaju. Ovako transformisan oblik je po svojstvima najsličniji polaznom, pa će se oni najčešće grupisati zajedno.
- Transformacije sa većom invarijantnošću će se češće grupisati zajedno sa početnim oblikom od transformacija sa manjom invarijantnošću.

### Metod

U eksperimentu je učestvovalo 45 polaznika seminara Istraživačke stanice Petnica, oba pola i uzrasta 16-19 godina.

Stimulusi su se sastojali iz dve grupe geometrijskih figura: nepravilnih asimetričnih ravni i linijskih sklopova.

Nepravilne geometrijske ravni su generisane tako što su u pravilne mnogouglove proizvoljno upisivani nepravilni mnogouglovi, a linijski sklopovi su dobijeni upisivanjem dijagonala u nepravilne asimetrične ravni.

Variranjem broja stranica (za ravni) i broja duži (za linijske sklopove) dobijena su tri nivoa kompleksnosti (tabela 1).

Tabela 1. Transformacije prema nivou kompleksnosti

Tip Nivo kompleksnosti

I II III

Nepravilne asimetrične ravni

Linijski sklopovi

Geometrijske transformacije za svaku od ovih figura dobijene su na sledeći način (tabela 2):

Tabela 2. Transformacije prema intenzitetu

Tip transformacije	Intenzitet transformacije					
Rotacija	45°	90°	135°	180°		
Projekcija na vertikalnu ravan	22.5°	45°	67.5°	90°		
Projekcija na horizontalnu ravan	22.5°	45°	67.5°	90°		
Sabijanje	I	II	III	IV		
Rastezanje	I	II	III	IV		

Na ovaj način je za svaku od figura iz grupe nepravilnih, asimetričnih ravni dobijen 21 oblik (5 transformacija × 4 intenziteta + osnovni oblik) i 17 oblika (4 transformacije × 4 intenziteta + osnovni oblik) iz grupe linijskih sklopova stimulusa. Kod linijskih sklopova, s obzirom na prirodu figura, nije bilo moguće razlikovati topološko rastezanje i sabijanje, te su date transformacije podvedene pod jedinstvenu kategoriju.

#### Postupak

U prvom delu eksperimenta šest nezavisnih procenjivača je imalo zadatak da između tri ponuđena intenziteta određene transformacije geometrijske figure izaberu onaj koji najviše odgovara položaju ekvidistantnom između polaznog i krajnjeg stepena transformacije. Polazni oblik je osnovna, netransformisana figura, a krajnji onaj gde se gube svojstva koja ga dovode u vezu sa polaznim oblikom (odnosi između stranica mnogougla, veličina uglova koje stranice zaklapaju...). Transformacije onog intenziteta koje su ispitanici najčešće označavali kao središnji su u drugoj fazi eksperimenta korisćene kao eksperimentalni stimulusi (prilog 1; stimulusi koje su ispitanici najčešće označavali kao središnje, označeni su podebljanim brojem ispod njih).

Nakon toga su kreirani setovi stimulusa koji su sadržali sve moguće kombinacije eksperimentalnih stimulusa. Svaki set je sadržao tri stimulusa od kojih je jedan uvek predstavljao osnovni, netransformisani oblik, a druga dva različite geometrijske transformacije date figure.

Setovi su bili randomizirani na dva načina:

- randomiziran je redosled stimulusa u setu i
- redosled izlaganja samih setova.

Na ovaj način su dobijene tri randomizirane kombinacije setova stimulusa.

U drugom delu eksperimenta su učestvovale tri grupe od po petnaest ispitanika, za svaku od kombinacija setova stimulusa. Oni su imali zadatak da eliminišu jedan od tri stimulusa iz seta, koji po njihovom misljenju ne pripada grupi. Setovi su ispitanicima bili izlagani u malim i ravnomernim vremenskim razmacima (prilog 2).

## Rezultati

Dobijeni podaci su obrađeni statističkom tehnikom za utvrđivanje značajnosti razlika između frekvenci – hi-kvadratom. Svaki od setova stimulusa je istestiran posebno, a dobijeni rezultati prikazani su u tabelama 3–9. Rezultati su grupisani tako da se grupisanja iste vrste (recimo osnovnog oblika i rotirane forme) prikazuju zajedno nezavisno o kom setu stimulusa je reč i za sve nivoe kompleksnosti ukoliko se rezultati ponavljaju po različitim nivoima. Takođe je važno napomenuti da su podaci obrađeni posebno za ravni, i posebno za linijske sklopove. Tabele (3–9) su numerisane tako da se rezultati prikazuju počev od zastupljenijeg tipa grupisanja ka manje učestalim tipovima. Uz svaku tabelu je priložen i registar setova stimulusa na koje tabela referira.

Tabela 3. Frekvence grupisanja osnovnog oblika (ravan) i projekcije na horizontalnu ravan

Stim	ulusi		Frek	vence		Total	$\chi^2$	DF	Sig.
1	2	3	1	2	3	<del>_</del>			
			5	24	16	45	12.13	2	0.01
	$\left\langle \right\rangle \left\langle \right\rangle$		2	28	15	45	22.53	2	0.01
	1 / L		4	36	5	45	44.13	2	0.01
	$\supset \bigvee$		1	35	9	45	42.13	2	0.01
	$\supset V$		3	40	2	45	62.53	2	0.01
		$\bowtie$	0	2	43	45	37.36	1	0.01
	$\supset$	T	1	5	39	45	58.13	2	0.01
		*	0	1	44	45	41.09	1	0.01
			0	5	40	45	27.22	1	0.01
		Ó	1	5	39	45	58.13	2	0.01
		$\bigcirc$	0	2	43	45	37.35	1	0.01

Tabela 4. Frekvence grupisanja osnovnog oblika (ravan) i rotirane forme

Stimulusi			Frek	vence		Total	$\chi^2$	DF	Sig.
1	2	3	1	2	3				
			5	4	36	45	44.13	2	0.01
		0	3	2	40	45	62.53	2	0.01
(	00	0	5	4	36	45	44.13	2	0.01
		] _	1	5	39	45	58.13	2	0.01
		X	0	6	39	45	24.2	1	0.01
$\bigcirc$	0	*	0	4	41	45	30.42	1	0.01
			0	4	41	45	30.42	1	0.01
		$\bigcirc$	0	2	43	45	37.35	1	0.01
$\bigcirc$	0		0	1	44	45	41.09	1	0.01

Tabela 5. Frekvence grupisanja osnovnog oblika (ravan) i projekcije na sagitalnu ravan

Stimulusi		Frekv	vence		Total	$\chi^2$	DF	Sig.
1 2	3	1	2	3				
	$\sim$	1	9	35	45	42.13	2	0.01
$\bigcirc$ $\langle$	*	0	5	40	45	27.22	1	0.01
$\bigcirc$ $\langle$	公	0	7	38	45	21.35	1	0.01
		0	12	33	45	9.8	1	0.01
$\bigcirc \emptyset$	$\bigcirc$	0	13	32	45	8.02	1	0.01
$\bigcirc$ $\bigcirc$	$\bigcirc$	2	7	36	45	44.93	2	0.01

Tabela 6. Frekvence grupisanja osnovnog oblika (ravan) i topološke transformacije (rastezanje)

Stimulusi	Frek	Frekvenca			$\chi^2$	DF	Sig.
1 2 3	1	2	3				
0*0	10	24	11	45	8.13	2	0.05
$\bigcirc$ \$\infty\$	13	23	9	45	6.93	2	0.05

Tabela 7. Frekvence grupisanja osnovnog oblika (linijski sklop) i projekcije na horizontalnu ravan

Stimulu	usi		Frekve	enca		Total	$\chi^2$	DF	Sig.
1	2	3	1	2	3				
$\times$	X =	~	6	18	21	45	8.4	2	0.05
大、	,		2	25	18	45	18.53	2	0.01
$\times$	<i>f</i> >	<	5	36	4	45	44.13	2	0.01
<b>+</b>	/ <sub>*</sub>		1	30	14	45	28.13	2	0.01
大	* >	F	4	40	1	45	62.8	2	0.01
× >	×	×	1	6	38	45	53.73	2	0.01
+	大人	大	4	1	40	45	62.8	2	0.01
*	*	*	1	1	43	45	78.4	2	0.01

Tabela 8. Frekvence grupisanja osnovnog oblika (linijski sklop) i projekcije na horizontalnu ravan

Stim	ulusi		Frel	vence		Tota	l χ <sup>2</sup>	DF	Sig.
1	2	3	1	2	3				
>	X	f	1	2	42	45	72.9	2	0.01
+	-+	}	3	9	33	45	33.6	2	0.01
7	FXI	<b>k</b>	1	6	38	45	53.7	2	0.01
+	-+	大	3	24	18	45	15.6	2	0.01
$\times$	X >	×	0	9	36	45	16.2	1	0.01
+	+	大	0	8	37	45	18.69	1	0.01
大	*-	*	2	4	39	45	57.73	2	0.01

Tabela 9. Frekvence grupisanja osnovnog oblika (linijski sklop) i projekcije na sagitalnu ravan

Stimulusi	Fr	Frekvence			of $\chi^2$	DF	Sig.
1 2 3	1	2	3				
士/*	1	13	31	45	30.4	2	0.01
*/*	2	14	29	45	24.4	2	0.01

# Diskusija

Iz priloženih rezultata se može primetiti da je najčešći oblik grupisanja bilo grupisanje netransformisanog oblika sa projektivno trasformisanim i to projekcijom na ravan horizontalnu u odnosu na početnu. Zatim slede grupisanja osnove sa rotiranom figurom, potom grupisanja osnove sa projekcijom na vertikalnu ravan, i na kraju grupisane osnove sa topološkom transformacijom, rastezanjem. Interesantno je da se ovakva grupisanja pravilno javljaju na svim nivoima kompleksnosti za oba tipa oblika stimulusa tj. važe kako za ravni tako i za linijske sklopove.

Važno je pomenuti da su ispitanici skoro uvek u stanju da prepoznaju osnovne, netransformisane oblike, iako oni odstupaju od dobre forme tj. pravilnih geometrijskih figura. Tipovi transformacija se dalje strukturišu u odnosu na njihovu perceptivnu bliskost sa modelom i to sledećim redosledom:

- projekcija objekta na horizontalnu ravan (nezavisno od konteksta u kome je stimulus izložen)
- rotacija objekta (nezavisno od konteksta, osim kada je izloženi stimulus u paru sa projekcijom u horizontalnoj ravni, kada dominira projekcija);
- projekcija objekta na vertikalnu ravan (kada je stimulus izložen sa topološkom transformacijom) i
- topološka transformacija rastezanje (samo kada je izložen sa topološkom transformacijom – sabijanje, važi samo za ravni, jer je kod linijskih sklopova bilo nemoguće generisati oba tipa topoloških transformacija).

Uočljivo je da dobijena struktura u velikoj meri korespondira sa predviđenom, tj. da se strukturiše u odnosu na invarijantnost transformacije, osim u jednom slučaju. Češće se grupišu model i projekcija na horizontalnu ravan, od grupisanja modela sa rotiranom formom kako je pretpostavljeno. Kod projekcije na horizontalnu ravan ostaje očuvana osnovna osa orijentacije odnosno odnos gore-dole, dok se kod rotacije ovo svojstvo gubi. Mada rotacija ima veću invarijantnost u odnosu na projekciju, dominacija ovog grupisanja ima svoju ekološku vrednost, jer perceptivni sistem se i razvio za snalaženje u prostoru, gde je od vitalne važnosti osetljivost za orijentaciju gore-dole, koja je kod projekcije na horizontalnu ravan očuvana, a kod rotacije nije.

Zanimljivo je i da se, geometrijski ekvivalentne, projekcije na horizontalnu i vertikalnu ravan u perceptivnom aparatu različito grupišu. Mada su oba vida transformacija ekvivalentna po invarijantama, učestalosti jednog i drugog tipa grupisanja se razlikuju, tako da projekcija na horizontalnu ravan dolazi na prvo, a projekcija na vertikalnu ravan na treće mesto po učestalosti tipova grupisanja. Izgleda da je ljudski perceptivni aparat osetljiviji na promene u vertikalnoj nego na promene u horizontalnoj ravni.

Opet, i ova pojava ima određenu ekološku validnost, jer su promene u vertikalnoj ravni karakteristične za živa bića u pokretu jer je od egzistencijalnog značaja na vreme uočiti da li pokret predstavlja opasnost ili ne.

Poslednji karakteristični oblik grupisanja je grupisanje polaznog oblika sa topološkom transformacijom – rastezanje, kada je ona izložena u setu sa topološkom transformacijom – sabijanje. Ova pravilnost se potvrđuje za sve nivoe kompleksnosti u grupi stimulusa – ravni. Ponovo se pokazuje da se dve geometrijski ekvivalentne transformacije, u ovom sličaju topološko rastezanje i sabijanje, u perceptivnom aparatu različito tretiraju. Ispostavlja se da se kao kriterijum za grupisanje nameće očuvanje celovitosti površine, koja kod rastezanja ostaje očuvana, a kod sabijanja to nije slučaj. Dominacija ovog kriterijuma takođe ima određeni smisao, jer je i intuitivno pojmljivo da će očuvanje neprekinutosti konture biti dominantno u odnosu na transformaciju u kojoj se gubi i kontura.

Treba istaći da su se dobijeni rezultati potvrdili za oba skupa stimulusa, dakle kako za ravni tako i za linijske sklopove. Nameće se zaključak da vizuelno-perceptivni aparat čoveka podjednako tretira kako oblike koji bi u realnom prostoru predstavljali određene površine (ravni), tako i one oblike koji bi u realnom prostoru predstavljali određene pokretne objekte i živa bića (linijski sklopovi).

# Zaključak

Dobijeni rezultati pokazuju da se različiti tipovi geometrijskih transformacija oblika različito strukturišu u opažajnom polju čoveka. Pokazuje se da je vizuelno-perceptivni aparat najosetljiviji na promene u konturi koja određuje objekat, zatim na promene u vertikalnoj ravni, potom promenu orijentacije, i na kraju promene u horizontalnoj ravni. Uočena pravilnost važi za sve nivoe kompleksnosti oblika, i za različite kategorije istih. U velikoj meri se potvrđuje pretpostavka da se tipovi geometrijskih transformacija hijerarhijski stukturišu sa obzirom na invarijantnost date transformacije u odnosu na početni oblik. Odstupanja od naše hipoteze koja pokazuju rezultati imaju svoju jasno određenu ekološku validnost.

#### Literatura

Epstein W. 1977. Historical Introduction to the Constancies. U *Stability* and constancy in visual perception – Mechanisms and Processes. (ed. W. Epstein). New York: Wiley, str. 1-22

Johansson G. 1977. Spatial Constancy and Motion in Visual Perception... U *Stability and constancy in visual perception – Mechanisms and Processes*. (ed. W. Epstein). New York: Wiley, str. 375-419

Todorović D. 1997a. The structure of visual constacies and illusions: Part I and II (Basic concepts and expository framework). Beograd: Laboratorija za eksperimentalnu psihologiju (Filozofski fakultet) Todorović D. 1997b. The structure of visual constacies and illusions: Part III-A (Perception of extension). Beograd: Laboratorija za eksperimentalnu psihologiju (Filozofski fakultet)

Todorović D. 1997c, *The structure of visual constacies and illusions: Part IV (Summary and closing comments)*. Beograd: Laboratorija za eksperimentalnu psihologiju (Filozofski fakultet)

Biljana Milovanović, Ivan Knežević, Snežana Nikolić

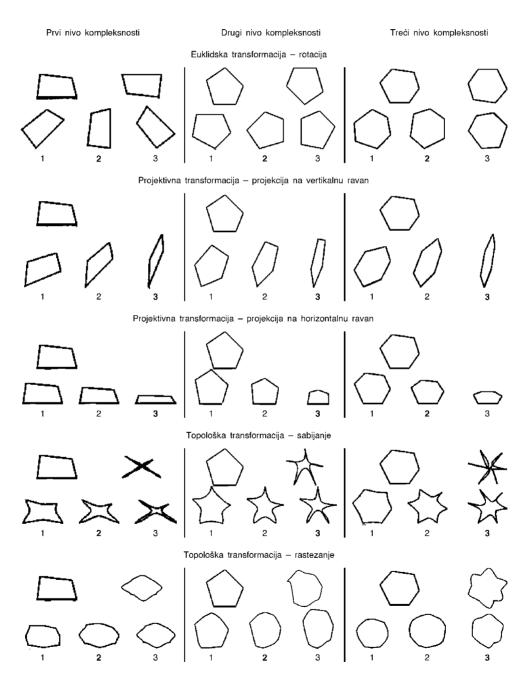
## Preference of Certain Types of Geometrical Transformations in Grouping of Geometrical Figures

In this study the perceptual grouping of geometric transformation was investigated. In geometry, there are several well described types of trans formations, all of them were put in order considering a number of the invariant geometrical features they are preserving. It has been assumed that there would be found the similar order in human perception. The purpose of Experiment 1 was to define the experimental stimuli. The stimuli were asymetrical plane figures and linear patterns. They were transformed in the following manners: (i) rotation; (ii) projection on plane vertical to frontoparallel plane; (iii) projection on plane horizontal to frontoparallel plane; (iv) stretching in and (v) stretching out. Each figure was transformed in three levels of intensity of transformation. Subjects were asked to define which level of intensity was middway between the non-transformed stimu lus and the ultimate intensity of transformation. Afterward, the sets of experimental stimuli were created (Appendix 1). Each set contained a combination of figures given by the formula Original figure - Transforma tion 1 – Transformation 2. In Experiment 2 subjects were asked to eliminate one of the figures from the set (Appendix 2) wich is dissimilar to others. Results indicate that beside the known order of transformations by the number of invariants there is some other kind of hierarchy of object features that are preserved by the transformation. These results confirm the hypothesis with certain exceptions. Amongst them the most salient is when a rotated form was eliminated more often than projection on a horizontal plane. This wasn't expected because the rotation preserves more invariant features than projection. It has also been found that the non-transformed forms were correctly recognized in high rate. The conclusion is that recognizing a figure, transformed in a certain manner, depends in high rate on the type of transformation applied, as well as the features that were transformed.

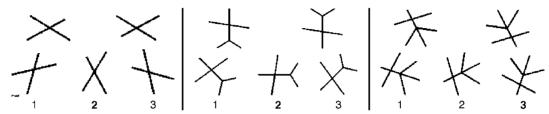
# Apendiks

Prilog 1. Lista transformacija stimulusa.

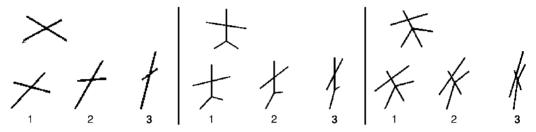
Appendix 1. Intensity levels of stimuli



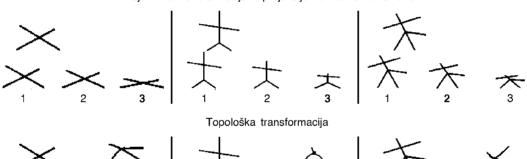
Euklidska transformacija - rotacija



Projektivna transformacija – projekcija na vertikalnu ravan



Projektivna transformacija - projekcija na horizontalnu ravan



Appendix 2. Sets of stimuli used in Experiment 2

. 0 / 4

