

Simulacija formiranja planeta

Generalizovan je nedavno razvijeni model formiranja planetarnih sistema, koji polazi od N čestica prašine uz dinamiku definisanu jednostavnim kriterijumom spajanja. Variran je radijus orbite R , tela koje nastaje spajanjem početnih čestica. Efikasna implementacija modela omogućila je simulacije sa $N = 10^6$ početnih čestica na Pentium procesoru. Ispitivana je zavisnost spin-masa $s(m)$ za planete i utvrđeno je da je: $s \sim m^\omega$. EkspONENT ω ima vrednost 1.32(3), koja se ne menja sa promenom radijusa R .

1. Uvod

Poslednjih godina, značajno se povećala količina dostupnih podataka o ekstrasolarnim planetarnim sistemima (Marcy, Butler 1998). Zbog toga je stari problem detaljnog opisa formiranja planeta (Isaackman, Sagan 1977) ponovo postao aktuelan (Kokubo, Ida 1995, 1996, 1998). Eksponecijalni rast brzine računara u poslednjih dvadesetak godina, učinio je da numeričke simulacije postanu metod koji najviše obećava da kvantitativno opiše ovaj proces. Da bi simulirali nastanak planetarnih sistema spajanjem čestica protoplanetarne magline, broj početnih čestica mora biti veliki. Pošto raspon masa planeta Sunčevog sistema obuhvata četiri reda veličine, minimalan broj početnih čestica, potreban za simuliranje nastanka ovih planeta sa greškama $\sim 10\%$ mora biti bar $N = 10^6$. U simulacijama u kojima se egzaktno rešava problem N tela, realizovanim na računarima koji su dizajnirani i optimizovani za takve simulacije, dostignuti su brojevi $N \sim 10^4$ početnih čestica (Ida, Makino 1992a, 1992b). Da bi se omogućile simulacije sa većim brojem početnih čestica, nedavno je razvijen model formiranja planetarnih sistema (Balaž *et al.* 1999a) koji se može veoma efikasno implementirati. Kratko vreme izvršavanja jedne simulacije omogućava detaljnu analizu predikcija modela za širok opeg parametara pri radu sa $N = 10^6 - 10^7$ početnih čestica na personalnom računaru.

*Stevan Nad-Perge
(1981), Kikinda,
Petrovačka 22,
učenik 4. razreda
Matematičke
gimnazije u Beogradu*

*MENTOR:
Antun Balaž, Institut
za fiziku, Zemun*

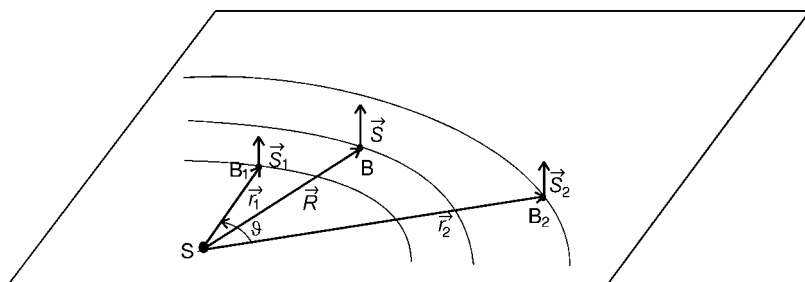
Osobina ovog modela koja ga čini efikasnim za implementaciju je da se u njemu ne razmatra sam proces interakcije tela. Ova osobina nam, međutim, onemogućava da izračunamo gubitke mehaničke energije prilikom spajanja čestica. U citiranom modelu su ovi gubici zanemareni. U ovom radu smo, generalizacijom osnovnog modela (uvođenjem novog parametra koji određuje radijus orbite R tela nastalog spajanjem), modelirali ove gubitke i ispitivali njihov uticaj na spin formiranih planeta.

2. Model

Prvo ćemo dati kratak opis osnovnog modela. Na početku je zadato N komplanarnih čestica čija je raspodela po uglovima uniformna, a radijalna distribucija mase $\rho(r)$ poznata. Čestice su iste mase i nemaju spin. Dinamika sistema je pojednostavljena na sledeći način:

1. jedina moguća interakcija između dva tela je trenutno spajanje u koliko je ispunjen kriterijum za spajanje i
2. između interakcija, tela se kreću po kružnim putanjama oko zvezde u skladu sa Keplerovim zakonima; sva tela se kreću u pozitivnom smeru.

Spajanjem tela masa m_1 i m_2 , sa položajima \mathbf{r}_1 i \mathbf{r}_2 i spinovima \mathbf{S}_1 i \mathbf{S}_2 , dobija se telo mase $m_1 + m_2$, položaja \mathbf{R} i spina $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 - \mathbf{L}$, gde su \mathbf{L}_1 , \mathbf{L}_2 i \mathbf{L} momenti impulsa orbitalnog kretanja prvog, drugog i nastalog tela. Pošto se tela kreću po komplanarnim orbitama, vektori \mathbf{S} i \mathbf{L} su usmereni duž ose koja je ortogonalna na ravan orbita i jednoznačno su određeni projekcijama S i L na ovu osu (slika 1).



Dva tela se spajaju u slučaju da su zadovoljeni kriterijumi spajanja. Ako sa F označimo intenzitet srednje gravitacione sile između tela i $\Delta t \sim |\Delta \mathbf{r}| / |\Delta \mathbf{v}|$ karakteristično vreme sudara, tada je uslov $F \Delta t \geq |\Delta \mathbf{p}|$ potreban da bi došlo do spajanja ($\Delta \mathbf{r}$, $\Delta \mathbf{v}$ i $\Delta \mathbf{p}$ su razlike

Slika 1.

Tela B_1 i B_2 masa m_1 i m_2 , na položajima \mathbf{r}_1 i \mathbf{r}_2 kreću se po kružnim putanjama oko zvezde S prema Keplerovim zakonima. U modelu je interakcija trenutna. Ako tela zadovoljavaju kriterijum, ona se spajaju u telo mase $m_1 + m_2$ na položaju \mathbf{R} . Nastalo telo se takođe kreće po kružnoj orbiti.

Figure 1. Bodies B_1 and B_2 , with masses m_1 and m_2 , and positions \mathbf{r}_1 and \mathbf{r}_2 move in circular trajectories around the star S according to Kepler's laws. In the model the interaction is instantaneous. If the bodies satisfy a given criterium, they merge into one body with mass $m_1 + m_2$ at the position \mathbf{R} . Formed body also moves on a circular orbit.

vektora položaja, brzina i impulsa interagujućih tela). Da bi se ispunio ovaj uslov, tela moraju biti na malom rastojanju, pa i ugao ϑ između \mathbf{r}_1 i \mathbf{r}_2 mora biti mali. Uzeto je da do interakcije može doći samo kada je $\vartheta = 0$. Iz ovog izbora ϑ sledi da su vektori \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 i \mathbf{R} istog pravca i smera. Pošto će se bilo koji par tela posle nekog vremena naći u položaju pri kojem važi $\vartheta \approx 0$, potpuno ćemo zanemariti ϑ -zavisnost. Ako se brzine tela izraze preko udaljenosti od zvezde primenom Keplerovih zakona, iz prethodnog uslova dobija se kriterijum:

$$\frac{1}{m_1 m_2} |r_1 - r_2| \left| \frac{1}{\sqrt{r_1}} - \frac{1}{\sqrt{r_2}} \right| \left| \frac{m_1 + m_2}{\sqrt{R}} - \frac{m_1}{\sqrt{r_1}} - \frac{m_2}{\sqrt{r_2}} \right| \leq K,$$

gde je K parametar koji je obrnuto srazmeran masi zvezde. Pošto je kriterijum homogen u odnosu na reskaliranje masa i radijusa, ukupnu masu svih početnih čestica smo normirali na 1, a fiksiranje dužinske skale je izvršeno pogodnim izborom $\rho(r)$. Uz ovakav izbor masa početne čestice je $1/N$, a K postaje bezdimenziona veličina.

Intenzitet momenta impulsa tela mase m sa radijusom orbite r iznosi:

$$L = m r v = m \sqrt{MG} \sqrt{r}$$

Pošto se u izrazu za L i S pojavljuje faktor \sqrt{MG} , u radu smo koristili redukovanu veličinu $s = S / \sqrt{MG}$. Tada spin tela koje nastaje spajanjem iznosi:

$$s = s_1 + s_2 + (m_1 \sqrt{r_1} + m_2 \sqrt{r_2} - (m_1 + m_2) \sqrt{R})$$

pa se može zaključiti da se pri izboru

$$R = R_0 \equiv \left(\frac{m_1 \sqrt{r_1} + m_2 \sqrt{r_2}}{m_1 + m_2} \right)$$

ukupan spin ne bi menjao prilikom interakcije, tj. bio bi stalno nula. Dakle, izbor radijusa orbite R tela bitno utiče na spin nastalih planeta. Da bi kompletirali model preostalo je još da definišemo ovaj radijus. U najopštijem slučaju, R je neka funkcija od m_1 , r_1 , m_2 i r_2 za koju važi:

- $\min(r_1, r_2) \leq R \leq \max(r_1, r_2)$
- za $m_1 \ll m_2$ je $R \approx r_2$ i obrnuto.

Na prvi pogled se nameće da treba uzeti da je $R = R_{cm}$, gde je R_{cm} centar mase tela koja se spajaju. Međutim, lako se pokazuje da je $R_{cm} > R_0$, pa bi spin nastalih planeta za ovako izabran radijus bio uvek nega-

tivan, što je u suprotnosti sa podacima za spin planeta Sunčevog sistema. Ako se napiše zakon održanja energije za stanja pre i posle spajanja,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - G \frac{M m_1}{r_1} + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - G \frac{M m_1}{r_1} = \\ & = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 - G \frac{M (m_1 + m_2)}{R} + Q, \end{aligned}$$

gde je Q ($Q \geq 0$) količina toplote oslobođena u interakciji (pritom su zane-marene energije rotacije tela i međusobne interakcije, koje su bar tri reda veličine manje) dobija se da je $R \leq R_s$, gde je R_s Saganov radijus (Isaack-man, Sagan 1977), definisan sa

$$\frac{m_1 + m_2}{R_s} = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2}.$$

U osnovnom modelu je uzeto da je $R = R_s$. Lako se pokazuje da je $R_s \leq R_o$, pa će u ovom slučaju spin formiranih planeta biti pozitivan. Iz ove nejednakosti sledi da izbor $R = R_{cm}$ nije u saglasnosti sa termodinamikom sistema, tj. da upravo termodinamika garantuje $s \geq 0$.

Izborom Saganovog radijusa za radijus orbite nastalog tela pretpostavljeno je da je količina oslobođene toplote pri interakciji Q jednaka nuli. U opštem slučaju ovo nije zadovoljeno. Umesto Saganovog radijusa, u generalizovanom modelu uzeto je da je radijus orbite R nastalog tela definisan sa

$$(m_1 + m_2) R^\alpha = m_1 r_1^\alpha + m_2 r_2^\alpha,$$

gde je α novi parametar. Iz ove relacije dobija se skup funkcija $R(m_1, r_1, m_2, r_2)$ čiji elementi zadovoljavaju navedene uslove a) i b), a pri-tom važi i

- 1) za $\alpha = 1$, $R = R_{cm}$
- 2) za $\alpha = 1/2$, $R = R_o$
- 3) za $\alpha = -1/2$, $R = R_p$
- 4) za $\alpha = -1$, $R = R_s$

gde je R_p specifičan radijus pri kojem je kriterijum interakcije uvek za-dovoljen i sve početne čestice se spajaju u jednu planetu. Lako se pokazuje da je za fiksirane vrednosti svojih argumenata (m_1, r_1, m_2, r_2) R rastuća funkcija od α . To znači da su zbog termodinamike dozvoljene vrednosti parametra α iz intervala $(-\infty, -1]$. Variranjem parametra α mogu se modelirati gubici mehaničke energije pri interakciji.

U radu smo koristili raspodelu mase koja je dobijena fitovanjem na podatke za gasne džinove u Sunčevom sistemu,

$$\rho(r) = H(r - a) \frac{2a^2}{r^3}$$

gde je $a = 4.2$, a H je Heaviside-ova step funkcija. Ovim izborom $\rho(r)$ fiksirali smo dužinsku skalu. Radijusi svih čestica izraženi su sada u astronomskim jedinicama.

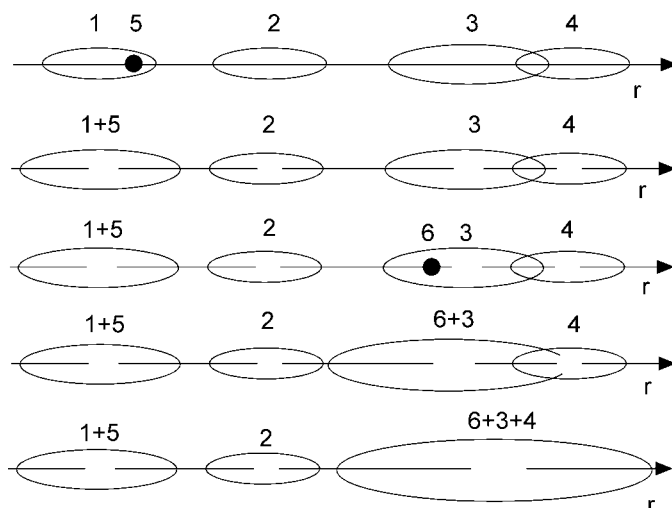
3. Algoritam

Definicioni algoritam koji simulira ovaj model je sledeći: najpre se generišu radijusi N početnih čestica prema raspodeli mase $\rho(r)$. Zatim se na slučajan način biraju parovi tela i proverava se da li zadovoljavaju kriterijum za spajanje. U slučaju da je kriterijum zadovoljen, tela se spajaju. Proces se zaustavlja kada više ne postoji par tela koja mogu da se spoje.

Memorijski zahtevi potrebni za realizaciju ovog algoritma skaliraju se kao $O(N)$, a vreme izvršavanja bar kao $O(N^2)$. Kako, kriterijum spajanja ima lokalni karakter (ako se telo sa radijusima orbita r nalazi između tela sa radijusima r_1 i r_2 ($r_1 < r < r_2$) i ne zadovoljava kriterijum spajanja ni sa jednim od tih tela, onda to telo ne zadovoljava kriterijum spajanja ni sa jednim drugim telom), to se može iskoristiti za realizaciju mnogo efikasnijeg algoritma.

U svakoj od N iteracija se ponavlja sledeće:

- 1) dodaje se jedna čestica u sistem, sa masom $1/N$ i na radijusu r koji se generise iz raspodele $\rho(r)$,



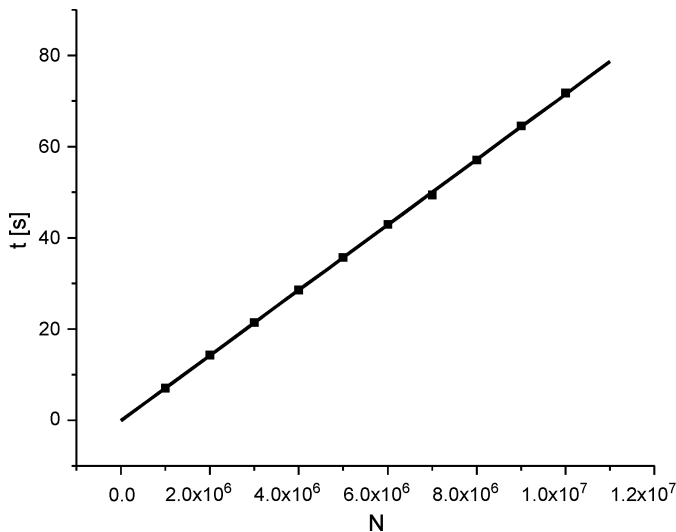
Slika 2. Šematski prikaz algoritma. Crni krugovi predstavljaju nove čestice koje se dodaju, sivi postojeća tela, a elipse oko njih odgovaraju regionima u kojima može doći do spajanja sa dodatim česticama.

Figure 2. The schematic review of the algorithm. The black circles represent new particles that are added, the grey ones existing bodies, and the ellipses around them correspond to regions in which merging with the added particles may occur.

2) za dodatnu česticu proverava se da li može da se spoji sa susednim telima; ako je spajanje moguće, tela se spoje i za novonastalo telo se proverava da li može da se spoji sa susednim i tako dalje. Iteracija se završava kada se ispitaju sve mogućnosti za spajanje.

Za generisanje radijusa r iz raspodele $\rho(r)$ koristili smo metod inverzije kumulativne raspodele (opisan npr. u Kalos, Whitlock 1986). Unifrmna raspodela neophodna za ovaj metod dobijena je korišćenjem generatora slučajnih brojeva RAN3, opisanog u Press *et al.* 1995. Slika 2 ilustruje efikasniji algoritam.

Pokazuje se da su u ovom slučaju memorijski zahtevi mnogo manji i da se skaliraju kao $O(n)$, gde je n broj nastalih planeta. Za vrednosti parametra K koje su razmatrane u ovom radu je $n \ll N$. Sa slike 3 se vidi da je vreme izvršavanja ovog algoritma reda $O(N)$. Iako ova dva algoritma nisu u potpunosti ekvivalentna, dobijeni rezultati se poklapaju u okviru statističke greške (Balaž *et al.* 1999a).



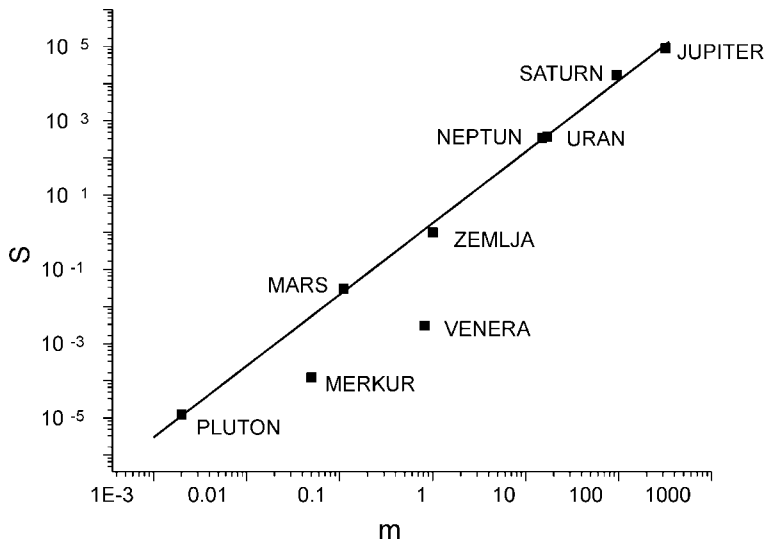
Slika 3. Zavisost vremena izvršavanja jedne simulacije od broja početnih čestica za $K = 10^3$. Procesor je Celeron 333a.

Figure 3. The dependence of the time needed to complete single run over a number of starting particles for $K=10^3$. The processor is Celeron 333a.

Algoritam je realizovan u programskom jeziku C pod operativnim sistemu Linux, uz korišćenje gcc kompajlera. Simulacije su izvršavane na Pentium procesoru Celeron 333a.

4. Spin

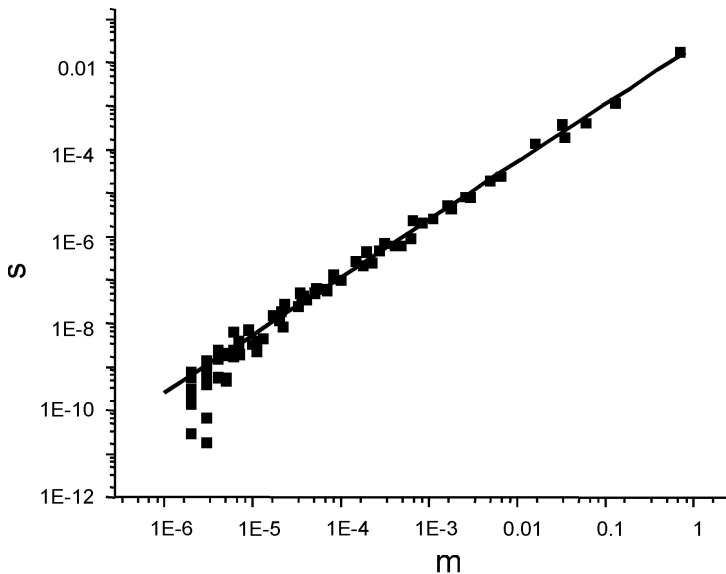
U Sunčevom sistemu je zavisnost spina od mase planeta stepena funkcija sa eksponentom $\omega \approx 2$, kao što se može videti sa slike 4. Od ovog pravila odstupaju samo Merkur i Venera, planete najbliže Suncu, na čije kretanje značajan uticaj imaju plimski efekti.



Slika 4.
Spin kao funkcija
mase planeta
Sunčevog sistema.

Figure 4.
Spin as a function of
the mass of planets
in the Solar system.

U našem modelu takođe važi stepeni zakon, kao što se može videti sa slike 5. Laki kondenzati, čija je masa manja od 10^{-5} , odstupaju od ovog zakona jer su formirani od samo nekoliko početnih čestica (nedovoljna statistika).

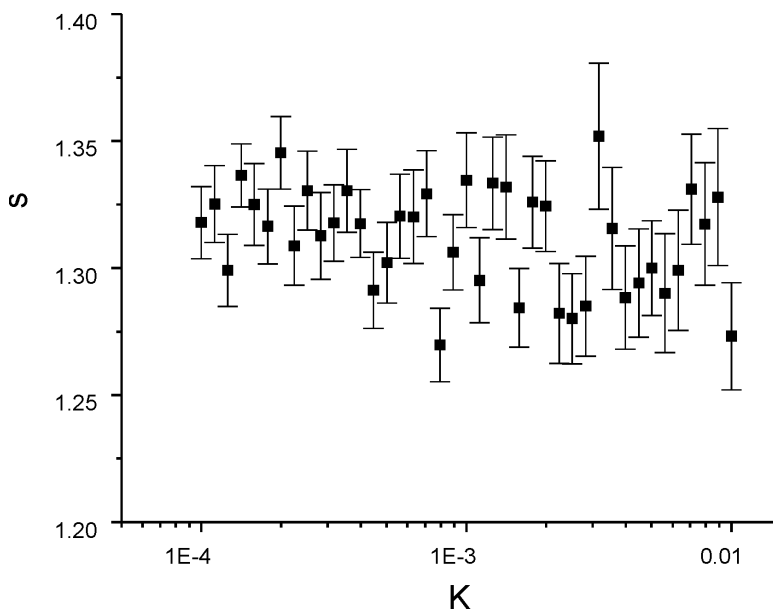


Slika 5.
Zavisnost spina od
mase kondenzata za
 $N = 10^6$, $K = 10^{-3}$ i
 $\alpha = -1$.

Figure 5.
The dependence of
the spin over the
mass of a planet for
 $N = 10^6$, $K = 10^{-3}$
and $\alpha = -1$.

U ovom radu smo ispitivali uticaj parametara K i α na spin formiranih planeta, odnosno na eksponent ω . Pošto smo utvrdili da se najbolje slaganje modela i podataka o masama planeta Sunčevog sistema za

korišćenu raspodelu mase postiže za $K \sim 10^{-3}$, u simulacijama smo parametar K varirali u intervalu $[-3, 3]$. Utvrdili smo da eksponent ω pri fiksiranoj vrednosti parametra α ne zavisi od K (slika 6). Ovaj rezultat je u saglasnosti sa literaturom (Balaž *et al.* 1999a).



Slika 6.
Zavisnost eksponenta ω od parametra K za $N = 10^6$ i $\alpha = -1$.

Figure 6.
The dependence of ω over K for $N = 10^6$ and $\alpha = -1$.

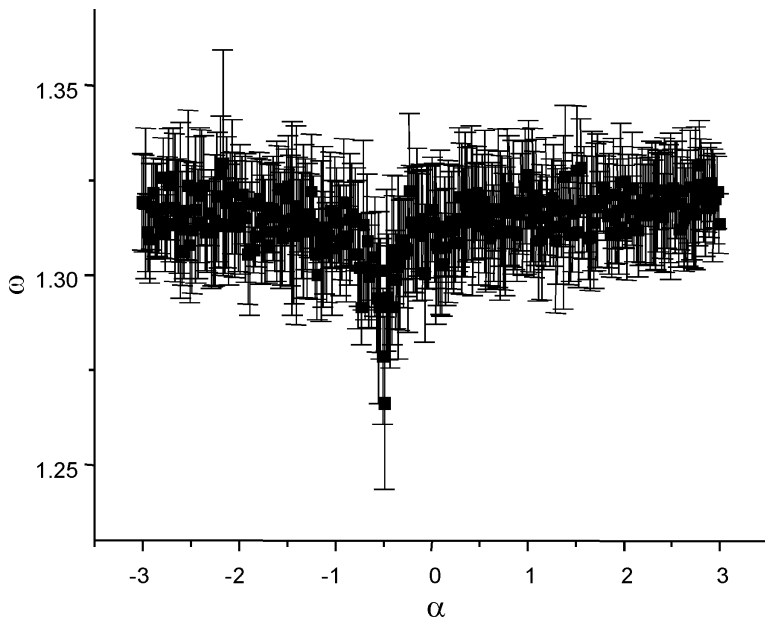
Zavisnost eksponenta ω od vrednosti parametra α prikazana je na slici 7. Iako je sa stanovišta termodinamike neopravdano da je $\alpha \gg -1$, u simulacijama smo, zbog matematičke kompletnosti, parametar α menjali u intervalu $[-3, 3]$. Sa slike 7 se vidi da je, izuzev u okolini tačke $\alpha = -1/2$ eksponent ω konstantan i iznosi 1.32(3). Mali pad u okolini ove tačke je posledica činjenice da za $\alpha = -1/2$ imamo $R = R_p$, a zavisnost spina od mase tu gubi smisao.

Dakle, spin planeta se može napisati u obliku

$$|s| = f(K, \alpha) m^\omega$$

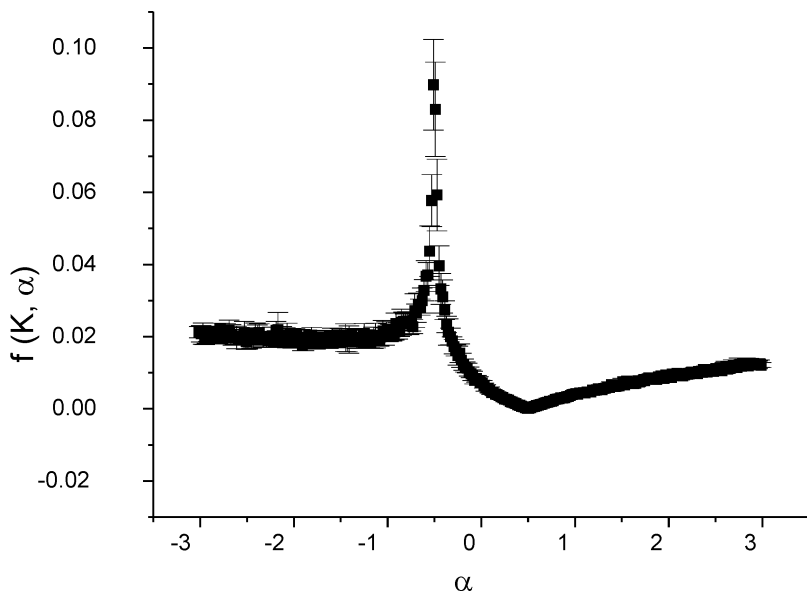
gde je f neka funkcija parametara K i α , a apsolutna vrednost je napisana zbog vrednosti $\alpha \gg 1/2$.

Na slici 8 prikazana je zavisnost funkcije f od parametra α pri fiksiranoj vrednosti K . Može se uočiti da je ova funkcija konstantna na intervalu $[-3, 3]$. U tački $\alpha = -1/2$ funkcija f ima maksimum (tada je $R = R_p$, pa očekujemo čudno ponašanje), a za $\alpha = 1/2$ minimum (tada je



Slika 7.
Zavisnost eksponenta ω od parametra α za $N = 10^6$. i $K = 10^{-3}$.

Figure 7.
The dependence ω over α for $N=10^6$ and $K = 10^{-3}$.

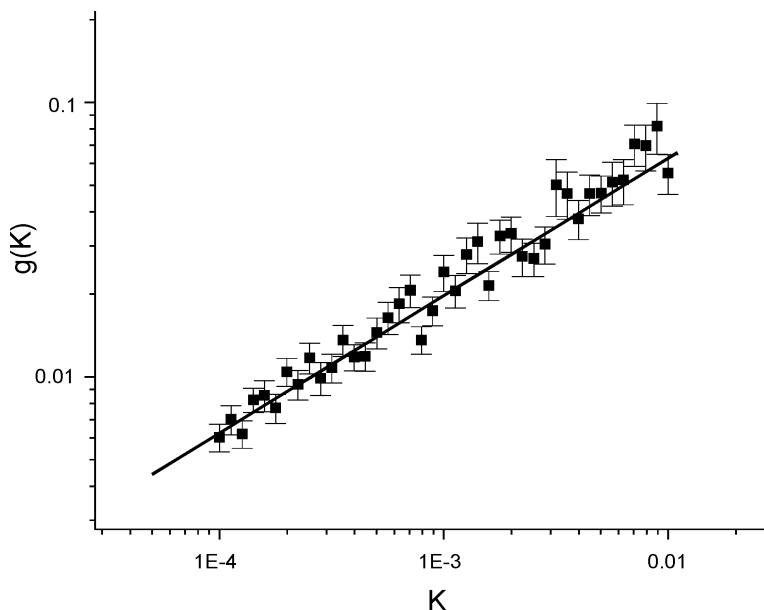


Slika 8.
Zavisnost funkcije $f(K, \alpha)$ od parametra α za $N = 10^6$ i $K=10^3$. Vrednosti funkcije f su dobijene usrednjavanjem rezultata 10 simulacija.

Figure 8.
The dependence of the function $f(K, \alpha)$ over α for $N = 10^6$ and $K=10^3$. The values of the function f are obtained by averaging results of ten runs.

$R = R_0$). Vidimo da za vrednosti parametra α koje su u saglasnosti sa termodinamikom sistema funkcija $f(K, \alpha)$ zapravo ne zavisi od α , pa se može napisati da je $f(K, \alpha) \equiv g(K)$. Fitovanjem podataka za različite vrednosti K utvrdili smo da je funkcija $g(K)$ oblika

$$g(K) = c K^\beta$$



Slika 9.
Vrednosti funkcije
 $g(K)$ za $N = 10^6$ i
 $\alpha = -1$.

Figure 9.
The value of the
function $g(K)$ for
 $N=10^6$ and $\alpha=-1$.

gde je $c = 0.20(8)$ i $\beta = 0.50(2)$. Na slici 9 je prikazana zavisnost funkcije g od parametra K .

5. Zaključak

U ovom radu smo generalizovali model formiranja planeta opisan u Balaž *et al.* 1999a. Uveli smo novi parametar α čijim smo menjanjem modelirali gubitke mehaničke energije pri spajanju čestica. Utvrdili smo da je zavisnost spina od mase za planete stepena funkcija $s \sim \omega$, kao i da eksponent ω ne zavisi od parametara K i α i za korišćenu raspodelu iznosi $\omega = 1.32(3)$. Iz ovoga se može zaključiti da gubici mehaničke energije pri spajanju čestica nemaju značajnijeg uticaja na spin formiranih planeta.

U daljem radu ispitaćemo druge osobine lakih i teških kondenzata, odnosno proveriti da li one zavise od gubitaka mehaničke energije. Takođe, planiramo da ispitamo nekoliko različitih raspodela $\rho(r)$ i da ih uporedimo.

Literatura

Balaž A., Belić A. and Bogojević A. 1999a. A Simple Model of Planetary Formation. *Icarus* submitted.

Balaž A., Belić A. and Bogojević A. 1999b. Scaling Exponents for Accretion. *Publ. Astron. Obs. Belgrade*, 65: 27.

- Balaž A., Belić A. and Bogojević A. 1999c. Planetary Formation Algorithm. *Publ. Astron. Obs. Belgrade*, 65: 23
- Balaž A., Belić A. and Bogojević A. 1999d. Modeling Planetary Formation. *Publ. Astron. Obs. Belgrade*, 65: 17
- Isaackman R. and Sagan C. 1977. Computer simulations of Planetary Accretion Dynamics: Sensitivity to Initial Conditions. *Icarus*, 31: 510.
- Ida S. and Makino J. 1992a. *Icarus*, 96: 107.
- Ida S. and Makino J. 1992b. *Icarus*, 98: 28.
- Kokubo E. and Ida S. 1995. *Icarus*, 114: 247.
- Kokubo E. and Ida S. 1996. *Icarus*, 123: 180.
- Kokubo E. and Ida S. 1998. *Icarus*, 133: 171.
- Lattanzi M.G., Spagna A., Sozzetti A. and Casertano S. 1997. *Proceedings of Hipparcos Venice Symposium '97*. ESA SP-402.
- Marcy G.W. and Butler R.P. 1998. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 36: 57
- Kalos M.H. and Whitlock P.A. 1986. *Monte Carlo Methods*, Vol. 1: Basics. New York: Wiley.
- Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T. and Flannery B.P. 1995. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press.

Stevan Nad-Perge

Simulation of Planetary Forming

The interest in detailed modeling of the planetary accretion process has increased in recent years due to wealth of new data on extrasolar planets (Marcy and Butler 1998). A large amount of effort has been invested to surmount the principal difficulty in such *ab-initio* simulations, the fact that a huge number of bodies needs to be considered in order to resolve planets whose masses span four orders of magnitude. To achieve this goal, a simple model of planetary accretion was made (Balaž *et al.* 1999a). Here, a generalized model is used to study the spin of created planets. The small numerical cost involved in a single simulation enabled us to work with $N = 10^6$ initial particles on a personal computer.

The model starts from a given planar distribution of N initial dust particles, all of the same mass and with no spin. The dust has a uniform angular distribution, while the radial distribution is given by $\rho(r)$, which determines the initial conditions. The N body dynamics is simplified by dividing it into two pieces – free propagation and instantaneous interactions. Between interactions all particles move on circular trajectories according to Kepler's laws. The only interaction allowed is the merging of

two particles into one. The result of the merging of two bodies with masses m_1 and m_2 , radii of orbits r_1 and r_2 , and with spins S_1 and S_2 , is a new body with mass $m_1 + m_2$, radius of orbit R , and spin $S = S_1 + S_2 + L_1 + L_2 - L$. L_1 , L_2 and L are respectively the orbital angular momentum of the first, second and final body. This is shown in Figure 1. The merging happens if the two particles satisfy an interaction criterion given in terms of a single parameter K

$$\frac{1}{m_1 m_2} |r_1 - r_2| \left| \frac{1}{\sqrt{r_1}} - \frac{1}{\sqrt{r_2}} \right| \left| \frac{m_1 + m_2}{\sqrt{R}} - \frac{m_1}{\sqrt{r_1}} - \frac{m_2}{\sqrt{r_2}} \right| \leq K.$$

Using energy conservation, it can be shown that $R \leq R_s$, where R_s is Sagan's radius (Issacman and Sagan 1977) defined by

$$\frac{m_1 + m_2}{R_s} = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2}.$$

In the basic model $R = R_s$. With this choice of R , the mechanical energy lost in the process of merging is disregarded. Instead of using R_s as a joining point, we calculated R from the equation

$$(m_1 + m_2) R^\alpha = m_1 r_1^\alpha + m_2 r_2^\alpha,$$

where α is a new parameter. By changing the parameter α we simulated energy losses in process of merging. Values of α , which are less than -1 agree with the thermodynamics of the system. However, in order for the mathematical model to be complete, we changed α within the interval $[-3, 3]$. By fitting the data that we have for masses and radii of orbits for the gas giants of the Solar System, we got the radial distribution that we used in this paper

$$\rho(r) = H (r - a) \frac{2a^2}{r^3},$$

where $A = 35.28$ is a constant obtained by norming the radial distribution to 1.

Dependence of spin over mass for all but two planets of the Solar system is a power law with the exponent $\omega \approx 2$ (Figure 5). Mercury and Venus, planets nearest to the Sun, do not satisfy this law because the tidal lock effects play a crucial role in the spin of these planets. Our simple model also predicts a power law (Figure 6). In this paper we determine influence of parameters K and α on the spin of created planets, especially

on exponent ω . Figure 7 shows that for a fixed α exponent ω does not depend on the parameter K . This agrees with results given in literature (Balaž *et al.* 1999a). On the Figure 8 is a graph of ω over α . This graph shows that except for values around $-1/2$, the exponent ω is constant and has a value of 1.31(3). So, the spin fits to

$$|s| = f(K, \alpha) m^\omega$$

where f is function of parameters K and α . From graphs shown in figures 9 and 10, it can be concluded that f does not depend on the parameter α for values which agree with the thermodynamics of the system and fits to cK^β where is $c = 0.20(8)$ and $\beta = 0.50(2)$.

In this paper we showed that values of the parameter α which agree with the thermodynamics don't influence on the spin. This fact leads to the conclusion that energy losses during the process of merging don't have a major influence on the spin of created planets. This means that the spin depends only on initial radial distribution $\rho(r)$. One could continue this work by determining this dependence.

