

# Određivanje brzine svetlosti modifikovanom Remerovom metodom

---

*Za razliku od standardne Remerove metode, brzina svetlosti je određena na osnovu merenja koja su izvršena u znatno kraćem vremenskom intervalu i to kada je satelit imao identične položaje u odnosu na Jupiter. Mereni su intervali vremena između dva izlaska satelita. Prednost metode je u njoj lakoj izvodljivosti. Velika greška je posledica malog broja merenja.*

---

## Uvod

Prva merenja brzine svetlosti nisu mogla da se izvrše u zemaljskim uslovima. Za veoma kratko vreme svetlost pređe sva zemaljska rastojanja. To vreme bilo je praktično nemerljivo. Moralo se pristupiti posmatranju velikih rastojanja između nebeskih tela. Stoga su prve metode merenja brzine svetlosti bile astronomske. Ova merenja bila su moguća uz poznavanje rastojanja između nekih nebeskih tela.

Prvu metodu za određivanje brzine svetlosti razvio je Olaf Remer, danski astronom. On je 1678. godine posmatrao pomračenje jednog od Jupiterovih satelita i tačno odredio vreme između dva uzastopna ulaska i izlaska satelita iz senke koju baca Jupiter. On je ova posmatranja vršio kada je Zemlja bila u najbližem i najudaljenijem položaju od Jupitera. Zapazio je da je pojava zakasnila prema proračunatom. Smatrao je da je ovo neslaganje posledica toga što je svetlost trebala da pređe put približno duži za prečnik Zemljine orbite. Tada je već bila poznata vrednost prečnika, pa je Remer, znajući put i vreme mogao izračunati brzinu svetlosti prema relaciji  $c = s/t$  [1].

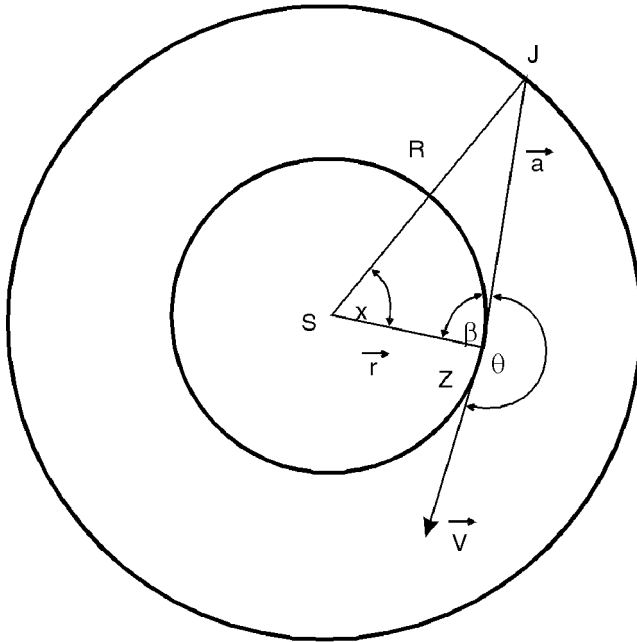
## Princip Remerove metode

Zamislimo jedan svetlosni izvor koji se u jednakim vremenskim intervalima zaklanja. Neka je  $T$  vreme između dva uzastopna zaklanjanja.

---

*Luka Nenadović (1979), Šabac, Nebojše Jerkovića 24, učenik 2. razreda Šabačke gimnazije*

*Aleksandra Cvetković (1979), Bor, 3. oktobar 41/15, učenica 2. razreda Gimnazije „Bora Stanković” u Boru*



Ako se posmatrač kreće brzinom  $v = 0$  to će posmatrač koji se nalazi na rastojanju  $x$  od izvora, pomračenje zapaziti kasnije za  $x/c$ , tj. onoliko koliko je potrebno vremena da svetlost prevali put do njega. Ako se posmatrač kreće brzinom  $v$  od svetlosnog izvora, to će mu vreme između dva pomračenja izgledati veće. Neka je jedno pomračenje u trenutku  $t = 0$ , to će posmatraču dospeti u trenutku  $x_1/c$  ( $x_1$  je rastojanje između svetlosnog izvora i posmatrača). Iduće pomračenje dogodiće se u trenutku  $t = T$ , ali za to vreme posmatrač se udalji još više od svetlosnog izvora i neka se nalazi na rastojanju  $x_2$ , to će za njega biti vreme  $t = T + x_2/c$ . Prema tome za njega će vremenski razmak između dva uzastopna pomračenja iznositi:

$$t_2 - t_1 = T' = T + \frac{x_2 - x_1}{c};$$

prevaljeni put posmatrača između dva uzastopna pomračenja biće:

$$x_2 - x_1 = v T',$$

odakle sledi:

$$T' = T + \frac{v}{c} T', \text{ ili } c = v \frac{T'}{T' - T}.$$

Iako je Remerova metoda nastala vek i po pre otkrića Doplerovog efekta, u suštini Remerove metode stoji Doplerov efekat. To je zapravo, mada netipično, prvo Doplerovsko merenje u istoriji fizike [1].

## Modifikacija Remerove metode

Remer je razvio metodu merenja brzine svetlosti neznajući za Doplerov efekat. Po otkriću Doplerovog efekta razrađena je metoda za merenje brzine svetlosti koja je zapravo samo modifikacija već postojeće Remerove metode.

Neka se svetlosni talas prostire brzinom  $c$  i neka se izvor svetlosti pokreće ka posmatraču brzinom  $v$ . Ako je učestanost emitovane svetlosti  $f$ , a posmatrač detektuje svetlost učestanosti  $f_0$ , tada se Doplerov efekat može izraziti jednačinom:

$$f_0 = \frac{f}{\tau \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta\right)} \quad (1)$$

gde je  $\tau$  relativistički faktor koji je jednak:

$$\tau = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

gde je  $c$  brzina prostiranja svetlosti u vakuumu, a  $\theta$  ugao između pravca vektora brzine i prostiranja svetlosnog zraka. Primenimo Doplerov efekat sada na konkretan slučaj. Pretpostavimo da na nekoj udaljenoj planeti postoji generator oscilacija učestanosti  $f$ . Pretpostavimo da je relativna brzina kretanja Zemlje i te planete  $v$ , daleko manja od brzine svetlosti  $c$  obzirom da je brzina kretanja Zemlje oko Sunca manja od brzine svetlosti deset hiljada puta. Jednačinu (1) u aproksimaciji možemo napisati kao:

$$f_0 = \frac{f}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} \quad (2)$$

Smisao Doplerovog efekta ostaje nepromenjen ako prethodnu jednačinu primenimo na periodično kretanje satelita date planete. Jednačina (2) se može predstaviti u funkciji perioda rotacije satelita:

$$T_0 = T \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta\right) \quad (2.1)$$

gde period  $T$  odgovara učestanosti  $f$ , a period  $T_0$  učestanosti  $f_0$ . Iz poslednje jednačine se može izraziti brzina svetlosti:

$$c = \frac{T v}{T - T_0} \cos \theta \quad (3)$$

Znajući  $T$ ,  $v$  i  $\theta$ , a mereći  $T_0$  možemo izračunati brzinu  $c$ .  $T_0$  je sinodički period revolucije meseca. Ugao možemo odrediti znajući trenutni položaj Jupitera i Zemlje [2].

Brzina  $v$  je brzina kretanja Zemlje u odnosu na nepokretan izvor talasa. Tačnije mi ovde zanemarujemo kretanje Jupitera usled čega dolazi do povećanja greške. Ako počnemo da merimo od trenutka kada je Zemlja poslednji put bila najbliža Jupiteru imamo da je:

$$x = \frac{V_u - \omega_u}{t}$$

gde su  $V_u$  i  $\omega_u$  ugaone brzine Zemlje i Jupitera. Ako sa  $N$  označimo broj dana koji su prošli od zadnje opozicije do momenta kad merimo doplerovski pomak. Možemo pokazati da je ugao  $x$  u stepenima jednak:

$$\frac{360 N}{365} - \frac{360 N}{4333} \approx 0.9 N.$$

Rastojanje između Zemlje i Jupitera je:

$$a^2 = R^2 + r^2 - 2 R r \cos x \quad (4)$$

gde su  $r$  i  $R$  rastojanja Zemlje i Jupitera od Sunca.

Ugao  $\theta$  možemo napisati kao:

$$\theta = \frac{3\pi}{2} - \beta. \quad (5)$$

Iz relacije  $\frac{\sin \beta}{R} = \frac{\sin x}{a}$  sledi da je

$$\beta = \arcsin\left(\frac{R}{a} \sin x\right), \text{ pa je}$$

$$\cos \theta = -\sin \beta = -\frac{R \sin x}{(R^2 + r^2 - 2 R r \cos x)^{\frac{1}{2}}}. \quad (6)$$

Ako (6) zamenimo u (3) dobijamo konačan izraz za brzinu svetlosti:

$$c = \frac{T v}{t - T} \cdot \frac{R \sin x}{(R^2 + r^2 - 2 R r \cos x)^{\frac{1}{2}}}. \quad (7)$$

## Jupiterovi sateliti

Najpodesnija planeta za posmatranje, u ovom slučaju je Jupiter. On sa svojih 16 satelita predstavlja jedan planetarni sistem. Galilej je otkrio četiri najsjajnija satelita: Io, Ganimed, Evropa i Kalisto, koji se i danas nazivaju Galilejevi sateliti. Ova četiri satelita rotiraju u Jupiterovoj ekvatorijalnoj ravni. Njihova srednja udaljenost od Jupitera iznosi 5.9, 9.4, 15.0 i 26.38 Jupiterovih poluprečnika. Najbliži Jupiteru od ova četiri meseca je Io, koji u prečniku ima 3632 km. Io ima najmanji period revolucije, koji iznosi oko 1.77 dana. Stoga je najbolje posmatrati baš ovaj satelit. Io ima dovoljno veliki sjaj i veličinu da bi se sa Zemlje video golim okom, ali zbog Jupiterovog sjaja to nije moguće. Za posmatranje istog dovoljan je i teleskop sa malim uvećanjem [3].

## Postupak

Da bi se odredio period, potrebno je meriti vreme između dva potpuno identična položaja satelita u odnosu na planetu. Najbolje je merenja početi u trenucima: zalaska satelita za Jupiterov disk, izlaska iza diska, zalaska i izlaska iz Jupiterove senke, zatim pojave i nestajanja senke satelita na Jupiterovom disku kao i početka i kraja prelaska satelita preko Jupiterovog diska. Zbog tačnosti merenja potrebno je izmeriti vreme nekoliko revolucija satelita i to podeliti sa njihovim brojem. Ovaj postupak je uslovljen i vremenskim prilikama, kao i vremenom izlaska i zalaska Sunca jer se danju Jupiter ne može videti onom aparaturom koju smo mi bili u mogućnosti da koristimo.

## Aparatura

Posmatranja su izvršena refrakcionim teleskopom, prečnika 6 cm i fokusne dužine 90 cm. Vreme je izmereno hronometrom.

## Rezultati

Prvo merenje koje je vršeno u ISP nije imalo uspeha zbog loših vremenskih prilika i vremena izlaska Sunca. Posmatranje zalaska Ioa iza Jupiterovog diska izvršeno je navedenim teleskopom na planini Cer kod Šapca 15. jula 1996. u 2:34 po lokalnom vremenu. Zalazak se po podacima iz efemerida [4] očekivao nekoliko minuta kasnije. Posle četiri revolucije oko Jupitera, sedam dana kasnije 22. jula zalazak Ioa je zabeležen u 4:28 po lokalnom vremenu što je očekivano par minuta ranije. Ukupno vreme te četiri revolucije je 611640 sekundi, odakle je srednji period  $T_0 = t/4 = 152910$  s.

## Obrada rezultata

Nakon izvršenog merenja  $T_0$  imamo sve potrebne podatke za izračunavanje brzine svetlosti. Znajući:  $v = 30.0 \pm 0.5$  km/s,  $R = 7801 \cdot 10^6$  km,  $r = 1491 \cdot 10^6$  km,  $T = 15\,291\,660$  s i  $T_0 = 152\,910\,120$  s, pomoću formule (7) dobijena je vrednost  $c = 211819$  km/s.

Pri svakom merenju perioda načinjena je greška od 1 min. Obzirom da smo izvršili dva merenja  $T_0$  je 120 sekundi. Bitno je još napomenuti da je apsolutna greška brzine Zemlje uslovljena time što smo zanemarili kretanje Jupitera. Relativna greška brzine je:

$$\delta c_i = \frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta v}{v} + \frac{2 \Delta T}{T} + \frac{\Delta T_0}{T_0} + \Delta x \operatorname{tg} x = 0.4, \text{ a apsolutna:}$$

$$\Delta c = c \cdot \delta c = 84727' \text{ odnosno:}$$

$$c = (2.0 \pm 0.9) \cdot 10^5 \text{ km/s.}$$

## Zaključak

Nemogućnost tačnog određivanja trenutka pomračenja satelita je uzrokovana prelamanjem svetlosti pri prolasku kroz atmosferu. Instrument kojim je merenje izvršeno nema dovoljno veliko uvećanje da bi se preciznije odredio trenutak preklapanja diskova Jupitera i satelita. U izvođenju jednačine zanemaruje se uglavno rastojanje između Jupitera i satelita. Takođe je u obzir uzeta i aproksimacija da su putanje Zemlje i Jupitera kružnice. Zanemarene su brzine kretanja Zemlje i Jupitera u odnosu na brzinu svetlosti što isto tako utiče na rezultat ali u veoma maloj meri. Remerova metoda je lako primenjiva ali ne daje uvek tačne rezultate, posebno ne u ovakvim slučajevima kada je izvršeno malo merenja.

---

## Literatura

- [ 1 ] Ilić, M. 1972. *Fizika*. Niš: Univerzitet u Nišu.
- [ 2 ] Babović, V. 1994. Doplerov efekat – jedan netipičan slučaj. *Zbornik radova sa januarskih dana prosvetnih radnika Srbije*, (ur. B. Radivojević). Beograd: Društvo fizičara Srbije, str. 21-5.
- [ 3 ] Hempe, K., Molt, J. 1966. Sterne im Computers, Planetensystem-Galileischen Monde. In *Trabanten im Sonnensystem* (ed. W. Sandner). Mannheim: Bibliographisches Institut, p. 315.
- [ 4 ] Schaaf, F. 1996. Stars and Planets. *Sky and Telescope*, **92**, (1): 78.
- [ 5 ] Žičić, B. 1996. *Kurs opšte fizike 2*. Beograd: Naučna knjiga.
- [ 6 ] Muminović, M. 1986. *Astronomija*. Sarajevo: UAD.
- [ 7 ] Kupera, M., Purić, J. 1991. *Osnovi fizike 2*. Beograd: Naučna knjiga.

## A Determination of the Speed of Light Using Modified Roemer's Method

As well as old Roemer's method, his modified method uses eclipses of the Jovian satellites for precise determination of the speed of light. The experiment using the latter method requires much less time. The whole measurement has been accomplished by two observations in a time interval of seven day time. Of course, the result would be more accurate if more observations were made.

