

---

Aleksandra Dimitrievska, Tanja  
Petruševska i Danijela Čuić

## Određivanje radijanta meteorskog roja sa fotografija standardnim postupkom

---

Primenom standardnog postupka određen je radijant Perseida na osnovu fotografija tragova meteora napravljenih za vreme maksimuma ovog roja 12. avgusta 2002. godine. Dobijene su srednje vrednosti koordinata bliske tabličnim, ali sa velikom greškom nastalom usled bliskih trajektorija na osnovu kojih je radijant određen. Zbog izvesne analogije sa paralaktičkim određivanjem radijanta, dobijeni rezultat je iskorišćen za analizu primene metoda u ovom slučaju. Došlo se do zaključka da bi davao zadovoljavajuće rezultate kod sinhronizovanog snimanja sa više dovoljno udaljenih stanica, što bi zahtevalo formiranje "balkanske mreže" za praćenje meteora.

---

### Uvod

Radijantom meteora se zove tačka na nebeskoj sferi koja određuje pravac iz kojeg on dolazi. Precizno poznavanje radijanta veoma je važno za određivanje Keplerove putanje meteorske čestice, pošto on zapravo određuje ort vektora brzine. Zahtev za preciznošću postavlja fotografska posmatranja na prvo mesto po važnosti za ovu vrstu analize, uprkos njihovom velikom nedostatku jer obuhvataju samo sjajne meteorske pojave.

Za određivanje radijanta potrebno je imati snimke istog meteora sa najmanje dva različita punkta. Izuzetno, kada imamo više čestica istih ortova brzine, kao što je to slučaj kod meteorskih rojeva, radijant se može odrediti i na osnovu snimaka više različitih meteora načinjenih sa istog punkta.

Osnovni problem kod određivanja radijanta na osnovu fotografija meteora je uglavnom mali broj kvalitetnih snimaka u toku jedne noći. Stoga je po-

trebno što preciznije određivanje trajektorija na snimku, što je često otežano nemogućnošću da se jasno izdvoje počeci i krajevi lukova referentnih zvezda. Cilj našeg rada je da se standardna metoda za određivanje radijanta meteorskog roja (Astapovich 1958; Jones & Moron 1977), upotrebi tako, da se što preciznije odrede trajektorije meteorskih tragova, u slučaju kada je teško pouzdano odrediti krajeve lukova referentnih zvezda.

Trajektorija meteora opisuje se jednačinom velikog kruga na nebeskoj sferi, koja se u ekvatorskim koordinatama može napisati u obliku

$$\tan \delta_R \sin(\alpha_2 - \alpha_1) + \tan \delta_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_R) + \tan \delta_1 \sin(\alpha_R - \alpha_2) = 0 \quad (1)$$

gde su  $\alpha_1$ ,  $\delta_1$  i  $\alpha_2$ ,  $\delta_2$  koordinate dve fiksne tačke, a  $\alpha_R$  i  $\delta_R$  tekuće koordinate. Ako meteori imaju isti ort vektora brzine takvi krugovi se seku u dve tačke, od kojih jedna predstavlja radijant. Rešavanjem tako dobijenog sistema jednačina određuju se  $\alpha_R$  i  $\delta_R$ , koje sada predstavljaju koordinate radijanta. Svakoј trajektoriji, transformacijom koordinata, pripisuje se linearna relacija u kojoj su promenljive  $x$  i  $y$  funkcije koordinata radijanta (Muminović 1981; Salim 1995):

$$X_i x + Y_i y = Z_i$$

$$X = \tan \delta_1 \cos \alpha_2 - \tan \delta_2 \cos \alpha_1$$

$$Y = \sin \delta_2 \cos \alpha_1 - \cos \delta_2 \sin \alpha_1$$

$$Z = \tan \delta_1 \sin \alpha_2 - \tan \delta_2 \sin \alpha_1$$

$$y = \frac{\tan \delta_R}{\cos \alpha_R} \quad (2a)$$

$$x = \tan \alpha_R \quad (2b)$$

---

Aleksandra Dimitrievska (1984), Bor, Ul. IX brigade 11/10, učenica 3. razreda prirodno-matematičkog smera Gimnazije "Bora Stanković" u Boru

Tanja Petruševska (1985), Skoplje (MK), Bul "Vidoe Smilevski Bato" 71-1-13, učenica 3. razreda prirodno-matematičkog smera Gimnazije "Rade Jovčevski Korčagin" u Skopju

Danijela Čuić (1985), Beograd, Marije Bursać 8A, učenica 2. razreda Zemunske gimnazije

I konačno:

$$\alpha_R = \arctan x, \delta_R = \arctan \frac{y}{\sqrt{1+x^2}}$$

Naša ideja je da se transformacijom koordinata relacijama (1) određeni deo nebeske sfere preslika u ravan, a trajektorija meteora dalje tretira kao prava. To omogućava da se trajektorija preciznije odredi na osnovu poznavanja koordinata većeg broja tačaka sa snimljenog traga meteora (npr. metodom najmanjih kvadrata). Osim toga, u slučaju da se koordinate tih tačaka (sa traga meteora) određuju pomoću koordinata zvezda iz njihove neposredne blizine, na ovaj način se trajektorija linearizuje i onda kada se ona na snimku ne projektuje kao prava linija. To je posebno korisno u slučajevima kada su snimci napravljeni širokougaonim objektivima koji bitno deformišu sliku.

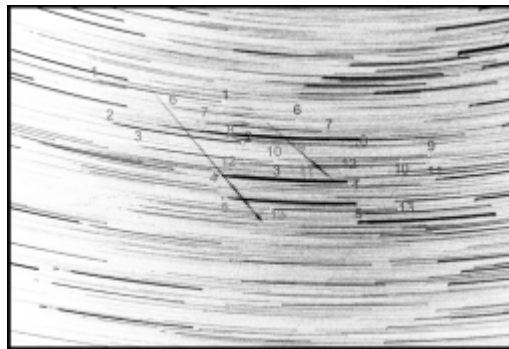
## Materijal i preliminarna obrada

Fotografsko praćenje Perseida vršeno je uporedo sa vizuelnim posmatranjima u periodu od 10. do 18. avgusta 2002. godine na Debelom Brdu, Valjevo. Snimanja su obavljena baterijom od šest fotoaparata bez vođenja, objektivima različitih optičkih karakteristika, kojima je obezbeđeno istovremeno pokrivanje celog neba iznad visine od  $15^\circ$ . Ekspozicije su uglavnom trajale od pola do jednog časa. Korišćen je film u rolnama KODAK TMAX 400 osetljivosti 400 ASA. Za svaki snimak beleženi su početak i kraj ekspozicije s tačnošću do 5 s, a uporednim vizuelnim posmatranjima sa istom tačnošću markirano je vreme prolaska meteora sjajnijih od  $-3$  magnitude. Pri tome su, za vreme maksimuma 12. avgusta u periodu od 1:39 do 2:28 UT, na dve uzastopne ekspozicije dobijene dve fotografije sa po dva Perseida koji su iskorišćeni za određivanje radijanta i proveru metode (slika 1).

Kada je prepoznat deo neba koji je na fotografiji, određene su koordinate zvezda koje seku trajektoriju meteora. Za te zvezde određene su Dekartove koordinate tačaka početka i kraja, kao i koordinate tačaka preseka meteora sa tragovima tih zvezda. Očitavanje ovih koordinata je izvršeno u programskom paketu Photoshop.

Koordinate preseka meteora i tragova referentnih zvezda određene su formulom (Branković 1995):

$$\alpha = \alpha_z + t_p - t_m - k(t_k - t_p)$$



Slika 1. Snimak dva od četiri meteora koji su uzeti za analizu.

Figure 1. Photography of two (from a set of four) meteors, taken for analysis

gde je  $k$  odnos između rastojanja početne tačke do preseka i celog traga zvezde,  $\alpha_z$  rektascenzija zvezde,  $\alpha$  rektascenzija tačke preseka sa meteorskim tragom u trenutku prolaska meteora,  $t_p$ ,  $t_k$  i  $t_m$  – redom vremena početka i kraja ekspozicije i prolaska meteora. Ove tačke su korišćene za određivanje trajektorije meteora metodom najmanjih kvadrata. Rektascenzija i deklinacija (u radijanima) presečnih tačaka trajektorija meteora sa tragovima zvezda dati su u tabeli 1.

## Primena postupka

Jednostavnom transformacijom formule (1) za veliki krug na nebeskoj sferi, dobija se:

$$\frac{\sin \delta}{\cos \alpha} = \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\tan \delta_1 \sin \alpha_2 - \tan \delta_2 \sin \alpha_1} + \tan \delta \frac{\tan \delta_1 \cos \alpha_2 - \tan \delta_2 \cos \alpha_1}{\tan \delta_1 \sin \alpha_2 - \tan \delta_2 \sin \alpha_1}$$

pri čemu su sada  $\alpha$  i  $\delta$  sada tekuće koordinate na trajektoriji. Ova jednačina se, transformacijama (2) svodi na linearan oblik:

$$Y = N + X \cdot K$$

gde su  $X$ ,  $Y$  poznate vrednosti t.j. koordinate incidentnih tačaka (zapravo funkcije tih koordinata), a  $N$  i  $K$  koeficijenti pravca prave koji određuju putanje meteore, koje se nalaze MNK-om. Transformisane koordinate tačaka preseka date su u tabeli 2.

Tabela 1. Rektascenzija i deklinacija repernih zvezda (u radijanima)

Presek	$\alpha_1$	$\delta_1$	$\alpha_2$	$\delta_2$	$\alpha_3$	$\delta_3$	$\alpha_4$	$\delta_4$
1	0.04	0.80	-0.02	0.83	0.16	0.62	0.23	0.73
2	0.02	0.79	-0.06	0.82	0.14	0.61	0.17	0.73
3	-0.09	0.77	-0.15	0.79	0.16	0.59	-0.18	0.76
4	-0.11	0.70	-0.12	0.79	0.14	0.59	-0.18	0.75
5	-0.13	0.68	-0.15	0.78	0.13	0.57	-0.09	0.77
6			-0.10	0.81	0.13	0.56	-0.10	0.77
7			-0.09	0.79	0.11	0.55		
8			-0.25	0.74	0.08	0.55		
9					0.09	0.54		
j					0.24	0.67		
e								

Tabela 2. Transformisane koordinate tačaka preseka za četiri analizirana meteora

	$X_1$	$Y_1$	$X_2$	$Y_2$	$X_3$	$Y_3$	$X_4$	$Y_4$
1	0.07	1.03	-0.12	1.10	0.20	0.72	-0.18	0.92
2	0.06	1.01	-0.13	1.08	0.19	0.71	-0.18	0.91
3	0.03	0.97	-0.14	1.02	0.18	0.68	-0.15	0.95
4	-0.06	0.84	-0.15	1.02	0.17	0.67	-0.16	0.98
5	-0.09	0.81	-0.14	1.00	0.16	0.64	-0.12	0.98
6			-0.25	1.08	0.15	0.64	-0.12	0.98
7			-0.24	1.04	0.14	0.62		
8			-0.27	0.95	0.14	0.62		
9					0.13	0.60		
					0.25	0.82		

meteora utransformisanim koordinatama grafički su prikazane na slici 2. Odmah se uočava da trajektorija 2. meteora (tačke označene zvezdicama) ne pripada radijantu, iako se na osnovu fotografije to nije moglo zaključiti. Ova trajektorija je izbačena iz dalje analize.

Dobijene vrednosti parametara  $K$  i  $N$  i njihove standardne greške date su u tabeli 3.

Tabela 3. Vrednosti parametara pravca trajektorija meteora u transformisanim koordinatama

Meteor	$K$	$\Delta K$	$N$	$\Delta N$
1	0.93	0.04	1.4	0.01
2	0.36	0.06	1.8	0.01
3	1.12	1.05	1.13	0.01

Pod pretpostavkom da je radijant tačka sa koordinatama  $x_R, y_R$ , svi tragovi se seku u toj tački:

$$y_R = K_i X_R + N_i,$$

pa se svakoj trajektoriji pridružuje relacija:

$$N_i = y_R - x_R K_i,$$

u kojoj figurišu parametri  $x_R$  i  $y_R$ , koji su funkcije ekvatorskih koordinata radijanta. U slučaju tri i više trajektorija,  $x_R$  i  $y_R$  i njihove greške se mogu odrediti takođe metodom najmanjih kvadrata. Koordinate radijanta se dobijaju iz jednačina (2).

U našem primeru dobijene su vrednosti

$$x_R = 0.84 \pm 0.14$$

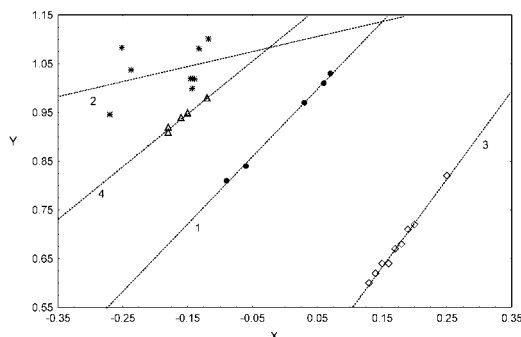
$$y_R = 2.12 \pm 0.12$$

što daje srednje koordinate radijanta:

$$\alpha_R = 41^\circ \text{ i } \delta_R = 58^\circ.$$

Slika 2. Trajektorije meteora u transformisanim koordinatama

Figure 2. Meteor trajectories in transformed coordinate frame.



## Analiza i zaključak

Odmah se uočavaju prilično velike greške pomoćnih koordinata  $x$  i  $y$ , što uzrokuje greške rektascenzije i deklinacije  $8^{\circ}$  i  $7^{\circ}$ , respektivno. Osnovni razlog za ovako visoku grešku je činjenica da su svi meteori snimljeni u istom delu neba, pa su trejektorije meteora skoro paralelne. Greške u očitavanju koordinata, kao i moguće greške u markiranju vremena prolaska meteora (iako same nisu velike), mogu da prouzrokuju veoma velike greške u koordinatama tačaka preseka, odnosno konačnog rezultata.

Tablične vrednosti koordinata radijanta Perseida iznose  $\alpha_R = 46^{\circ}$  i  $\delta_R = 57^{\circ}$  sa radijusom  $5^{\circ}$  i određene su na osnovu fotografskih posmatranja (Rendtel *et al.* 1995), te naša srednja koordinata radijanta, u granicama greške, odgovara prihvaćenim vrednostima. Međutim, sve tri tačke preseka su od radijanta udaljene više od vrednosti radijusa. To znači da primena korišćenog metoda pri ovom kvalitetu snimaka kod paralaktičkih posmatranja, tj. snimanja sa dva punkta u cilju određivanja radijanta pojedinačnog meteora, ne bi dala pouzdane rezultate. Za jedan meteor retko kada imamo na raspolaganju više od tri snimka, često sa malim paralaktičkim uglovima, pa je situacija sa određivanjem radijanta potpuno analogna našem primeru.

U slučaju paralaktičkog snimanja bilo bi potrebno bitno preciznije određivanje koordinata tragova zvezda, ili veći broj snimaka sa većim paralaksama. Prva varijanta zahteva znatno jasnije snimke, odnosno filmove većeg formata od korišćenog. Druga varijanta (koja, naravno, ne isključuje prvu) zahteva

sinhronizovano snimanje sa većeg broja dovoljno udaljenih stanica. Drugim rečima, mrežu za fotografsko praćenje meteora. Jedna takva mreža postoji u Evropi (srednjoevropska mreža za fotografsko praćenje meteora koja obuhvata stanice iz Češke, Nemačke, Belgije i Holandije). U našem slučaju, to bi zahtevalo formiranje neke vrste "balkanske mreže" za fotografsko praćenje meteora.

## Literatura

Astapovich A. 1958. *Meteornye yavljeniya v atmosfere Zemlji*. Moskva: Fizmatgiz

Branković I. 1995. Primer određivanja radijanta sa fotografije. *Perseidi*, 2: 38

Jones J., Moron J.D. 1977. The determination of meteor stream radiants from single station observations. *The Astronomical Journal*. 28: 267

Muminović M. 1987. *Praktična astronomija*. Sarajevo: UAD

Rendtel J., Arlt R., and McBeath A. 1995. *Handbook for visual meteor observers*. Potsdam: IMO

Salim S., Žabić S. 1955. Analiza fotografije meteora. *Perseidi*, 2: 33

---

*Aleksandra Dimitrievska, Tanja Petruševska and Danijela Čuić*

## Determining Meteor Shower Radiant from Photographs Using Standard Procedure

Radiant of Perseid meteor shower was determined using standard procedure. Photographs of meteor traces used in this method were taken during the maximum of this shower on August 12<sup>th</sup>, 2002. Obtained results are average values of coordinates which are close to standard, but with significant errors. Errors occurred because of close trajectories which were used for radiant determining. Since there was a certain analogy with the paralactic approach of radiant determining, these results were used to analyze the paralactic method. It was found that this method would give more appropriate results with synchronized observing from several different observing points. This implies a possible Balkanic photographic meteor network forming ☺