

Standardni i višedimenzioni Bak Sneppenov model evolucije

U ovom radu posmatran je Bak Sneppenov model evolucije. Poređeni su rezultati za različite parametre simulacije, raspodelu aktivnosti jedinki kao i cele populacije i raspodele lavina. Dalje se radilo na pronalaženju dvodimenzionog modela koji bi pokazivao isto ponašanje kao jednodimenzioni i dobijeni model je pokazao odlično slaganje ne samo sa ranije korišćenim dvodimenzionim modelima već je pokazao i vizuelo slaganje sa graficima dobijenim u paleontološkim istraživanjima. Kao i za jednodimenzioni model, izračunate su vrednosti najmanjeg fitnesa, aktivnosti i raspodela lavina.

Uvod

Darwinova teorija evolucije (Darwin 1996) posledica je posmatranja života na Zemlji. Darwin je verovao da se mehanizmom slučajne mutacije, praćenom selekcijom i preživljavanjem najprilagođenijih primeraka dolazi do evolucije. On je poricao postojanje masovnih izumiranja, tvrdeći da pošto se evolucija zasniva na malim i postepenim mutacijama, ishod može biti samo spor i postepen proces. Međutim, masovna izumiranja su otkrivena i dokazana u jako mnogo slučajeva. Kao na primer izumiranje dinosaura, a Darwinov pogled na evoluciju ne objašnjava takve fenomene. Te pojave bile su objašnjavane spoljašnjim razlozima kao što su promene u klimi, vulkanske erupcije, ili objekti iz svemira koji su pali na Zemlju. Ovakav pogled bi se mogao iskazati kao ideja da živimo u čisto linearnom svetu, odnosno da male promene izazivaju male efekte, a velike promene dovode do katastrofalnih posledica.

U poslednje vreme razvijena je ideja da je evolucija nelinearan sistem gde ne postoji jednostavan način predviđanja ponašanja. U ovu grupu teorija spada i takozvani Bak Sneppenov model koji je izveden u okviru istraživanja samoorganizovane kritičnosti (Bak 1996; Maslov *et al.* 1994; Bak *et al.* 1997). U samoorganizovanim kritičnim sistemima promene se

*Katarina Petrović
(1984), Beograd,
Bulevar AVNOJ-a
116/41, učenica 2.
razreda Matematičke
gimnazije u Beogradu*

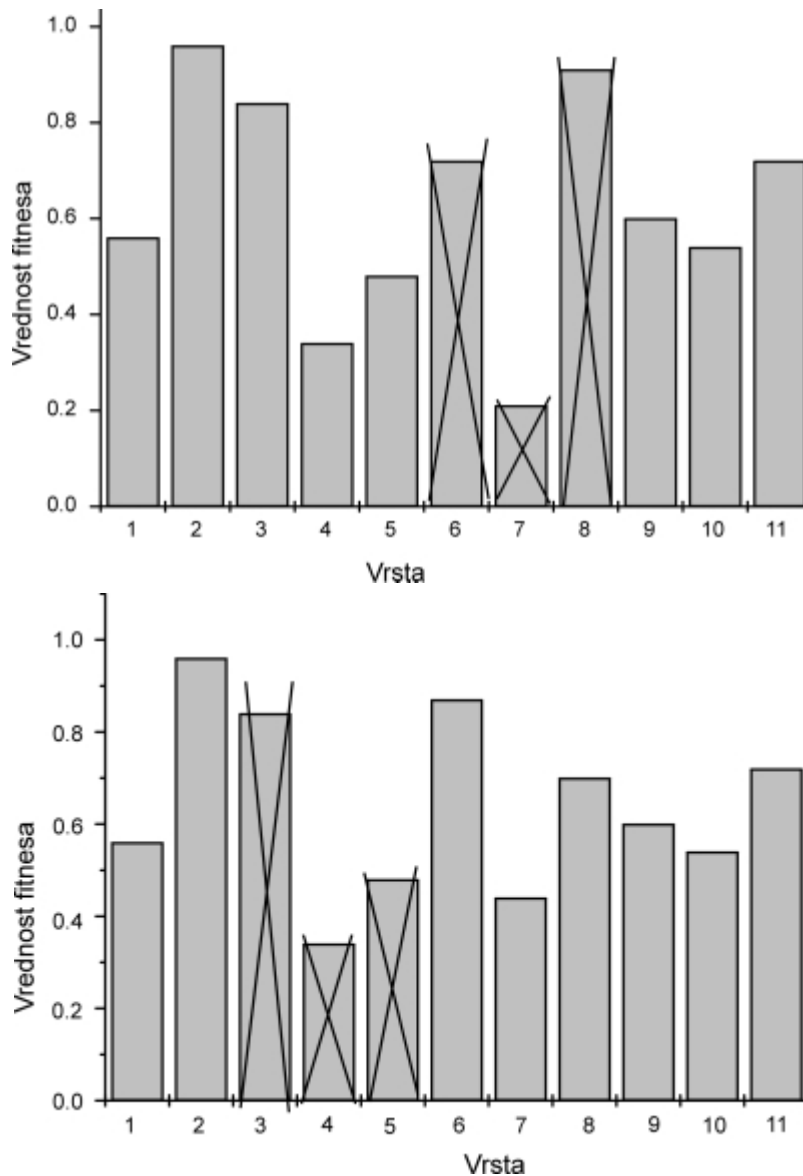
dešavaju u događajima koji variraju od pojedinačnih (veoma čestih) do masovnih (veoma retkih) događaja-lavina. Takav sistem može biti objašnjenje katastrofa, a da u isto vreme bude u skladu sa Darwinovom teorijom o malim promenama. Ako je tačno da se samoorganizovana kritičnost može primeniti na evoluciju, tada bi dinamika lavina sistema predstavljala objašnjenje naglih promena u kojima veliki broj vrsta nestaje u toku kratkog perioda vremena.

Napravljeni su mnogi pokušaji modeliranja evolucije bazirani na raznim pretpostavkama o dinamici vrsta i njihovim interakcijama (Bak and Sneppen 1993; Rios *et al.* 1998; Sole and Manrubia 1996). Pokazalo se da se pojednostavljuvanjem modela uočava samoorganizovana kritičnost. To daje najbolje rezultate (Bak 1996) jer predviđa pojavu masovnih ekstinkcija. U ovom radu biće korišćen model evolucije do koga su došli Bak i Sneppen (*ibid.*). Uvideli su da i najjednostavniji model pokazuje kompleksno ponašanje što je u kontrastu sa njegovom jednostavnom definicijom. Uslozňjavanjem modela obično se gube retke pojave masovnih ekstinkcija. Koji su uzroci ovakvog ponašanja složenih modela nije sasvim jasno. Potrebno je analizirati kako se Bak Sneppenov model može proširiti, da bi se uključilo detaljnije opisivanje pojedinačnih događaja i interakcija pojedinih vrsta. Istovremeno potrebno je zadržati rezultate koji mogu opisati masovne ekstinkcije, što ćemo probati da postignemo u ovome radu.

Opis modela

U ovom modelu posmatramo vremensku dinamiku određenog broja vrsta. Na početku simulacije svakoj od vrsta dodeljuje se jedan slučajan broj koji definišemo kao fitnes (eng. fitness). Fitnes je veličina koja karakteriše sposobnost preživljavanja te vrste u svakom trenutku. U svakoj generaciji umire vrsta koja ima najmanji fitnes, što se u prirodi može okarakterisati kao izumiranje vrste koja je najlošije prilagođena uslovima, a takođe umiru i njena dva suseda koja direktno zavise od nje (slika 1). Vrste su poredane po prstenu, odnosno svaka od njih ima dva suseda, i zavisnost suseda se može opisati kao zavisnost predatora i lovine u prirodi gde kad izumre jedna vrsta, izumire i vrsta koja se njome hranila. Dakle u jednoj generaciji umiru tri vrste i na njihovo mesto dolaze nove "mutirane" vrste čija se vrednost fitnesa određuje novim slučajnim brojem uniformne raspodele. Iako je model veoma jednostavan, on opisuje dosta različitih parametara evolucije. U toku lavine, za kratki vremenski period veliki broj vrsta doživljava mutaciju, odnosno veliki broj vrsta zamenjuje se novim vrstama.

Možemo posmatrati srednju i minimalnu vrednost fitnesa. Tako bismo imali predstavu šta se dešava sa vrstama i kako sistem evoluiru. Zatim



Slika 1.
 a) Stanje jedne generacije u jednodimenzionom Bak-Spenserovom modelu; precrtane su tri vrste koje umiru
 b) Stanje u narednoj generaciji

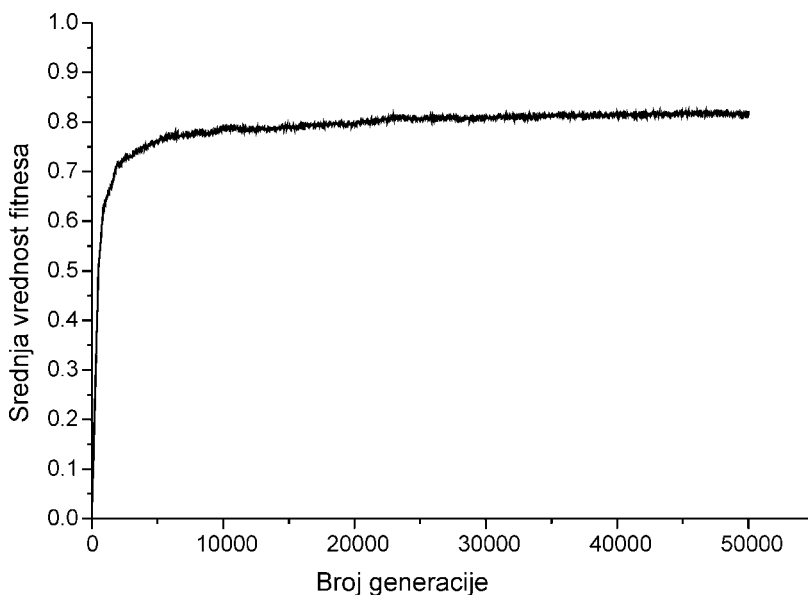
Figure 1.
 a) The species in a certain generation
 b) The species in the next generation

možemo definisati lavine, odnosno nagla izumiranja, i posmatrati trajanje i veličinu tih lavina, kao i praviti raspodelu tih veličina. Može se posmatrati i aktivnost sistema koja se definiše kao procenat vrsta koji je u određenom vremenskom periodu doživelo mutaciju. Grafik aktivnosti se poredi sa rezultatima dobijenim posmatranjem aktivnosti na Zemlji, do kojih 1993. godine došao Sepkoski (Bak 1996), ili na primer Sole sa koautorima (1997). Pratićemo i kako aktivnost sistema utiče na aktivnost jedne vrste, i da li se izbegavanjem jedne lavine koja dovodi do pojačane aktivnosti mogu u potpunosti sprečiti nagla izumiranja.

Standardni Bak Sneppenov model

Simulacija je pisana u programskom jeziku Borland Pascal čiji je generator slučajnih brojeva korišćen u ovom modelu. Naime, zbog ograničene moći kompjutera simulacije su trajale dovoljno kratko da se nepravilnosti u radu generatora slučajnih brojeva nisu odrazile na krajnje rezultate. Međutim, trajanje simulacije je bilo dovoljno da se dobiju osnovne karakteristike lavina opažene u postojećim podacima o izumiranju vrsta. To pokazuje da izučavanja evolucije pomoću Bak Sneppenovog modela nisu zahtevna i da se mogu ostvariti relativno brzo. U radu se broj vrsta kretao od 100 do 2000, a najveći broj generacija tokom kojih se pratio razvoj sistema od 10 000 do 1 000 000. Svi grafici rađeni su na primeru od 1000 vrsta i 50 000 generacija.

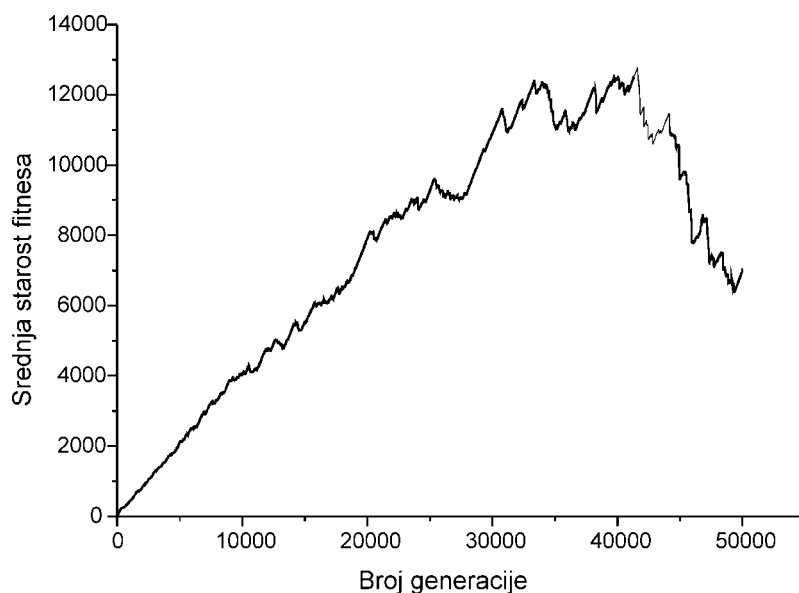
Najpre je posmatrana srednja vrednost fitnesa da bi videli kako sistem evoluira. Na slici 2. vidimo da on dostiže neku kritičnu vrednost oko koje osciluje. Tu vrednost procenjujemo na 0.82 i nije nađeno adekvatno poređenje sa već postojećim rezultatima, jer se u prethodnim radovima na ovu temu računala samo vrednost najmanjeg fitnesa. Oscilovanje, koje se veoma blago zapaža, može se objasniti lavinama koje dovode do nagle promena fitnesa velikog broja vrsta. Kako je srednja vrednost fitnesa "prointegrisana" po velikom broju vrsta, a varira između 0.5 i 0.82, na ovom grafiku se i najveće lavine vide kao male oscilacije, pa su zato nađeni i drugi pokazatelji veličine lavina: srednja starost, vrednost najmanjeg fitnesa i raspodela aktivnosti.



Slika 2.
Zavisnost srednje vrednosti fitnesa od broja generacije za jednodimenzioni Bak Sneppenov model (1D-BSM)

Figure 2.
The dependence of the average fitness value on the number of generation in the one-dimensional Bak-Sneppen model (1D-BSM)

Srednja starost. Starost vrste je broj generacija koji je do određenog trenutka vrsta preživela, a da nije mutirala. Na slici 3, gde je prikazana srednja starost za standardni Bak Sneppenov model, vidi se da dolazi do naglih opadanja srednje starosti, odnosno masovne mutacije starih vrsta u nove, što je takođe posledica velikih lavina odnosno masovnih izumiranja. Pad koji vidimo na kraju krive traje neko vreme, a onda srednja starost opet počinje da raste kao na početku krive.

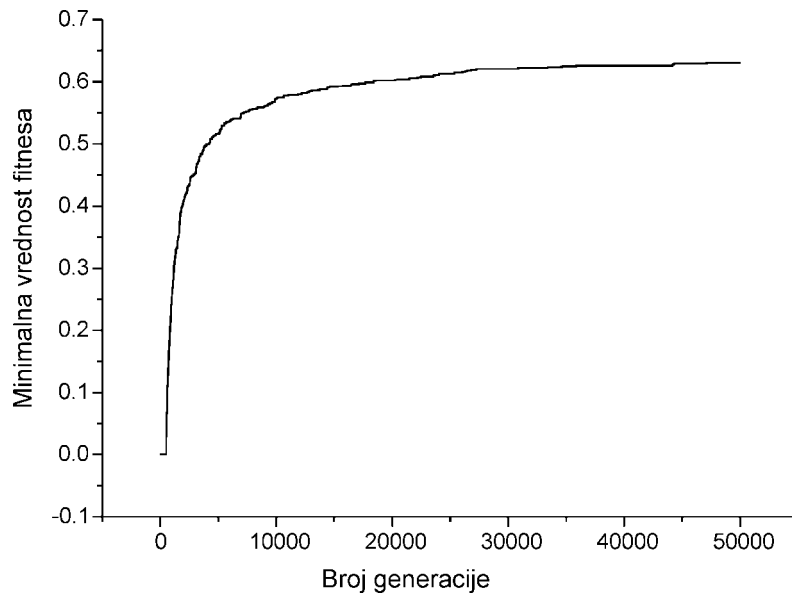


Slika 3.
Srednja vrednost
vrsta u
jednodimenzionom
Bak Sneppenovom
modelu

Figure 3.
Average age of the
species in
one-dimensional
Bak-Sneppen model

Najmanji fitness. Prvo određujemo vrstu sa najmanjim fitnessom. Lavina traje sve dok je najmanja vrednost fitnessa manja ili jednaka toj vrednosti. Kad najmanja vrednost fitnessa bude veća od te vrednosti počinje nova lavina. Na slici 4 se vidi da najmanja vrednost fitnessa teži određenom broju koji se može proceniti na 0.66 što se veoma dobro slaže sa simulacijama Bak-Sneppena (Bak 1996; Maslov *et al* 1994; Bak *et al* 1997) i sa teorijskim predviđanjima (Bak 1996).

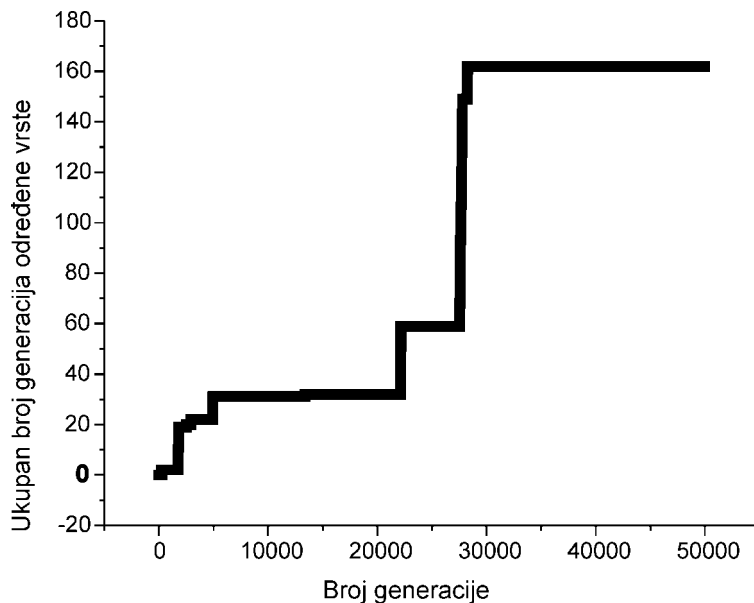
Raspodela aktivnosti. Akumulirana aktivnost vrste definisana je kao broj mutacija koje je ona doživela do određenog trenutka. Na slici 5 vidimo akumuliranu aktivnost jedne od vrsta. Primećujemo da dobijeni grafik ima približno fraktalnu strukturu koja odgovara čuvenom fraktalu *devil's staircase* (Boettcher and Paczuski 1996). Na ovakvom grafiku se još bolje mogu uočiti lavine, odnosno periodi kada dolazi do velikih mutacija a rezultati se odlično slažu sa rezultatima koje su dobili Bak i Sneppen. Jasno je da dobijena struktura ima fraktalni karakter. Međutim, za izračunavanje fraktalne dimenzije bio bi potreban uzorak sa mnogo većim brojem generacija, a to nam nije potrebno jer se ovaj grafik prvenstveno



Slika 4.
Zavisnost najmanje
vrednosti fitnesa od
broja generacija

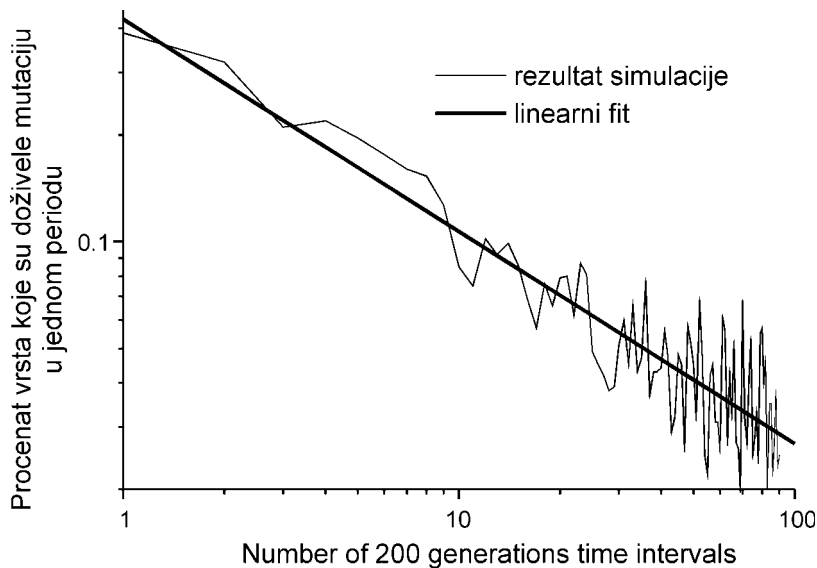
Figure 4.
Dependence of the
lowest fitness value
on the number of
generations

koristi za vizuelno upoređivanje sa paleontološkim podacima o aktivnostima vrsta (Sole *et al* 1997). Ukupna aktivnost celokupne populacije definisana je kao procenat vrsta koje su doživele mutaciju u određenom vremenskom periodu. Za taj vremenski period je najbolje uzeti nekoliko stotina generacija. Dobijamo pojačanu aktivnost na početku, što je i razumljivo jer tada još nije dostignuto kritično stanje kome sistem teži povećanom aktivnošću. Ovi rezultati se mogu porediti sa rezultatima koje je dobio Sepkoski (Bak 1996) mereći aktivnost na Zemlji.



Slika 5.
Zavisnost ukupne
aktivnosti jedne vrste
od vremena izraženog
kroz broj generacija
(1D-BSM)

Figure 5.
The dependence of
the total activity of a
species on the
number of
generations (1D-BSM)



Slika 6.
Grafik zavisnosti procenta mutiranih vrsta u jednom vremenskom periodu od broja proteklih vremenskih perioda (1D-BSM)

Figure 6.
Graph of the dependence of the percentage of mutated species in one period on the number of periods (1D-BSM)

*

Kod sistema kod kojih dolazi do pojave samoorganizujuće kritičnosti grafik raspodele lavina daje linearnu zavisnost na logaritmovanoj skali. Očekujući takve rezultate fitovali smo podatke sa slike 6. dobijene simulacijom, i dobili da je eksponent stepene zavisnosti $x^{-\alpha}$, $\alpha = 0.60 \pm 0.03$. (Povećanjem trajanja simulacije dobila bi se bolja statistika za velike vrednostima x ali se eksponent ne bi promenio.) Rezultat koji smo mi dobili je u skladu sa simulacijama Bak Sneppen-a (Bak 1996).

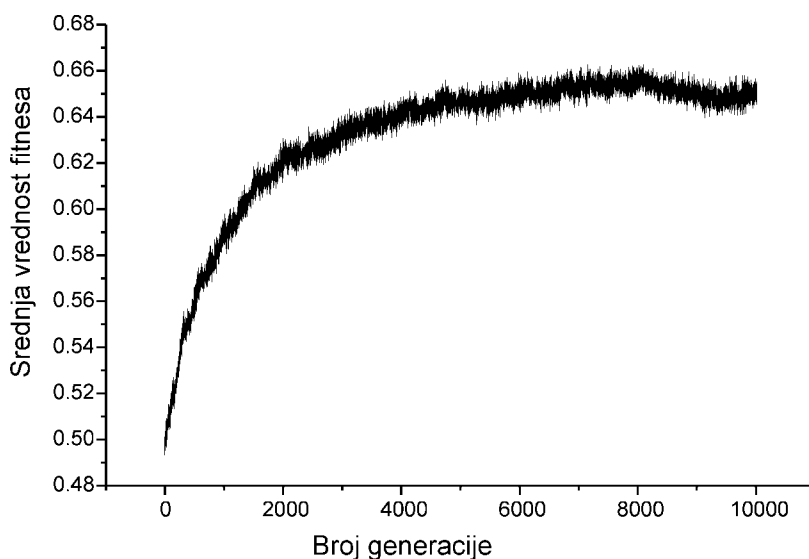
Dvodimenzioni Bak Sneppenov model

Jasno je da u prirodi pojedine vrste ne zavise samo od jednog plena i jednog predatora, već da su odnosi mnogo složeniji. Zato je veoma bitno pitanje u kojoj meri možemo usložniti model evolucije, a da se ne izgubi osobina samoorganizovane kritičnosti. Ova osobina se najbolje vidi kroz spektar procenta promene mutiranih vrsta koji u tom slučaju ima oblik $x^{-\alpha}$. U ovom radu analiziramo tri različita višedimenziona modela.

U prvom višedimenzionom modelu su u svakoj vrsti diferencirane pojedinačne individue (2Da-BSM). Ovaj model podrazumeva da su na jednoj osi raspoređene vrste, a na drugoj populacija te vrste. U svakoj generaciji se najpre u okviru jedne vrste ponovi postupak isti kao za jednodimenzioni model. Time bi se odabrali najslabiji pojedinci i njihovi susedi za izumiranje. Potom se za svaku vrstu izračuna srednji fitnes i za dobijene vrednosti se ponovi isti postupak. Pri tome se mutira vrsta sa najmanjim fitnesom i dva neposredna suseda. Svakoj mutiranoj jednici se dodeljuje

nova slučajna vrednost fitnesa. Rezultat ovoga je fitnes koji osciluje oko srednje vrednosti 0.5 (u intervalu od 0.48 do 0.52), a dužine lavina su bile kratke sa maksimumom na malom broju generacija (1 ili 2). Jasno je da smo u ovaj model uneli veliki stepen slučajnosti i dobili smo samo male lavine. Promena cele vrste zbog slabog pojedinca i nestanak dva susedna pojedinca iste vrste su svakako nerealni zahtevi koji randomizuju fitnes cele vrste. Realnije bi bilo da se u svakoj vrsti izvrši relaksacija od nekoliko stotina (možda i hiljada) koraka i onda računa srednji fitnes cele vrste, a da u pojedinoj vrsti ne nestaje po jedinka i dva najbliža suseda, već tri najslabije jedinke. U najmanju ruku jedinke iste vrste mogu da imaju samo prednost a ne nedostatak kada nestane susedna jedinka. Ovi proračuni bi bili veoma dugi i nisu se mogli realizovati u razumnom roku.

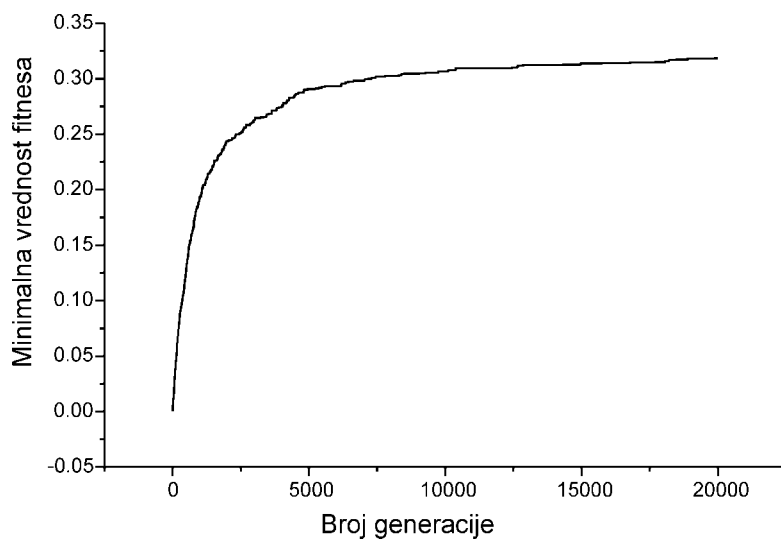
Drugi predloženi model je na obe ose imao raspoređene vrste (2Db-BSM) i u svakoj generaciji je pronalazio vrstu sa najmanjim fitnesom i ubijao (mutirao) po tri kolone i tri horizontalna reda oko polja sa najmanjim fitnesom. I ovaj model je davao slične rezultate kao prethodni – srednja vrednost oko 0.5 i oscilovanje oko te vrednosti u uskoj oblasti u veoma kratkim lavinama. Grafik srednje vrednosti fitnesa bio je nalik na beli šum i identičan onome koji je dobijen u prvom modelu. I u ovome slučaju arbitrarnost koju je unelo mutiranje cele kolone kada jedna jedina vrsta u toj koloni ili horizontalnom redu ima mali fitnes, dovela je do pojave velikog broja pojedinačnih vrsta sa malim fitnesom oko vrednosti 0.5. To je dovelo do nemogućnosti da srednji fitnes naraste i dovede sistem u stanje kritične samoorganizovanosti.



Slika 7.
Zavisnost srednje vrednosti fitnesa pod broja generacije za dvodimenzionalni Bak Snepenov model (2Dc-BSM)

Figure 7.
Dependence of the average fitness value on the number of generations in a two-dimensional model Bak-Sneppen model (2Dc-BSM)

Treći predloženi model (2Dc-BSM) je kao i drugi pronalazio vrstu sa najmanjim fitnessom u matrici, međutim, mutirao je samo njene direktne susede koji su povezani sa njom jednom stranom. Ovakav model pokazao je slične rezultate kao i jednodimenzioni model. Na slici 7 vidimo kako se ponaša srednja vrednost fitnessa u dvodimenzionalnom modelu (2Dc-BSM). Kao i na slici 1. ona teži određenoj vrednosti. U ovom slučaju tu vrednost procenjujemo na 0.66. Zbog neuporedivo većeg broja vrsta u ovom modelu u stanju smo da u razumnom vremenu ispratimo samo 10 000 generacija i zato je statistika nešto lošija.



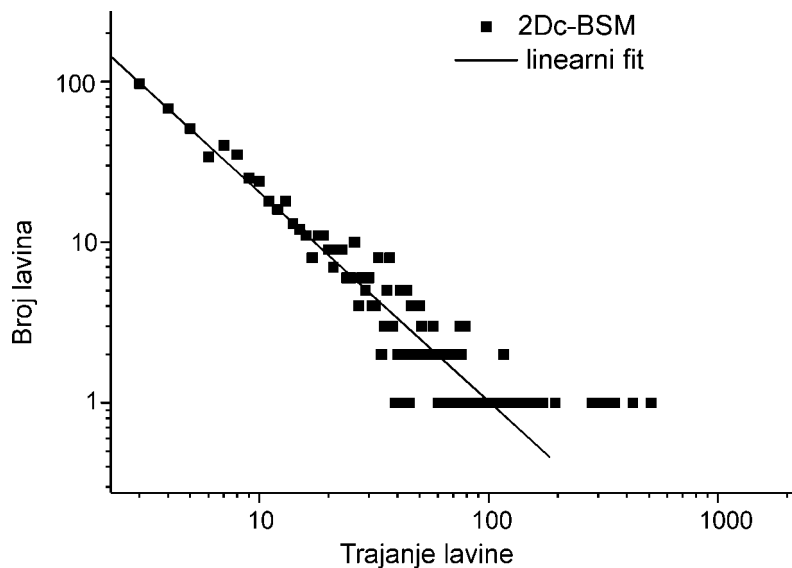
Slika 8.
Zavisnost minimalne vrednosti fitnessa od broja generacija za dvodimenzionalni Bak-Sneppenov model (2Dc-BSM)

Figure 8.
Dependence of the lowest fitness value on the number of generations in a two-dimensional Bak-Sneppen model (2Dc-BSM)

Posmatrano je ponašanje minimalnog fitnessa u dvodimenzionalnom modelu (slika 8). Primećeno je da se on ponaša identično kao u jednodimenzionalnom modelu, osim što vrednost kojoj teži ovaj put procenjujemo na 0.33. To je u skladu sa rezultatima dobijenim u (Maslov *et al.* 1994; Rios *et al.* 1998), čija procena iznosi 0.329. Nezavisno od našeg rada u naučnoj literaturi su razvijani višedimenzioni modeli od strane raznih autora uključujući i samog Bak-a (*ibid.*). Njihove definicije modela i veličine koje se razmatraju su nešto drugačije od naših, ali se rezultati generalno slažu u veličinama za koje se može izvršiti poređenje.

Analiza lavina

Napravljene su distribucije dužine trajanja lavina najpre za jednodimenzionalni model, a zatim i za dvodimenzionalni. Za jednodimenzionalni model smo dobili grafik koji se može fitovati linearnim grafikom (na logaritmovanoj skali) čiji se koeficijent kretao od 0.7 do 1.1 zavisno od broja vrsta za koji je grafik radjen. To se slaže sa postojećim rezultatima



Slika 9.
Zavisnost procenta mutiranih vrsta u jednom vremenskom periodu od broja proteklih vremenskih perioda (2Dc-BSM)

Figure 9.
Graph of the dependence of the percentage of mutated species (distribution of the durations of avalanches) in one period on the number of periods (2Dc-BSM)

(Bak 1996), gde se tvrdi da se taj koeficijent kreće oko jedinice. Za velike vrednosti vremena dobija se takozvani *beli šum* (slika 9), što se može objasniti prirodom simulacije i činjenicom da se zasniva na generisanim slučajnim brojevima.

Analiziranjem veličine lavine (procenat vrsta koje je doživelo mutaciju u toku jedne lavine), dobijeni su slični rezultati kao i za trajanje lavine. Koeficijenti su se na linearnom fitu kretali od 2 do 2.5. Ova vrednost je u slaganju sa paleontološkim podacima koji daju vrednost koeficijenta od 2.3 (Sole and Manrubia 1996).

Rezultati dobijeni za jednodimenzioni model slažu se sa onima nađenim u literaturi. Pošto se i rezultati 2D modela slažu sa početnim jednodimenzionim modelom znači da je 2D model koji smo uzeli, dobar način usložnjavanja početnog modela. Za oba modela se mogu učiniti složenijim zavisnosti medju vrstama i videti kakve će se raspodele dobiti.

Model može da se modifikuje na sledeći način. Povećava se broj suseda koji se mutiraju usled mutacije (ekstinkcije) jednog sa najmanjim fitnessom. To daje indikaciju u kojoj meri medjusobne veze utiču na pojavu samoorganizujuće kritičnosti. Tako se mogu uzeti i dijagonalni susedi, a može se i povećati broj suseda koji mutiraju duž osnovnih osa. Praćenjem “kretanja” lavine u dvodimenzionoj mapi vrsta dobila bi se verovatno zanimljiva dinamika lavina.

Takođe je moguće uvesti i neku raspodelu verovatnoće za susede koji mutiraju. To bi značilo da postoji neka verovatnoća da mutira, na primer prvi, drugi ili treći sused u oba pravca zavisno od zadate raspodele verovatnoće. Dubina ove interakcije može da promeni karakter samoorganizujuće kritičnosti.

Zaključak

U ovome radu su analizirane modifikacije Bak Sneppenovog modela evolucije. Rezultati dobijeni za standardni Bak Sneppenov model se veoma dobro slažu sa drugim simulacijama koje postoje u literaturi. Pokušali smo da razvijemo višedimenzionalne varijante Bak Sneppenovog modela koje bi zadržale samoorganizujuću kritičnost.

Od tri modela, dva su imala srednju vrednost fitnesa od 0.5 na koju je dodat beli šum i spektar lavina malih veličina. To su bili modeli u kojima je efekat slučajnosti potenciran ili kratkim vremenom relaksacije, ili prevelikim brojem vrsta koje mutiraju. U modelu u kome samo neposredni susedi mutiraju održala se samoorganizujuća kritičnost i u dvodimenzionom slučaju. U tom slučaju maksimalni fitnes je 0.66, a minimalni 0.33, dok je eksponent raspodele lavina po veličini $\alpha = 2.3$.

Usložnjavanje modela je bitno da bi bolje opisalo interakciju među vrstama. Međutim treba zadržati osobine koje odgovaraju raspodelama opaženim u paleontološkim podacima. Tako možemo da saznamo koje su karakteristike bitnih interakcija koje određuju dinamiku evolucije. Iz ovog modela saznajemo o dinamici složenog nelinearnog sistema koji može da bude i predmet modela u fizici. Ovi modeli, iako su nelinearni, mogu da budu veoma jednostavni kao što je to Bak Sneppenov model. Takođe možemo da bolje razumemo zašto je pojava samoorganizovane kritičnosti toliko univerzalna u prirodi i koje su to osnovne osobine dinamike sistema koje dovode do nje.

Reference

- Bak P. 1996. *How nature works*. Springer-Verlag
- Bak P, and Boettcher S. 1997. Self-organized criticality and punctuated equilibria. *Physica D*, **107**: 143
- Bak P, and Sneppen K. 1993. Punctuated Equilibrium and Criticality in a Simple Model of Evolution. *Physics Review Letters*, **71**: 4083
- Boettcher S, and Paczuski M. 1996. Exact results for Spatiotemporal Correlations in a Self-Organized Critical Model of Punctuated Equilibrium. *Physics Review Letters*, **76**: 348
- Darwin C. 1996. *The origin of species*. Oxford University Press
- Maslov S, Paczuski P, and Bak P. 1994. Avalanches and 1/f Noise in Evolution and Growth Models. *Physics Review Letters*, **16**: 73
- Rios P, Marsili M, and Vendruscolo M. 1998. High-Dimensional Bak-Sneppen Model. *Physics Review Letters*, **80**: 5746
- Sole R, and Manrubia S. 1996. Extinction and self-organized criticality in a model of large-scale evolution. *Physics Review E*, **54**: 54
- Sole R, Manrubia S, Benton M, and Bak P. 1997. Self-similarity of extinction statistics in the fossil record. *Nature*, **388**: 764

Standard and Multidimensional Bak-Sneppen Models of Evolution

In this paper we study the extension of the Bak-Sneppen model of evolution in order to find which properties of the model may be modified or generalized, while still maintaining important characteristics which are consistent with the available data for mass extinction in evolution. Many attempts to model evolution have been made and they were based on different assumptions about the dynamics of species and their interactions (Bak and Sneppen 1993; Rios et al 1998; Sole and Manrubia 1997). However, it turned out that simplified models give the best results (Bak 1996) in predicting mass extinctions. These models indicate that evolution shows self-organized criticality, a characteristic found in many physical systems. In this paper we will use a model of evolution developed by Bak and Sneppen. The model observes the time dynamics of a certain number of species. At the beginning of each simulation each species is being given a random number which is defined as the fitness of that species. In each generation the species with the lowest value of fitness dies (or is mutated), but also the two neighbouring species die because they depend directly on that species. This is a simple way of describing the complex interaction of species. Instead of the three species that died new “mutated” species arrive with a random fitness value of uniform distribution. Even though the model is simple many things can be observed. We find parameters that can best show us avalanches which characterise self-organized criticality. First we can look at the average age of species (that reaches a value of 0.82, Figure 2) but the avalanches are hardly visible on the graf because of the large number of species. We see avalanches better by observing: the average age of species (Figure 3), the minimal fitness value (reaches the value of 0.66, Figure 4) and the acitivity of species (Figure 5). The minimal fitness value helps us define an avalanche as the time this value remains unchanged. We calculated the distribution of the size of avalanches (Figure 6) and fitting the data gives a power law $x^{-\alpha}$, $\alpha = 0.60 \pm 0.03$. This is in correspondance with (Bak 1996). Further we studied three different two-dimensional models which were expected to show similar behavior as the already existing linear model. The same properties were calculated for these models and it was found that only one of them maintained self-organized criticality and agreement with paleontological data. Therefore it may be a promising foundation for more complex models of evolution. We also calculated average fitness value (it reached 0.66), minimal fitness value (reached 0.33, Figure 8) and calculated the avalanche distribution

(Figure 9) that gave a power law coefficient of 2.3 ± 0.2 . The results we achieved for the two-dimensional model show similar behavior to those of the linear model. Since our results for one dimensional model are in good agreement with those found in the literature we may regard our data for the two dimensional model as reliable, since we could not find similar results in the literature. Therefore the two-dimensional model is a good first step towards making more complex evolution models that would be in agreement with the paleontological data. Both one and two dimensional models may be extended by including more complex relationships between the species.

