

Vibracije optičkog stola

Korišćen je nestandardan metod za praćenje oscilacija optičkog stola. Mehaničke vibracije prevođene su u oscilacije intenziteta svetlosti pomoću Majkelsonovog interferometra, a ove zatim u električni signal pri čemu je zvučna kartica upotrebljena kao AD konvertor. Softverskom obradom u programskom paketu Matlab dobijeno je ponašanje spektra oscilovanja u toku vremena. Uređaj je postavljen u optičkoj laboratoriji ISP.

Uvod

Pod vibracijama podrazumevamo svako oscilatorno kretanje koje de-
tektuje optički sistem. Optički sto je namenjen radu sa optičkim sistemima
kod kojih i najmanje perturbacije dovode do neželjenih efekata. (tzv. fina
optika; holografija). Kod ovakvih sistema poželjno je vibracije svesti na
minimum. Naravno vibracije se ne mogu u potpunosti eliminisati, pa je od
značaja poznavati način na koji sto "ubija" vibracije. U cilju dobijanja ta-
kve informacije konstruisan je optički vibrometar velike osetljivosti.

Vibracije stola su prigušene, ali se stepen tog prigušenja razlikuje za
različite frekvencije. Amplituda se, generalno, smanjuje u toku vremena i
zadatak je, pre svega, odrediti ovu zavisnost, kako za amplitudu u slučaju
impulsne pobude, tako i za vibracije na tačno određenim frekvencijama.

U opštem slučaju, kretanje tela koje osciluje oko ravnotežnog
položaja pod dejstvom restitucione sile $F = -kx$ (x je elongacija) i sile
otpora koja je proporcionalna brzini $F = -\beta dx/dt$ opisano je sledećom
jednačinom:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} = 0 \quad (1)$$

$m, k, \beta = \text{const}$; $k = \omega_0^2$, gde je ω_0 kružna frekvenca.

*Milica Maksić
(1980), Niš, Jovana
Ristića 2/12, učenica
4. razreda Gimnazije
"Bora Stanković" u
Niš*

*Jovan Vasiljević
(1979), Smederevska
Palanka, D. Tucovića
4/1, učenik 4. razreda
Gimnazije "Sveta
Đorđević" u S.
Palanci*

Rešenje ove jednačine u opštem slučaju je

$$X = A e^{i \omega t} \quad (2)$$

gde je A amplituda koja se menja po zakonu

$$A = A_0 e^{-\gamma t} \quad (3)$$

gde je γ koeficijent prigušenja (amortizacije) i $\gamma = \beta/2$. Parametar ω_0 naziva se sopstvena učestanost sistema. Grafik jednačine oscilovanja naziva se oscilogram.

U prvoj aproksimaciji sistema vibrometar – optički sto može se koristiti ovakav model sa modifikovanom jednačinom (1):

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = U(t)$$

gde je $U(t)$ funkcija pobude.

Ovo ima sledeću fizičku interpretaciju: na svaku impuls funkciju kao ulaz $U(t)$, merni sistem će reagovati eksponencijalnim padom amplitude na izlazu

Impuls funkcija je definisana na sledeći način:

$$F(x) = \begin{cases} a, & x \in [p, q] \\ . & \\ b, & x \notin [p, q] \end{cases} \quad (4)$$

Pri tome vibracije se posmatraju kao interakcija između mernog i mernog sistema (takva je konstrukcija aparature). Zahvaljujući harmonijskoj analizi možemo odrediti koeficijente prigušenja za sve frekvencije iz amplitudskog spektra ulaznog signala. Naime, svaka funkcija u vremenskom domenu se može predstaviti odgovarajućom funkcijom (transformom) u frekventnom domenu, i obrnuto. Ako je funkcija periodična transform je Furijev red, dok u slučaju aperiodične funkcije imamo Furijev integral. Specijalni slučaj je diskretna varijanta kada umesto funkcije imamo niz. U ovom slučaju primenjujemo FFT (Fast Fourier Transform) algoritam.

Harmonijske funkcije jednoznačno su određene vrednostima amplitude, frekvencije i početne faze. Zato je poznavanjem zavisnosti amplitude i faze od frekvencije u frekventnom domenu određen Furijev transform, tj. odgovarajuća funkcija u vremenskom domenu. Ove zavisnosti se nazivaju amplitudski i fazni spektar. Pod pojmom spektar najčešće se podrazumeva samo amplitudski.

Jasno je da je od interesa poznavati ponašanje spektra oscilovanja u što većem opsegu frekvencija. Imajući u vidu relaciju $\Delta \omega \cdot \Delta t = \text{const}$

(Aničin 1990), tj. da je širina funkcije u frekventnom domenu veća ako je funkcija uža u vremenskoj reprezentaciji, dolazimo do toga da je impuls funkcija koju je relativno lako realizovati na ulazu a čiji se spektar može praktično po želji menjati promenom dužine njegovog trajanja. Teorijski najveći opseg učestanosti bi bio kada $\Delta t \rightarrow 0$, i tada impuls prelazi u δ funkciju definisanu sa:

$$\int_a^b \delta(x) dx = \begin{cases} 1, & 0 \in (a, b) \\ 0, & 0 \notin (a, b) \end{cases} \quad (5)$$

Međutim, svaki impuls, praktično, ima konačno vreme trajanja i dostiže svoj maksimum u nekom trenutku, ali se ipak može dobiti zadovoljavajuće širok spektralni opseg. Naime, Furijeov transform neperiodičnog impulsa je kontinualna funkcija frekvencije. Sve ovo znači da u slučaju realnog impulsa kao početnog signala možemo da pratimo prigušenje amplitude na najvećem opsegu učestanosti, i upravo takav signal je korišćen za pobudu stola.

Na ovom teorijskom modelu bazira se izvedeni eksperiment, koji je više bio demonstrativnog karaktera u smislu isprobavanja mogućnosti korišćenog metoda radi upotrebe u daljem radu.

Eksperiment

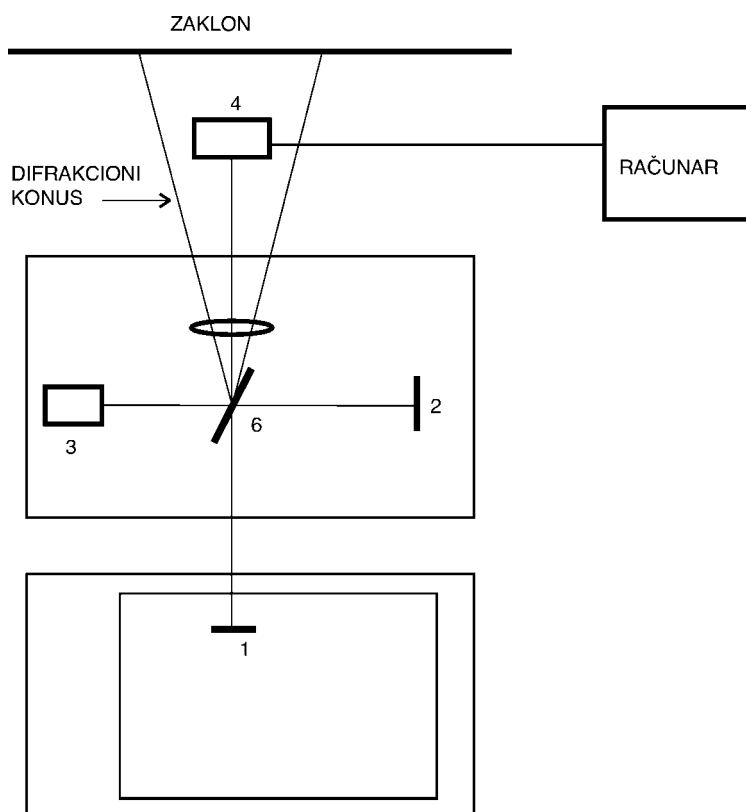
Aparatura

Glavni deo konstruisanog optičkog vibrometra je Majkelsonov interferometar. Pored standardnih elemenata (polupropusno ogledalo, dva ravna ogledala i laser) pri njegovoj postavci korišćeno je i jedno rasipno sočivo. Intenzitet svetlosti meren je digitalnim meračem snage (powermeter). Merač snage je kablom spojen sa računarom preko izlaza na zvučnoj kartici. Za potrebe snimanja korišćen je softver Soundforge verzija 4.0.

Nacrt

U optičkoj laboratoriji postavljen je Majkelsonov interferometar na dva odvojena optička stola. Oba metalna stola ležala su na andezitnim postoljima. Laser, polupropusno ogledalo i jedno ravno ogledalo montirani su na jedan sto, a drugo ravno ogledalo je postavljeno na sto koji je trebalo pobuđivati udarom (slika 1). Svaki od navedenih delova pričvršćen je magnetnim postoljima, zahvaljujući kojima nije bilo moguće kretanje aparature u odnosu na sto.

Kada je interferencionna slika dobijena na zaklonu, paralelno sa njim postavljen je otvor merača snage i to tako da centralni deo slike prolazi



Slika 1.
 Shema uređaja
 Legenda:
 1 i 2 – ravna
 ogledala
 3 – laser
 4 – merač snage
 5 – rasipno sočivo
 6 – polupropusno
 ogledalo

Figure 1.
 Experimental setup
 1 and 2 – mirrors
 3 – laser
 4 – powermeter
 5 – convex lens
 6 – semipermitive
 mirror

preko njega. Izlaz na displeju merača snage je srednja snaga po jedinici površine otvora (jedinica je mW/cm). Ovaj instrument je povezan sa računarom preko zvučne kartice. Kako sto vibrira merač snage registruje promene intenziteta svetlosti, koja pada na negov otvor, usled kretanja interferencionih minimuma i maksimuma, i šalje električni signal u računar. Kretanje maksimuma i minimuma potiče od kretanja ogledala 1 zajedno sa stolom, što prouzrokuje promenu putne razlike zrakova odbijenih od ogledala 1 i 2. Merni sistem dobijen na ovaj način veoma je osetljiv. Minimalna promena koja se može registrovati na ovaj način je bar za red veličine manja od talasne dužine svetlosti, tj. reda 10^{-8} m.

Geometrija interferometra je uobičajena. Polupropusno ogledalo postavljeno je pod pod uglom od 45° u odnosu na pravac zraka, i deli ga na dva dela koji nastavljaju uzajamno normalnim pravcima. Zraci, odbivši se od dva ogledala (postavljena normalno na njihov pravac), prolaze ponovo kroz polupropusno ogledalo i padaju na zaklon. Svaki od zraka se pojavljuje kao tačka na zaklonu. U stvari, vidi se više tačaka zbog refleksija u celom tom optičkom sistemu, tj. upotrebljeni optički elementi nisu idealni (kao oni što se razmatraju u teoriji), već imaju realne osobine i dimenzije. Stoga smo radili samo sa najsvetlijim tačkama. Finim pomeranj-em jednog

od ogledala dolazi do preklapanja tačaka na ekranu i nastanka interferencione slike. Ogledala treba postaviti tako da udaljenosti od polupropusnog ogledala do njih budu jednake ili da se ne razlikuju za više od par centimetara. Ovaj zahtev je uslovljen koherentnom dužinom laserskog snopa.

Merenje

Vibracije se izazivaju laganim udarcem o postolje stola. To se pokazalo kao zadovoljavajuće dobar impuls sa širokim frekventnim opsegom (slika 2). Signal koji je merač snage slao u kompjuter, sniman je u korisničkom programu Soundforge i uzorkovan tako da Šenonova (Shannon) učestanost iznosi 4000 Hz. Ova učestanost je određena izrazom $v_c = \tau / 2$ (Aničin 1989). Veličina τ je brzina uzorkovanja (sampling rate). Učestanost v_c određuje spektralni opseg signala jer je Furijeov transform skup harmonijskih komponenti.

Harmonijska funkcija je periodična i ispunjava uslov:

$$F(x + T) = F(x) \quad (4)$$

Da bi se harmonijska funkcija detektovala kao takva potrebno je i dovoljno poznavati je u intervalu dužine $2T$. U našem slučaju funkcija koja se ne pokaže kao periodična u intervalu dužine $T = 1 / \tau$ ne može se detektovati kao harmonijska. U našem slučaju $T=1/8000$ sekundi. To znači da se frekvencije veće od Šenonove ne mogu registrovati brzinom uzorkovanja koju smo mi koristili. Furijeov transform signala je isti kao da viših frekvencija i nema. Svako snimanje je neka vrsta filtera koji odseca sve frekvencije više od kritične zbog konačnog broja uzoraka u sekundi. Zbog toga je dovoljno u našem slučaju izazvati impuls koji ima frekventni opseg od 0 do 4000 Hz. Ustvari, upravo ova brzina semplovanja je odabrana, jer je relativno lako ostvariti impuls pomenute spektralne širine.

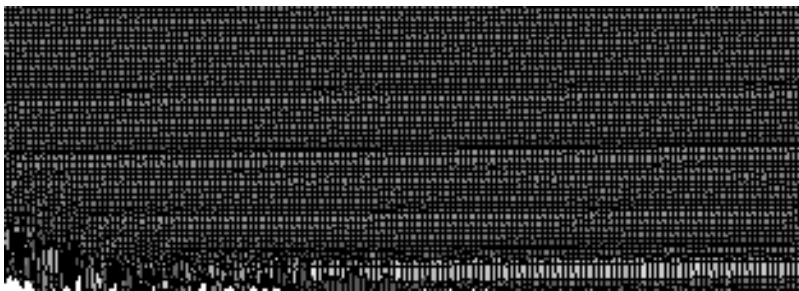
Urađene su dve serije merenja sa po 10 snimaka dužine trajanja po naosob od oko 10 sekundi. Zapis je 16-bitni.

Prilikom merenja treba voditi računa o broju interferencionih pruga koje osciluju preko otvora merača snage (zbog efekta koji će kasnije biti izložen). U tu svrhu upotrebljeno je jedno rasipno sočivo koje je povećalo interferencionu sliku dovoljno, da preko otvora pada samo jedna linija koja odgovara maksimumu.

Takođe, smanjeni su uticaji ljudskih faktora na vibracije (hodanje po podu, govor i slično) zbog osetljivosti aparature, ali i pored toga postoji početni šum koji biva prisutan tokom celog snimanja.

Rezultati i diskusija

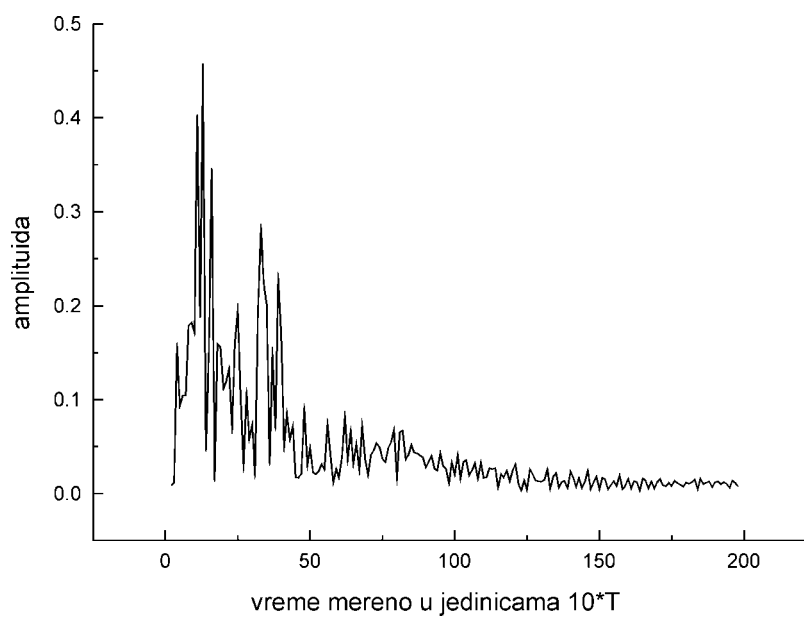
Snimci su obrađeni u programskom paketu Matlab. Kao rezultat dobijeni su oscilogrami signala i odgovarajući spektri. Jedan takav par oscilogram – spektrogram prikazan je na slici 2. Na spektrogramu se uočavaju karakteristične frekvencije, tj. frekvencije na kojima se amplituda održava ili naglo opada.



Slika 2.
Oscilogram i
spektrogram signala.

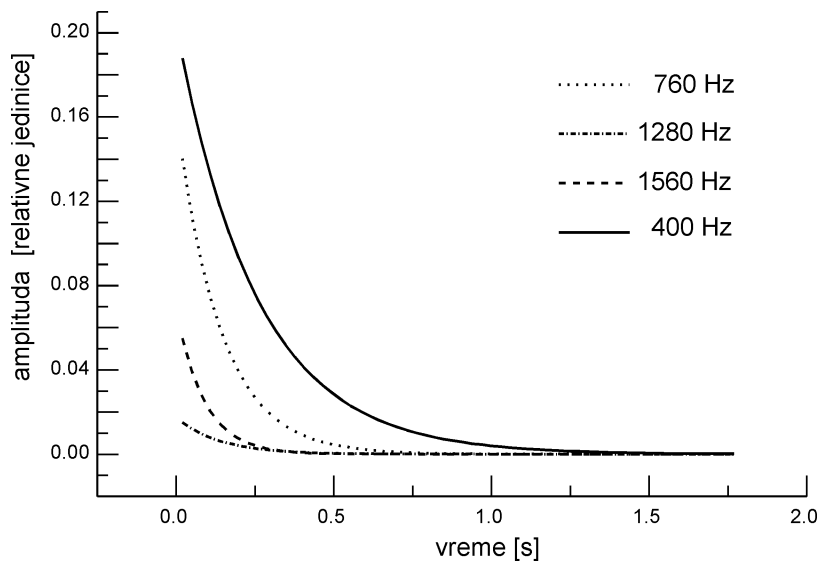
Figure 2.
Oscilogram and
signal spectrogram.

Vidimo da na frekvencijama do 200 Hz postoji šum zbog kojeg nije moguće razlučiti šta se dešava sa amplitudom u tom opsegu. U početnom trenutku u spektru su zastupljene gotovo sve frekvencije u intervalu od 0 do 4000 Hz, što znači da je ostvaren zadovoljavajući ulazni impuls. Amplituda oscilovanja stola opada eksponencijalno (slika 3), što pokazuje da je aproksimacija sistema odgovarajuća.



Slika 3.
Amplituda usrednjena
po frekvencijama
(globalna amplituda).

Figure 3.
Amplitude averaged
on all frequencies.



Slika 4.
Atenuacije za različite frekvencije.

Figure 4.
Attenuation for different frequencies.

Na frekvencijama većim od 1500 Hz amplituda se praktično ne održava. Međutim, u oblasti 400-500 Hz imamo veoma sporo opadanje amplitude. Zanimljivo je da postoje oblasti na ekvidistantnim rastojanjima od ove (okoline učestanosti 800 i 1200 Hz), gde amplituda takođe sporo opada, mada nekoliko puta brže no u prethodnom slučaju.

U toku oscilovanja dolazi do pomeranja amplitudnih vrednosti po frekvencijama. Efekat je uslovljen oscilovanjem više od jedne interferencione pruge preko otvora merača snage. Neka je p broj pruga koje u toku jednog poluperioda pređu preko otvora. Nazovimo taj broj *interferencionom amplitudom*. Merač snage registruje p promena intenziteta, tj. p puta veću frekvenciju. Čak i kada se aparatura postavi tako da samo jedna pruga prelazi preko otvora (što je u našem slučaju urađeno), ako je amplituda posle pobude veća od talasne dužine laserskog snopa, više interferencionih maksimuma (i minimuma) osciluje preko otvora. Realna situacija je takva da je početna amplituda bar reda veličine desetog dela mikrona tako da se praktično efekat pomeranja ne može izbeći.

Kako su oscilacije prigušene, prirodno je da se i parametar p menja u toku vremena, i to tako da je promena p u nekom vremenskom intervalu proporcionalna proteklom vremenu (trajanju tog intervala). Stoga je $p = p_0 \cdot e^{-ct}$, gde je p_0 interferencionna amplituda neposredno posle pobude stola. Eksponecijalna promena interferencione amplitude povlači sa sobom eksponecijalnu promenu registrovane frekvencije. To znači da amplituda oscilovanja opada eksponecijalno u vremenu i po frekvencijama.

Verovatno je brz pad amplitude na frekvencijama iznad 1500Hz uslovljen pomeranjem amplitude po frekvencijama. Koliko amplituda brzo

opada na određenoj frekvenciji, pouzdano se može znati tek posle vremenskog trenutka za koji je ispunjena relacija $p \leq 1$.

Napomenuli smo da zbog šuma ne znamo šta se dešava na niskim frekvencijama. Međutim smatramo da je u toj oblasti spektra održavanje amplitud najizraženije.

Izloženi efekat predstavlja manu svakog seizmografa ili uopšte bilo kakvog senzora za praćenje oscilovanja na principu interferometrije. Dalje perspektive ovog rada leže u otklanjanju tog problema nalaženjem transformacija koje vraćaju na ovaj način deformisani spektar u stvarni spektar oscilovanja. Time bi bilo omogućeno praćenje oscilatornog kretanja proizvoljne amplitude.

Literatura

Aničin, I. 1990. *Obrada rezultata merenja*. Beograd: Univerzitet u Beogradu, Fizički fakultet.

Matveev, A. N. 1987. *Mechanics and the theory of relativity*. Moscow: Mir.

Milica Maksić and Jovan Vasiljević

Vibrations of Optical Desk

We used nonstandard method for measuring vibrations. Michelson interferometer was used to transfer mechanical vibrations to oscillation of light intensity. These oscillations were converted into electrical signal applying light power meter and soundblaster as an AD converter. Each signal is saved as wav file by Soundforge. The appliance is shown on picture 1. The primary goal of our experiment was to observe changes in spectrum during the vibration of some specific body – optical desk. Such information can be very useful in experiments with some optical systems where small deviations cause unwanted effects (holography, interferometry for example), because the desk was made to attenuate vibrations.

In order to monitor the variety of spectrum in a large interval of frequencies we found that, theoretically, the desk should be initiated by δ -function (5) as an input. Although, in the experiment, the desk was induced by an impulse function (4) – real approximation of δ -function. The less impulse lasts, the greater interval of frequencies can be observed. This follows from relation $\Delta \omega \cdot \Delta t = \text{const}$. Combining the duration of

impulse function with sampling rate of our AD converter we can obtain for our needs satisfying extent of frequencies.

All .wav files are processed in Matlab. As a result, for each signal is produced oscilogram and spectrogram (Figure 2). Obtained frequent interval is 0-4000 Hz. Because of noise we could not know what happens on low frequencies (bellow 100 Hz). The least dumping is in interval 400-500 Hz, while on higher frequencies (especially above 1000 Hz) optical desk quickly attenuates all of vibrations. However, there is an exception. We noticed intervals equidistant from interval mentioned above (i.e. around 800 Hz, 1200 Hz), where amplitude decreases slow as shown on Figure 3. This phenomena may come on account of one defect of AD converter we made. Generally speaking, every optical vibrometer (seismograph) gives reliable information only in case when amplitude of oscillations is smaller then half of length size of light used to obtain interference. Further research can be conducted in order to find transformation of spectrum that gives us true information about vibrating of a body (i. e. optical desk) when amplitudes are greater.

