

## Određivanje koeficijenta površinskog napona tečnosti pomoću gravitaciono-kapilarnih talasa

---

*Opisan je metod za određivanje koeficijenta površinskog napona tečnosti koji se zasniva na pobuđivanju gravitaciono-kapilarnih talasa i merenju njihove brzine za datu tečnost. Na osnovu poznate brzine ovih talasa računa se koeficijent površinskog napona. Dobijena je vrednost  $(6 \pm 4) \times 10^{-2}$  N/m.*

---

### Pojam kapilarnih talasa

Kapilarni talasi nastaju usled poremećaja na površini tečnosti. Ako dovedemo periodičnu prinudnu silu male amplitude tako da deluje u jednoj tački na površini tečnosti, normalno na tu površinu, tada će se javiti kapilarni talasi. Dinamiku ovih talasa određuju sila površinskog napona i gravitaciona sila. Ovako dobijeni talasi su veoma male amplitude i kružno se šire od izvora po površini tečnosti.

Jedan od uslova da se ovi talasi pojave jeste da tečnost bude homogena. Takođe potrebno je da sud u kome se nalazi tečnost bude dovoljno velikih dimenzija da se izbegne efekat krajeva. Primetili smo da se amplituda kapilarnih talasa smanjuje vrlo brzo sa udaljenjem od izvora i može se uzeti da talasi bivaju apsorbovani na malim rastojanjima od izvora, što znači da je korišćeni sud dimenzija  $40 \times 20$  cm bio dovoljno veliki. Pošto sila površinskog napona zavisi od koeficijenta površinskog napona  $\sigma$ , to i brzina talasa određenih ovom silom zavisi od koeficijenta  $\sigma$ . Takođe brzina talasa zavisi i od sile gravitacije (tj. zavisi od  $g$  (gravitacionog ubrzanja) i mase odgovarajućih delića tečnosti, a samim tim i od gustine tečnosti  $\rho$ ). Na osnovu istraživanja Airy-a, Rayleigh-a, Lamb-a i drugih dobijena je jednačina koja povezuje brzinu talasa i koeficijent  $\sigma$  (Rouse 1973):

$$c = \left( \frac{g \lambda}{2 \pi} + \frac{2 \pi \sigma}{\lambda \rho} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1)$$

---

*Slobodan Bubnjević (1978), Perlez, Đure Jakšića 46b, učenik 3. razreda, Matematičke gimnazije u Beogradu*

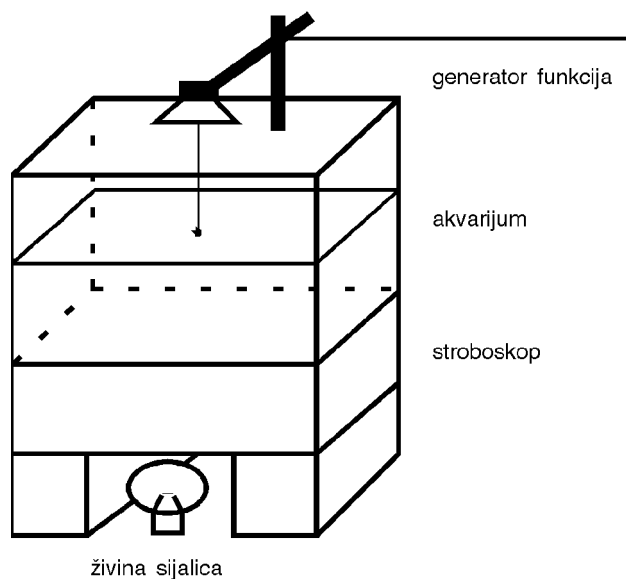
*Ivan Grujović (1978), Smederevo, Partizanska 69-6/1, učenik 3. razreda Gimnazije u Smederevu*

Treba napomenuti da se kapilarni talasi mogu uočiti samo za frekvencije koje nisu veće od 40 Hz. Za veće frekvencije talasne dužine su suviše male da bi ih oko moglo registrovati.

## Ekspiriment

### Aparatura

U toku projekta, za sva potrebna merenja, koristili smo funkcijski generator, zvučnik, stroboskop, živinu lampu, laser, osciloskop, foto-čeliju, stalke, strunu sa olovnom kuglicom i akvarijum.



Slika 1.  
Šema aparature.

Figure 1.  
The scheme of the  
experimental setup.

### Postupak

1) Na funkcijski generator smo priključili zvučnik na čiju membranu smo pričvrstili strunu sa olovnom kuglicom na kraju. Zatim smo kuglicu postavili na samu površinu tečnosti. Generator je davao oscilacije koje su se ovim putem prenosile na kuglicu a samim tim i na površinu tečnosti. Oscilacije kuglice su bile izvor prinudne sile koja je izazivala talase.

Akvarijum sa vodom smo osvetlili sa donje strane živinom lampom (130 W) tako da se projekcija talasa mogla videti na zaklonu iznad aparature (slika 1).

Kao što se vidi iz jednačine (1), za izračunavanje treba poznavati vrednosti  $\lambda$  i  $c$ . Brzinu talasa  $c$  određujemo relacijom

$$c = \lambda v. \quad (2)$$

Dakle, u ogledu je dovoljno izmeriti veličine  $\lambda$  i  $v$ . Da bi smo to izveli, potrebno je da na zaklonu pomoću stroboskopa dobijemo projekciju stojećih talasa. Stojeći talasi na zaklonu nastaju kad je frekvencija stroboskopa  $v_{st}$  celobrojni umnožak  $m$  frekvencije talasa  $v$ .

$$v = \frac{v_{st}}{m} \quad (3)$$

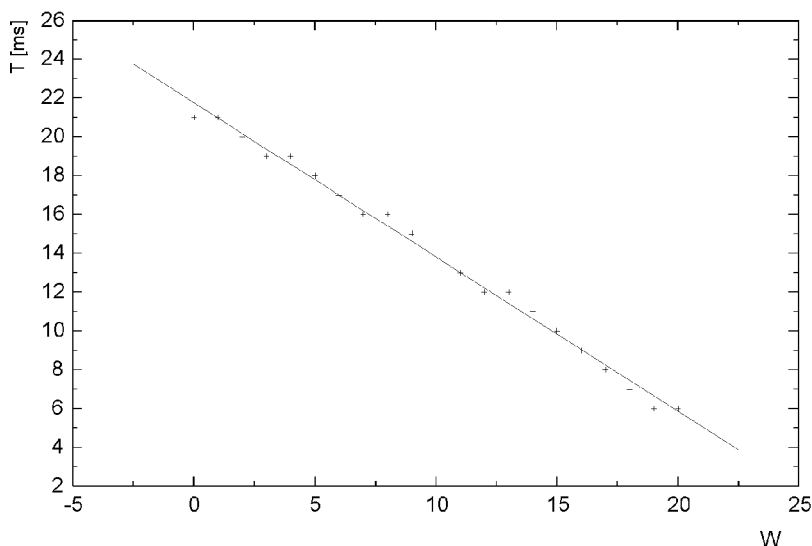
Poznavanjem  $v_{st}$  može se odrediti i  $v$  talasa.

2) Sledeći korak bio je kalibrisanje stroboskopa. Trebalo je odrediti zavisnost perioda smenjivanja proreza na točku stroboskopa ( $T$ ) od broja obrtaja zavrtnja koji reguliše okretanje točka ( $W$ ). To smo izveli na sledeći način. Propuštali smo laserski snop kroz proreze na točku stroboskopa. Laserski snop je padao na foto-čeliju koja je bila povezana sa osciloskopom. Na osciloskopu se mogao odrediti period prekidanja laserskog snopa, koji je jednak periodu smenjivanja proreza na točku stroboskopa. Za različite vrednosti broja obrtaja beležili smo vrednosti perioda. Zavisnost  $T$  od  $W$  je linearna (grafik, sl. 2), i to po jednačini:

$$T = A + B W \quad (4)$$

gde su  $A = 21.7$  ms;  $B = -0.78$  ms; a greške  $\Delta A = 0.2$  ms;  $\Delta B = 0.02$  ms. Na osnovu ove funkcije se za svako merenje može odrediti  $T$  a samim tim i frekvencija stroboskopa  $v_{st}$ :

$$v_{st} = \frac{1}{T} \cdot \quad (5)$$



Slika 2.  
Zavisnost perioda  $T$   
od broja obrtaja  
zavrtnja  $W$ .

Figure 2.  
The dependence of  
the period on the  
position of the screw.

3) Talasnu dužinu određujemo pomoću projekcije talasa na zaklonu, tako što merimo dužinu ( $L$ ) projekcije  $n$  talasa, pa pomoću repera određimo  $\lambda$  relacijom:

$$\lambda = \frac{L d}{n d'} \quad (6)$$

pri čemu je  $d$  dužina repera, a  $d'$  dužina njegove projekcije na zaklonu.

Dakle, pomoću izmerenih  $\lambda$  i  $v$  određićemo  $\sigma$  po formuli:

$$\sigma = \frac{\lambda^2 \rho \left( \lambda v^2 - \frac{g}{2\pi} \right)}{2\pi} \quad (7)$$

4) Kao što smo već pomenuli frekvencija stroboskopa  $v_{st}$  je celobrojni umnožak  $m$  frekvencije talasa  $v$ . Da bi odredili vrednost  $m$  uporedivne su frekvencije generatora  $v_g$  i  $v_{st}$ . Za  $v_g = 30$  Hz imali smo  $v_{st} \approx 60$  Hz; za  $v_g = 35$  Hz,  $v_{st} \approx 70$  Hz;  $v_g = 40$ , Hz  $v_{st} \approx 80$  Hz; za  $v_g = 25$  Hz,  $v_{st} \approx 75$  Hz;  $v_g = 70$  Hz,  $v_{st} \approx \sqrt{70}$  Hz.

Vidi se da je odnos  $p = \frac{v_{st}}{v_g}$  približno ceo broj. Na osnovu ove činjenice i na osnovu toga što se stoji talasi na zaklonu dobiju kad povećavanjem  $v_{st}$  (od 50 do 170) ova frekvencija po prvi put postane celobrojni umnožak  $v$ , zaključili smo da je  $v \approx v_g$  odnosno  $p \approx m$ .

5) Rezultati vršenih merenja dati su u tabeli.

Rezultati izvršenih merenja									
No	$L$ [m]	$n$	$\lambda$ [nm]	$W$	$T$ [ms]	$v_{st}$	$v_g$	$v$	$\sigma$ [ $10^{-2}$ N/m]
1	18	6	7.4	9.2	14	70	35	35	$6 \pm 4$
2	18	6	7.5	8.4	15	66	30	33	$6 \pm 4$
3	18	7	6.5	10.1	14	70	40	36	$5 \pm 3$

Pri računanju koristili smo sledeće konstante:  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $r = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $d = 3351 \text{ mm}$ ,  $d' = 851 \text{ mm}$

Greške merenja smo računali na sledeći način:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta d'}{d'} + \frac{\Delta d}{d} \quad (8)$$

gde su  $L = 1 \text{ cm}$ ,  $d' = d = 1 \text{ mm}$ ;

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta T}{T}, \quad (9)$$

gde je  $\Delta T = 2 \text{ ms}$ ;

$$\frac{\Delta \sigma}{\sigma} = 2 \frac{\Delta \lambda}{\lambda} + \lambda v \left( \frac{\Delta \lambda}{\lambda} + 2 \frac{\Delta v}{v} \right) \left( \lambda v - \frac{g}{2\pi} \right). \quad (10)$$

Konačna vrednost za koeficijent površinskog napona dobijena na osnovu izvršenih merenja iznosi  $(6 \pm 4) \times 10^{-2}$  N/m.

## Zaključak

Greške merenja su veoma velike ali ipak očekivane. Uzrok tome je vrlo neprecizna aparatura. Analiza grešaka ukazuje da je najneprecizniji deo aparature stroboskop. Treba napomenuti da bismo uz bolji stroboskop dobili mnogo tačnija merenja i da je ova metoda u takvim uslovima veoma pogodna. Očekujemo da će merenja ferekvencije pomoću elektronskog stroboskopa dati tačnije rezultate.

---

## Literatura

- [ 1 ] Rouse, H. 1973. *Mehanika fluida*. Beograd: Naučna knjiga
- [ 2 ] Gol din, L. L. (redaktor). 1983. *Laboratornye zanyatiya po fizike*. Moskva: Nauka

---

*Slobodan Bubnjević & Ivan Grujović*

## Surface Tension Coefficient Determination Using Gravitation-Capillary Waves

We have determined the coefficient of surface tension using gravitation-capillary waves incited and measured on the surface of water. The method is based on measurements of the velocity of the waves and their wave lengths. A relatively big measurement error is a consequence of the apparatus, which was the weak link in the experiment. Suggestions for improvement of measurement accuracy using this promising method are provided.

